ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXVI

1878-79

SERIE TERZA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

VOLUME IV.

ROMA
COI TIPI DEL SALVIUCCI
1879

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

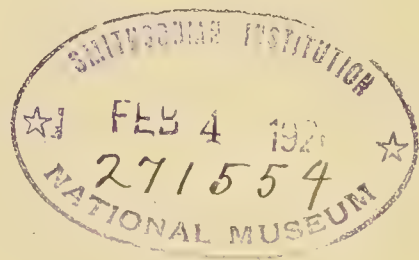
ANNO CCLXXVI

1878-79

SERIE TERZA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

VOLUME IV.

ROMA
COI TIPI DEL SALVIUCCI
1879

Sulla determinazione grafica delle forze interne negli archi metallici.

Memoria dell' ingegnere CAMILLO GUIDI

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia
nella seduta del 1 giugno 1879.

Scopo di questo scritto è di mostrare una applicazione, ai ponti formati con archi metallici, di alcune costruzioni grafiche, già note per le travi appoggiate su due appoggi (¹), mediante le quali si risolve il problema di determinare le massime forze interne che possono svilupparsi in una sezione qualunque dell'arco in seguito al passaggio di un sopraccarico rappresentato sia da un complesso di carichi concentrati, sia da un carico ripartito uniformemente. La risoluzione di questo problema si fa dipendere dalla determinazione della legge colla quale variano le dette forze interne quando il ponte viene percorso da un solo carico concentrato. È di questo studio che vogliamo qui occuparci, rimandando il lettore al lavoro sotto citato del prof. Favero per ciò che riguarda la determinazione dei massimi sforzi.

Distingueremo due tipi di archi: gli archi a tre cerniere e quelli a due; nei primi, come è noto, le reazioni degli appoggi riescono determinate dalle leggi della statica, mentre che negli altri non si possono determinare se non col sussidio della elasticità. Un' altra distinzione va fatta in riguardo alla forma geometrica della sezione: supporremo da prima che essa sia a doppio T ritenendo che le tavole superiore ed inferiore resistano agli sforzi di compressione o tensione e la parete verticale, o il graticcio che ne fa le veci, resista alla forza tagliante; tratteremo poi il caso che la sezione dell'arco sia qualunque.

Archi a tre cerniere.

Sia A B C (fig. 1) un arco metallico a tre cerniere, a sezione di doppio T, di un ponte di cui A_1 B_1 rappresenta l' impalcatura che si suppone formata con travi indipendenti appoggiate all' estremità sui ritti AA_1 DD_1 .... destinati a trasmettere il carico all'arco: le linee di contorno dell'arco rappresentano le linee dei baricentri delle tavole superiore ed inferiore. Indicheremo sempre con $2a$ la corda dell' arco, con f la freccia e con r il raggio. La compressione o tensione nell' una o nell'altra delle due tavole in una sezione qualunque si può senza errore sensibile sostituire con una forza concentrata normale al piano della sezione ed applicata al baricentro

(¹) Weyrauch, *Die Maximalmomente einfacher Träger bei festen und mobilen Lastsystemen* (Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover 1875). — *La determinazione grafica delle forze interne nelle travi reticolari*: Memoria dell' ing. prof. G. B. Favero (Atti della R. Accademia dei Lincei 1877-78. Serie 3.ª, vol. II.) — *Metodo grafico analitico* di E. Müller (Prontuario dell' ingegnere pubblicato dalla società « Hütte » tradotto sulla undecima edizione tedesca dagl' ingegneri Carlo Moleschott ed Adolfo Rossi 1879, pag. 298 e segg.).

della tavola che si considera; tali punti di applicazione coincidono dunque coi punti d' intersezione della traccia della sezione colle linee dei baricentri delle tavole.

Ciò posto, imaginiamo che sul ponte transiti un solo carico concentrato *P*: prendiamo a considerare la sezione mn interposta fra i montanti DD_1, EE_1 e manteniamo in equilibrio, come faremo sempre in seguito, la porzione di arco compresa fra questa sezione e la cerniera di appoggio di destra. Le forze da applicarsi nella sezione a rappresentare l'effetto della parte tolta si riducono, per quel che si è supposto di sopra, a due forze normali applicate in m ed n e ad una forza tagliante lungo mn. Per determinare una di queste forze normali, per es. quella sulla tavola superiore applicata in m, e che indicheremo colla lettera φ, basterà prendere i momenti rispetto al punto di concorso delle altre due forze incognite, cioè rispetto al punto n. Ciò posto, si supponga da prima il carico sul tratto $A_1 D_1$; la risultante delle forze esterne, per la porzione di arco che si vuole mantenere in equilibrio, si riduce alla sola reazione dell'appoggio B, la cui linea deve passare per la cerniera C in chiave ed il cui momento è eguale alla somma algebrica dei momenti della spinta orizzontale Q e della reazione verticale X_2 nelle quali essa può decomporsi. Facendo tale decomposizione nel punto d' intersezione della C B colla verticale per n ed indicando con h la distanza mn fra i baricentri delle tavole e con q il braccio di leva ne, si avrà:

$$\varphi h = Qq. \tag{1}$$

Lo sforzo φ, che qui è evidentemente di compressione, verrà sempre supposto tale in tutte le equazioni che seguono; sarà quindi una tensione quando risulti negativo.

D'altra parte considerando l' equilibrio della metà AC dell'arco e prendendo i momenti rispetto alla cerniera A, si ricava immediatamente, detta u la distanza del carico dall'estremo A_1, f la freccia dell'arco e decomponendo in O_1 la reazione di B nella Q e nella X_2.

$$Q = P \frac{u}{2f} \tag{2}$$

valore che sostituito nella (1) dà:

$$\varphi = \frac{P}{h} \cdot \frac{u}{2f} q. \tag{3}$$

Il carico P si muova entro il campo $D_1 E_1$. Indichiamo con Y la componente del peso sopra il montante $E E_1$, y il suo braccio di leva rispetto al punto n, si avrà:

$$\varphi h = Qq - Yy \tag{4}$$

nella quale Q ha ancora la stessa espressione data dalla (2): indicando poi con δ l'intervallo costante fra due montanti consecutivi, si ricava:

$$Y = P \frac{u - 2\delta}{\delta}$$

e quindi la (4) diviene:

$$\varphi = \frac{P}{h} \left\{ \frac{u}{2f} q - \frac{u - 2\delta}{\delta} y \right\}. \tag{5}$$

Il carico P si trovi nel tratto $E_1 C_1$, detta u_1, la distanza del punto n dalla verticale AA_1, si ha:

$$\varphi h = Qq - P(u - u_1)$$

e sostituendo a Q il valore dato dalla (2):

$$\varphi = \frac{P}{h}\left\{\frac{u}{2f}q - (u - u_1)\right\}. \tag{6}$$

Supponiamo finalmente che il carico si muova sull'altra metà dell'arco, cioè fra C_1 e B_1: la risultante delle forze esterne è una forza eguale ed opposta alla reazione dell'appoggio A, la cui linea passa costantemente per C; si avrà quindi ponendo $n e_1 = q_1$:

$$\varphi h = - Q q_1. \tag{7}$$

Considerando poi l'equilibrio della metà di destra dell'arco e prendendo i momenti rispetto alla cerniera B, dopo aver decomposta in O_2 la reazione di A nelle sue componenti Q ed X_1, si ricava:

$$Q = P\frac{2a - u}{2f}$$

che sostituita nella (7) dà:

$$\varphi = -\frac{P}{h}\frac{2a - u}{2f}q_1. \tag{8}$$

Le formole (3) (5) (6) ed (8) mostrano che il valore di φ varia linearmente con u ed è quindi possibile di rappresentarlo graficamente colle ordinate di una spezzata. Se si prende cioè un'orizzontale $A_2 B_2$ ed a partire da questa s'immagini riportata sulla verticale del carico in tutte le sue posizioni un'ordinata a rappresentare lo sforzo φ, gli estremi di tali ordinate si trovano sopra una spezzata di quattro lati. Questi lati si succedono con continuità: difatti se si fa tanto nella (3) che nella (5) $u = 2\delta$ si ottiene per φ lo stesso valore, ciò che mostra che il primo lato della spezzata ed il secondo determinano in corrispondenza della verticale per D_1 la stessa ordinata e così dicasi pel secondo ed il terzo se si fa nella (5) e (6) $u = 3\delta$ e pel terzo e quarto se si fa nella (6) ed (8) $u = a$ (tenendo conto della relazione $\frac{q + q_1}{a - u_1} = \frac{2f}{a}$ che rilevasi immediatamente dalla figura). Per costruire una tale spezzata si osservi che facendo nella (3) $u = o$ si ricava $\varphi = o$ ossia A_2 è un punto del primo lato; un altro punto lo si ottiene determinando l'intersezione del suo prolungamento colla verticale per B, per il che basta fare nella stessa (3) $u = 2a$ e si ha:

$$\varphi = \frac{P}{h} \cdot \frac{a}{f} q.$$

Facendo poi nella (6) $u = o$, si ottiene:

$$\varphi = \frac{P}{h} \cdot u_1$$

che definisce l'intersezione del terzo lato prolungato colla AA_2: un altro punto di questo lato facile a determinarsi è l'intersezione n_2 colla orizzontale $A_2 B_2$, punto che si ottiene, come è noto, congiungendo A col centro n dei momenti fino ad incontrare in n_1 la linea B C ed abbassando poi la verticale $n_1 n_2$. Finalmente facendo nella (8) $u = 2a$ si ricava $\varphi = o$, ossia l'ultimo lato passa per B_2.

Ciò posto, prescindendo dal fattore costante $\frac{P}{h}$, la costruzione della spezzata

può eseguirsi come segue. Condotta l'orizzontale $A_2 B_2$ e determinato il punto di passaggio n_2, si prendano sulle verticali degli appoggi due segmenti $A_2 M = u_1$ e $B_2 K = \frac{a}{f} q$: si tiri il primo lato $A_2 \alpha$ definito dai punti A_2 e K ed il terzo $\gamma\beta$ individuato dai punti M ed n_2, si congiunga poi α con β e γ con B_2. Per verifica della costruzione, l'ultimo lato γB_2 deve intersecare sulla verticale di A un segmento $A_2 N = - \frac{a}{f} q_1$ come si ricava facendo nella (8) $u = o$. Il primo ed il terzo lato prolungati si intersecano sulla verticale del centro dei momenti, come si rileva immediatamente facendo nella (3) e nella (6) $u = u_1$.

La spezzata $A_2 \alpha \beta \gamma B_2$ così determinata gode dunque della proprietà che, posto un carico concentrato P in un punto qualunque del palco del ponte, l'ordinata η sulla verticale del carico compresa fra l'orizzontale $A_2 B_2$ e la spezzata, letta nella scala delle lunghezze e moltiplicata per $\frac{P}{h}$, dà lo sforzo normale φ che sopporta la tavola superiore m della sezione mn, prodotto dal carico P occupante quella determinante posizione.

Quanto poi alla natura dello sforzo è da osservare che esso varia collo spostarsi del carico; si riconosce facilmente che è di compressione finchè il carico trovasi fra la verticale di A e quella di n_1, è invece di tensione quando il carico è situato fra quest' ultima verticale e quella di B: nella figura le ordinate positive corrispondono a sforzi di compressione.

Una rappresentazione analoga è stata fatta per lo sforzo che sopporta la tavola inferiore n, seguendo in tutto il processo sopra esposto, prendendo come nuovo centro dei momenti il punto m, scambiando u_1 in u'_1, q in q', q_1 in q'_1 e si è ottenuta la spezzata $A_3 \alpha_1 \beta_1 \gamma_1 B_3$.

Anche lo sforzo di taglio prodotto nella sezione mn per effetto del carico P che transita sul ponte è rappresentabile colle ordinate di una spezzata di cui vogliamo ora trovare la costruzione. Indicheremo sempre in seguito con θ l'angolo che la traccia della sezione mn fa colla verticale, con x e z le coordinate del punto medio della sezione che si considera riferite agli assi O A, O C e con c il segmento $r - f$. Finchè il carico si trova nel tratto $A_1 D_1$, la risultante delle forze esterne è la stessa reazione dell'appoggio B; la projezione di tale reazione, ovvero delle sue due componenti Q ed X_2 sul piano della sezione, dà la forza tagliante σ: si avrà quindi:

$$\sigma = Q \text{ sen } \theta + X_2 \cos. \theta$$

$$\text{sen } \theta = \frac{x}{r} \qquad \cos. \theta = \frac{c + z}{r}$$

si ha poi:

$$Q = P \frac{u}{2f} \qquad X_2 = P \frac{u}{2a}$$

quindi:

$$\sigma = \frac{P}{r} \frac{u}{2a} \left\{ \frac{a}{f} x + c + z \right\}. \tag{9}$$

Se invece il carico si trova sul tratto $D_1 E_1$ si avrà per σ il valore seguente:

$$\sigma = Q \text{ sen } \theta + (X_2 - Y) \cos. \theta$$

ossia:

$$\sigma = \frac{P}{r} \frac{u}{2a} \left\{ \frac{a}{f} x + c + z - \frac{2a}{u} \frac{u - 2\delta}{\delta} (c + z) \right\}. \tag{10}$$

Si supponga ora che il carico P si muova sul tratto $E_1 C_1$; si avrà:

$$\sigma = Q \text{ sen } \theta + (X_2 - P) \cos. \theta$$

ovvero:

$$\sigma = \frac{P}{r} \frac{u}{2a} . \left\{ \frac{a}{f} x + c + z - \frac{2a}{u} (c + z) \right\}. \tag{11}$$

Che se finalmente il carico P si muove sull' altra metà dell' arco cioè fra i punti C_1 e B_1 risulta:

$$\sigma = Q \text{ sen } \theta - X_1 \cos. \theta$$

ed avendosi:

$$Q = P \frac{2a - u}{2f} \qquad X_1 = P \frac{2a - u}{2a}$$

si ottiene:

$$\sigma = \frac{P}{r} \frac{2a - u}{2a} \left\{ \frac{a}{f} x - (c + z) \right\}. \tag{12}$$

Dalle formole (9) (10) (11) e (12) si rileva che lo sforzo σ varia linearmente con u e può quindi rappresentarsi, come lo sforzo φ, colle ordinate di una spezzata, i cui lati si succedono con continuità, giacchè posto $u = 2\delta$ si ricava per σ lo stesso valore tanto dalla (9) che dalla (10) come pure danno lo stesso risultato le (10) ed (11) per $u = 3\delta$ e le (11) e (12) per $u = a$. È facile poi ottenere il punto d' intersezione del terzo lato coll' orizzontale $A_4 B_4$ a partire dalla quale si misurano le ordinate, basta infatti calare da A la normale sul piano della sezione mn fino ad incontrare la CB in v, la verticale per v interseca la $A_4 B_4$ nel punto cercato v_1. E qui giova osservare che tale costruzione dà un punto reale di ordinata nulla finchè il punto v cade nel tratto $C O_1$ che se invece cade nel tratto C B, il punto v_1 non è più un punto di ordinata nulla, ma è però sempre un punto geometrico del terzo lato della spezzata. Considerando infatti la sezione $m' n'$ per la quale il punto v cade in v_0 nel tratto C B, si ha dalla figura:

$$\overline{AT} = \frac{c + z}{x} . \overline{v_0 T}$$

come pure dalla figura stessa si ricava:

$$\overline{v_0 T} = \frac{f}{a} \left\{ 2a - \overline{AT} \right\}$$

e quindi

$$\overline{AT} = \frac{2(c + z)}{\frac{x}{f} + \frac{c + z}{a}}$$

valore che coincide con quello che assume u quando si faccia nella (11) $\sigma = o$;

quindi la verticale per v_0 dà ancora il punto di passaggio cercato. Facendo poi nella formola (9) $u=o$ ed $u=2a$ si ha rispettivamente:

$$\sigma=o$$
$$\sigma=\frac{P}{r}\left\{\frac{a}{f}x+c+z\right\}$$

mentre che dalla (11) per $u=o$ si ricava:

$$\sigma=-\frac{P}{r}(c+z)$$

e dalla (12) per $u=2a$ ed $u=o$ si ha:

$$\sigma=o$$
$$\sigma=\frac{P}{r}\left\{\frac{a}{f}x-(c+z)\right\}.$$

Ciò posto, si può descrivere la spezzata nel modo seguente: condotta l'orizzontale $A_4\,B_4$ e trovato il punto di passaggio v_1, si prendano sulle verticali di B e di A due segmenti $B_4\,K_1=\frac{a}{f}x+c+z$ ed $A_4\,M_1=-(c+z)$ si tracci il primo lato $A_4\,\alpha_2$ che prolungato passa per K_1 ed il terzo $\beta_2\,\gamma_2$ che prolungato passa per M_1, si congiunga poi α_2 con β_2 e γ_2 con B_4: per verifica l'ultimo lato $\gamma_2\,B_4$ prolungato intersecherà sulla verticale di A un segmento $A_4\,N_1=\frac{a}{f}x-(c+z)$.

Le ordinate di questa spezzata lette nella scala delle lunghezze e moltiplicate poi per $\frac{P}{r}$ danno lo sforzo σ. Nella figura le ordinate sono state ridotte di $\frac{1}{3}$ cosicchè debbono moltiplicarsi per $\frac{3P}{r}$.

Archi a due cerniere.

Negli archi a due cerniere, quando il carico venga trasmesso per mezzo di montanti, la spinta orizzontale Q varia, come è noto, secondo le ordinate di una spezzata i cui vertici cadono sulle verticali dei montanti; ne segue che uno qualunque dei diagrammi che abbiamo or ora tracciati per l'arco a tre cerniere, presenta per questi altri archi tanti lati quanti sono gl' intervalli fra i montanti e quindi troppo complicata ne risulterebbe la costruzione. Tuttavia si ottiene facilmente un diagramma degli sforzi col semplice considerare separatamente l'azione delle due componenti Q ed X delle reazioni totali degli appoggi. La reazione verticale X e la componente Y, quando occorre di considerarla, variano, collo spostarsi del carico P, secondo le ordinate di una retta; quindi le sollecitazioni da esse prodotte sono ancora rappresentabili colle ordinate di una spezzata simile alle precedenti. Quanto poi agli sforzi generati dalla Q, questi si ottengono moltiplicando la spinta stessa per un determinato coefficiente indipendente dalla posizione del carico; ossia, quella medesima linea poligonale, le cui ordinate danno la spinta Q prodotta da un carico isolato che si muove sul ponte, può servire a rappresentare proporzionalmente gli sforzi cercati. Ne deriva che se si prende tale coefficiente come moltiplicatore generale per il diagramma, gli sforzi prodotti dalla spinta Q potranno senza altro rappresentarsi colle ordinate della linea suddetta.

L'applicazione ad un esempio renderà manifesta la semplicità della costruzione. Supponiamo, come si è fatto per l'arco a tre cerniere, la sezione a doppio T e cerchiamo lo sforzo φ nella tavola superiore della sezione mn (fig. 2). Chiamiamo ancora con X_1, X_2 le reazioni verticali degli appoggi, con x_1, x_2 i loro bracci di leva rispetto il centro n dei momenti e con q il braccio di leva della Q: sia poi φ_1 lo sforzo prodotto dalle sole forze verticali e φ_2 quello prodotto dalla Q. S'imagini di già descritta la linea, di cui sopra si è parlato, in tal guisa che le sue ordinate che indicheremo colla lettera μ lette nella scala delle lunghezze e moltiplicate per $\frac{P}{f}$ diano la spinta orizzontale Q prodotta dal carico P che si muove sul ponte.

Qualunque sia la posizione del carico, si ha sempre:

$$\varphi_2 h = -Qq$$

ossia:

$$\varphi_2 = -\frac{P}{fh} q \cdot \mu . \tag{13}$$

Quanto poi allo sforzo φ_1, supponiamo da prima che il carico si trovi nel tratto $A_1 D_1$ si ha allora:

$$\varphi_1 h = X_2 x_2$$

ossia:

$$\varphi_1 = \frac{P}{h} \frac{u}{2a} x_2$$

che può anche scriversi:

$$\varphi_1 = \frac{P}{fh} q \cdot \frac{x_2}{q} f \frac{u}{2a}. \tag{14}$$

Se il carico si trova fra D_1 ed E_1 si ha:

$$\varphi_1 h = X_2 x_2 - Y y$$

ossia:

$$\varphi_1 = \frac{P}{h} \left\{ \frac{u}{2a} x_2 - \frac{u-3\delta}{\delta} y \right\}$$

od anche:

$$\varphi_1 = \frac{P}{fh} q \left\{ \frac{x_2}{q} f \frac{u}{2a} - \frac{y}{q} f \frac{u-3\delta}{\delta} \right\}. \tag{15}$$

Se finalmente il carico si muove nel tratto $E_1 B_1$ si ha:

$$\varphi_1 h = X_1 x_1$$

ossia:

$$\varphi_1 = \frac{P}{h} \frac{2a-u}{2a} x_1$$

od anche:

$$\varphi_1 = \frac{P}{fh} q \cdot \frac{x_1}{q} f \frac{2a-u}{2a} . \tag{16}$$

Le formole (14) (15) e (16) fanno vedere che lo sforzo φ_1 varia linearmente con u, ed è quindi rappresentabile colle ordinate di una spezzata a lati rettilinei: la circostanza poi che le (14) e (15) coincidono per $u = 3\delta$ e che coincidono pure la (15) e la (16) per $u = 4\delta$ rende manifesto che i suoi lati si succedono con

continuità. L'effettiva costruzione della spezzata si ricava dai seguenti valori singolari: fatto $u=o$ ed $u=2a$ si ha dalla (14):

$$\varphi_1=o$$

$$\varphi_1=\frac{P}{fh}q\cdot\frac{x_2}{q}f$$

e dalla (16):

$$\varphi_1=\frac{P}{fh}q\cdot\frac{x_1}{q}f.$$

$$\varphi_1=o$$

Condotta l'orizzontale A_2 B_2 si prenda $B_2K=\frac{x_2}{q}f$ ed $A_2M=\frac{x_1}{q}f$; della congiungente A_2K si segni il tratto $A_2\alpha$ e della B_2M il tratto $B_2\beta$, si tracci poi la $\alpha\beta$. Si costruisca in seguito la linea A_2 C_2 B_2 le cui ordinate moltiplicate per $\frac{P}{f}$ danno la spinta Q: le ordinate comprese fra la detta linea e la spezzata, lette nella scala delle lunghezze e moltiplicate per $\frac{P}{fh}q$ danno lo sforzo φ somma algebrica di φ_1 e φ_2. Queste ordinate si devono misurare a partire dalla linea A_2 C_2 B_2 e sono positive o negative, ossia corrispondenti a sforzi di compressione o di tensione, secondo che si sviluppano al di sopra o al di sotto della linea medesima.

In modo interamente analogo si è proceduto per determinare il diagramma $A_3\alpha_1\beta_1$ B_3 C_3 A_3 che dà lo sforzo normale contro la tavola inferiore n. Nella figura tutte le ordinate sono state ridotte a metà, cosicchè debbono moltiplicarsi per $\frac{2P}{fh}q$.

Un processo simile a quello tenuto per determinare gli sforzi di compressione e di tensione è applicabile anche alla determinazione delle forze taglianti, usando ancora dello stesso metodo, di distinguere cioè l'effetto prodotto dalla Q da quello delle forze verticali. Ritenendo le stesse denominazioni usate nell'arco a tre cerniere, qualunque sia la posizione del carico, si ha per lo sforzo σ_2 prodotto dalla spinta orizzontale Q:

$$\sigma_2=Q\ \text{sen}\ \theta$$

ossia:

$$\sigma_2=\frac{P}{fr}x\cdot\mu$$

sforzo diretto dal centro verso l'esterno e che riterremo come positivo. Lo sforzo σ_1 invece prodotto dalle forze verticali varia di espressione colle diverse posizioni del carico; supponendo dapprima che il carico si trovi sul tratto A_1 D_1 si ha:

$$\sigma_1=X_2\cos.\theta$$

ossia:

$$\sigma_1=P\frac{u}{2a}\frac{c+z}{r}$$

che può anche scriversi:

$$\sigma_1=\frac{P}{fr}x\cdot\frac{f}{x}\frac{u}{2a}(c+z). \tag{17}$$

Se il carico s' inoltra nel tratto D_1 E_1 si ha:

$$\sigma_1=(X_2-Y)\cos.\theta.$$

ossia:

$$\sigma_1 = P \left\{ \frac{u}{2a} - \frac{u - 3\delta}{\delta} \right\} \frac{(c + z)}{r}$$

ovvero:

$$\sigma_1 = \frac{P}{fr} x \,.\, \frac{f}{x} \left\{ \frac{u}{2a} - \frac{u - 3\delta}{\delta} \right\} (c + z). \tag{18}$$

Finalmente quando il carico si muove nel tratto $E_1 B_1$ si avrà:

$$\sigma_1 = - X_1 \cos\theta$$

ossia:

$$\sigma_1 = - P \frac{2a - u}{2a} \frac{c + z}{r}$$

od anche:

$$\sigma_1 = - \frac{P}{fr} x \,.\, \frac{f}{x} \frac{2a - u}{2a} (c + z). \tag{19}$$

Anche qui si vede come gli sforzi σ_1 dati dalle (17) (18) e (19) variino linearmente con u e si possano quindi rappresentare colle ordinate di una spezzata, i cui lati si succedono con continuità, giacchè sono identiche le (17) e (18) per $u = 3\delta$, come lo sono anche le (18) e (19) per $u = 4\delta$. Per costruire questa spezzata si osservi che per $u = o$ ed $u = 2a$ si ha dalla (17):

$$\sigma_1 = o$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{fr} x \,.\, \frac{f}{x} (c + z)$$

e dalla (19):

$$\sigma_1 = - \frac{P}{fr} x \,.\, \frac{f}{x} (c + z)$$

$$\sigma_1 = o$$

Preso quindi $B_4 K_2 = \frac{f}{x} (c + z)$, congiungendo A_4 con K_2 si ottiene il primo lato $A_4 \alpha_2$: per B_4 si guidi la parallela $B_4 \beta_2$: si congiunga poi α_2 con β_2. Si porti quindi in $A_4 C_4 B_4$ la linea della spinta Q: le ordinate comprese fra la suddetta linea e la spezzata $A_4 \alpha_2 \beta_2 B_4$ lette nella scala delle lunghezze e moltiplicate per $\frac{P}{fr} x$ danno lo sforzo totale σ eguale alla somma algebrica di σ_1 e σ_2: sforzo che sarà positivo, cioè diretto verso l' esterno, ovvero negativo, cioè diretto verso l' interno, secondo che l' ordinata si svilupperà al di sopra o al di sotto della linea $A_4 C_4 B_4$. Nella figura le ordinate sono state ridotte a metà, di modo che debbono moltiplicarsi per $\frac{2P}{fr} x$.

Dovendosi prendere in considerazione gli sforzi provocati in più sezioni, siano poi questi di compressione o tensione oppure di taglio, converrà di sovrapporre i varî diagrammi, con che si ha il vantaggio di tracciare una sola volta la linea della spinta Q non rimanendo per le altre sezioni che a descrivere le spezzate relative alle forze verticali.

Dietro i risultati ottenuti è dunque possibile in un arco a due o a tre cerniere a sezione di doppio T di determinare lo sforzo di compressione o di tensione

contro la tavola superiore ed inferiore e lo sforzo di taglio nella costola verticale di una sezione qualunque, prodotto dal passaggio di un carico isolato. Ciò fatto, si può procedere al calcolo dei valori massimi che possono raggiungere tali sforzi in seguito al passaggio di un dato sistema di carichi concentrati ovvero di un carico ripartito uniformemente e, determinati tali massimi, si potranno finalmente calcolare le varie sezioni dell' arco in guisa da assicurare la stabilità del medesimo. Ma se la sezione dell' arco a due o a tre cerniere non è più a doppio T, gli sforzi di compressione o di tensione non si possono più ritenere come due forze concentrate; ma tutti gli elementi della sezione concorrono a sopportare tali sforzi e la ripartizione dei medesimi si fa colla legge della flessione composta. Detta cioè v la distanza di una fibra qualunque da un asse baricentrico normale al piano di flessione, R lo sforzo unitario di tensione o pressione che si sviluppa nella medesima, N la componente normale al piano della sezione della risultante delle forze esterne, M il momento di tale risultante rispetto al baricentro della sezione, A l' area della medesima e ρ il suo raggio d' inerzia rispetto all'asse suddetto, si avrà:

$$R = \frac{1}{A}\left\{ N + \frac{Mv}{\rho^2} \right\}$$

sforzo che diventa massimo per il valor massimo di v cioè per le fibre più lontane: detta v_1 tale distanza, si ha per queste:

$$R = \frac{1}{A}\left\{ N + \frac{Mv_1}{\rho^2} \right\}. \tag{20}$$

Trovandosi in questa formola l' area e il raggio d' inerzia della sezione, è evidente come non si possa più calcolarla direttamente. In questo caso si deve quindi procedere ad un calcolo di verifica; fissata cioè la sezione dell' arco con metodo approssimato (ciò che si fa generalmente calcolando la sezione di mezzo di una metà dell'arco, supponendo l'altra metà sopraccaricata uniformemente), si devono determinare le massime pressioni e tensioni unitarie che possono svilupparsi ai lembi di più sezioni e verificare che tali massimi siano di poco inferiori o tutto al più eguali al limite dei carichi permanenti che vuolsi adottare. Un tale processo poi deve anche tenersi per gli sforzi di taglio, verificare cioè che le massime forze taglianti, supposte ripartite uniformemente sulle aree delle sezioni, non producano uno sforzo unitario superiore al limite che si vuole ammettere. Quanto agli sforzi di taglio è evidente che possono servire per questo calcolo di verifica quelle stesse spezzate che furono descritte per la sezione a doppio T; ma non è così per gli sforzi di compressione e di tensione per i quali vogliamo ora vedere come si possa descrivere un diagramma che goda delle stesse proprietà dei precedenti.

Consideriamo da principio gli archi a tre cerniere: oltre le denominazioni già usate, indichiamo con R_1 R_2 r_1 r_2 le reazioni totali degli appoggi ed i loro bracci di leva rispetto al baricentro della sezione, con φ_1 e φ_2 gli angoli che le loro direzioni formano colla traccia della sezione, con y il braccio di leva della componente Y del carico rispetto allo stesso baricentro, con l la corda del semiarco. Supposta poi la sezione simmetrica rispetto all'asse baricentrico normale al piano di flessione, con che il baricentro si trova alla metà della sua altezza h, si ha $v_1 = \frac{h}{2}$. Determiniamo

lo sforzo unitario R di compressione o di tensione al lembo superiore m della sezione mn (fig. 3), durante il passaggio del carico P. Nella figura le linee di contorno rappresentano i lembi dell'arco, le linee segnate a tratti e punti il luogo dei limiti del nocciolo centrale. Applicando sempre la formula (20) si ha, finchè il carico si trova nel tratto $A_1 D_1$:

$$N = R_2 \operatorname{sen} \varphi_2 \qquad M = R_2 r_2$$

ed avendosi:

$$R_2 = \frac{X_2}{\operatorname{sen} \psi} = \frac{l}{f} P \frac{u}{2a}$$

si deduce:

$$R = \frac{P}{Af} \frac{u}{2a} \left\{ l \operatorname{sen} \varphi_2 + \frac{lh}{2\rho^2} r_2 \right\}$$

od anche ponendo $\frac{lh}{2\rho^2} = \alpha$:

$$R = \frac{P}{Af} \frac{u}{2a} \left\{ l \operatorname{sen} \varphi_2 + \alpha r_2 \right\}. \tag{21}$$

Se il carico viene nel tratto $D_1 E_1$ si avrà:

$$N = R_2 \operatorname{sen} \varphi_2 + Y \operatorname{sen} \theta \qquad M = R_2 r_2 - Yy$$

ossia:

$$N = \frac{l}{f} P \frac{u}{2a} \operatorname{sen} \varphi_2 + P \frac{u - 2\delta}{\delta} \frac{x}{r}$$

$$M = \frac{l}{f} P \frac{u}{2a} r_2 - P \frac{u - 2\delta}{\delta} y$$

e quindi:

$$R = \frac{P}{Af} \left[\frac{u}{2a} \left| l \operatorname{sen} \varphi_2 + \frac{lh}{2\rho^2} r_2 \right| + \frac{u - 2\delta}{\delta} \left\{ f \frac{x}{r} - \frac{fh}{2\rho^2} y \right\} \right]$$

ed anche ponendo $\frac{fh}{2\rho^2} = \alpha_1$

$$R = \frac{P}{Af} \left[\frac{u}{2a} \left| l \operatorname{sen} \varphi_2 + \alpha r_2 \right| + \frac{u - 2\delta}{\delta} \left| f \frac{x}{r} - \alpha_1 y \right| \right]. \tag{22}$$

Quando poi il carico passa nel tratto $E_1 C_1$ si ha:

$$N = R_2 \operatorname{sen} \varphi_2 + P \operatorname{sen} \theta \qquad M = R_2 r_2 - P (u - u_1)$$

ossia:

$$N = \frac{l}{f} P \frac{u}{2a} \operatorname{sen} \varphi_2 + P \frac{x}{r} \qquad M = \frac{l}{f} P \frac{u}{2a} r_2 - P (u - u_1)$$

e quindi:

$$R = \frac{P}{Af} \left[\frac{u}{2a} \left| l \operatorname{sen} \varphi_2 + \alpha r_2 \right| + f \frac{x}{r} - \alpha_1 (u - u_1) \right]. \tag{23}$$

Finalmente se il carico si trova nel tratto $C_1 B_1$ si ha:

$$N = R_1 \operatorname{sen} \varphi_1 \qquad M = - R_1 r_1$$

ed avendosi:

$$R_1 = \frac{X_1}{\operatorname{sen} \psi} = \frac{l}{f} P \frac{2a - u}{2a}$$

risulta:

$$R = - \frac{P}{Af} \frac{2a - u}{2a} \left\{ \alpha r_1 - l \operatorname{sen} \varphi_1 \right\}. \tag{24}$$

Le equazioni (21) (22) (23) e (24) danno per R dei valori che variano linearmente con u e quindi rappresentabili colle ordinate di una spezzata: si ha poi il medesimo valore di R dalle (21) e (22) per $u=2\delta$, dalle (22) e (23) per $u=3\delta$ e dalle (23) e (24) per $u=a$ [1], cosicchè i lati si succedono con continuità. Si osservi poi che per $u=o$ ed $u=2a$ si ha dalla (21):

$$R=0$$

$$R=\frac{P}{Af}\left\{ l \operatorname{sen} \varphi_2 + \alpha r_2 \right\}$$

mentre che dalla (23) per $u=o$ si ricava:

$$R=\frac{P}{Af}\left\{ f\frac{x}{r} + \alpha_1 u_1 \right\}$$

e dalla (24) per $u=2a$:

$$R=o.$$

Si può quindi costruire la spezzata nel seguente modo: presa un'orizzontale $A_2 B_2$ si determini il punto di passaggio n_3, ciò che si ottiene, come è noto, congiungendo A con n_1 limite inferiore del nocciolo centrale fino in n_2 e calando la verticale $n_2 n_3$: si prenda quindi $B_2 K = l \operatorname{sen} \varphi_2 + \alpha r_2$ ed $A_2 M = f\frac{x}{r} + a_1 u_1$ si tirino i lati $A_2 \alpha$ e $\gamma\beta$ che prolungati passano rispettivamente per K e per M: si congiunga quindi α con β e γ con B_2. Le ordinate della spezzata $A_2 \alpha \beta \gamma B_2$ così descritta lette nella scala delle lunghezze e moltiplicate per $\frac{P}{Af}$ danno lo sforzo unitario R di pressione o di tensione secondo che l'ordinate si sviluppano al di sopra o al di sotto dell'orizzontale $A_2 B_2$. Si ha una verifica della costruzione della spezzata in ciò che l'ultimo lato prolungato deve intersecare sulla verticale di A un segmento $A_2 N = -\{\alpha r_1 - l \operatorname{sen} \varphi_1\}$, come si ricava dalla (24) fatto $u=o$. Nella figura le ordinate sono state ridotte di $\frac{1}{20}$, cosicchè devono essere moltiplicate per $\frac{20\,P}{A f}$. Si ottengono poi speditamente i segmenti $l \operatorname{sen} \varphi_1$ ed $l \operatorname{sen} \varphi_2$ conducendo per A e B due parallele alla traccia della sezione e calando da C la normale comune.

[1] Perchè coincidano le (23) e (24) per $u=a$ deve essere:

$$\frac{1}{2}\left\{ l \operatorname{sen} \varphi_2 + \frac{lh}{2_f^2} r_2 \right\} + f\frac{x}{r} - \frac{fh}{2_f^2}(a-u_1) = \frac{1}{2}\left\{ l \operatorname{sen} \varphi_1 - \frac{lh}{2_f^2} r_1 \right\} \qquad (1)$$

ossia:

$$\frac{lh}{4_f^2}(r_2+r_1) - \frac{fh}{2_f^2}x + f\frac{x}{r} = \frac{1}{2} l \operatorname{sen} \varphi_1 - \frac{1}{2} l \operatorname{sen} \varphi_2 . \qquad (2)$$

Condotta nella figura la verticale per il centro o della sezione, si ricava facilmente: $\frac{r_2}{r_1} = \frac{oe}{oe_1}$ da cui $r_2+r_1 = (oe+oe_1)\frac{r_1}{oe_1}$ si ha poi dalla figura stessa $\frac{oe+oe_1}{x} = \frac{2f}{a}$ ed $\frac{r_1}{oe_1} = \frac{a}{l}$ quindi $r_2+r_1 = \frac{2f}{l}x$ valore che sostituito nella (2) la riduce a: $2f\frac{x}{r} = l \operatorname{sen} \varphi_1 - l \operatorname{sen} \varphi_2$.

Conducendo da A la normale AT alla sezione e da O_1 la parallela, risulta $\overline{AS} = l \operatorname{sen} \varphi_1 - l \operatorname{sen} \varphi_2$ mentre che dai triangoli simili ASO_1 e oFO si ha anche $\overline{AS} = 2f\frac{x}{r}$: quindi la (1) rimane soddisfatta.

In modo affatto simile si costruisce la spezzata per il lembo inferiore n.

Un processo analogo può tenersi se l'arco è a due cerniere, avvertendo per altro di sostituire alle reazioni R_1 R_2 le loro componenti (Q, X_1) e (Q, X_2) e di assumere come coefficiente del diagramma quello che, moltiplicato per la spinta Q, dà la parte dello sforzo R da questa prodotto. Per fare un esempio, determiniamo lo sforzo unitario R al lembo superiore della sezione $m n$ (fig, 4). Separiamo, come si è fatto per la sezione a doppio T, gli effetti prodotti dalla Q da quelli prodotti dalle forze verticali, indicando con R', N', M', i valori che assumono R, N, M, della formola (20) per effetto delle sole forze verticali e con R'', N'', M'', quelli provenienti dalla sola Q. Qualunque sia la posizione del carico sull'arco, si ha sempre, ritenendo le solite donominazioni:

$$N'' = Q \cos.\theta \qquad M'' = - Q z$$

ossia:

$$N'' = \frac{P}{f} \mu \frac{c + z}{r} \qquad M'' = - \frac{P}{f} \mu z$$

e quindi:

$$R'' = - \frac{P}{A f} \left\{ \frac{h}{2\rho^2} z - \frac{c + z}{r} \right\} \mu$$

od anche, ponendo $\frac{h}{2\rho^2} z - \frac{c + z}{r} = \lambda$:

$$R'' = - \frac{P}{A f} \lambda . \mu . \tag{25}$$

Quanto ad R' supponiamo dapprima il carico situato fra A_1 e D_1 si avrà:

$$N' = - X_2 \operatorname{sen} \theta \qquad M' = X_2 x_2$$

ossia:

$$N' = - P \frac{u}{2a} \frac{x}{r} \qquad M' = P \frac{u}{2a} x_2$$

e quindi:

$$R' = \frac{P}{A} \frac{u}{2a} \left\{ \frac{h}{2\rho^2} x_2 - \frac{x}{r} \right\}$$

e ponendo $\frac{h}{2\rho^2} x_2 - \frac{x}{r} = \lambda_1$ si ha:

$$R' = \frac{P}{A f} \lambda . \frac{u}{2a} f \frac{\lambda_1}{\lambda} . \tag{26}$$

Se il carico viene nel tratto D_1 E_1 si ha:

$$N' = (Y - X_2) \operatorname{sen} \theta \qquad M' = X_2 x_2 - Y y$$

ossia:

$$N' = P \left\{ \frac{u - 3\delta}{\delta} - \frac{u}{2a} \right\} \frac{x}{r} \qquad M' = P \left\{ \frac{u}{2a} x_2 - \frac{u - 3\delta}{\delta} y \right\}$$

e quindi:

$$R' = \frac{P}{A} \left[\frac{u}{2a} \left\{ \frac{h}{2\rho^2} x_2 - \frac{x}{r} \right\} - \left\{ \frac{h}{2\rho^2} y - \frac{x}{r} \right\} \frac{u - 3\delta}{\delta} \right]$$

ovvero, ponendo $\frac{h}{2\rho^2} y - \frac{x}{r} = \lambda_2$:

$$R' = \frac{P}{A f} \lambda \left\{ \frac{u}{2a} f \frac{\lambda_1}{\lambda} - \frac{u - 3\delta}{\delta} f \frac{\lambda_2}{\lambda} \right\} . \tag{27}$$

Finalmente se il carico si trova nel tratto $E_1 B_1$ si ha:

$$N' = X_1 \operatorname{sen} \theta \qquad M' = X_1 x_1$$

ossia:

$$N' = P \frac{2a - u}{2a} \frac{x}{r} \qquad M' = P \frac{2a - u}{2a} x_1$$

e quindi;

$$R' = \frac{P}{A} \frac{2a - u}{2a} \left\{ \frac{h}{2\rho^2} x_1 + \frac{x}{r} \right\}$$

che può anche scriversi, ponendo $\frac{h}{2\rho^2} x_1 + \frac{x}{r} = \lambda'_1$:

$$R' = \frac{P}{A f} \lambda . \frac{2a - u}{2a} f \frac{\lambda'_1}{\lambda}. \tag{28}$$

Lo sforzo unitario R' dato dalle formole (26) (27) e (28) varia linearmente con u ed è quindi rappresentabile colle ordinate di una spezzata i cui lati si succedono con continuità, giacchè coincidono le (26) e (27) per $u = 3\delta$, come pure coincidono le (27) e (28) per $u = 4\delta$. Si descrive facilmente una tale spezzata, osservando che dalla (26) si ha per $u = o$ ed $u = 2a$ rispettivamente

$$R' = 0$$

$$R' = \frac{P}{A f} \lambda . \frac{\lambda_1}{\lambda} f$$

mentre che dalla (28) per gli stessi valori di u si ricava:

$$R' = \frac{P}{A f} \lambda . \frac{\lambda'_1}{\lambda} f$$

$$R' = 0.$$

Condotta un'orizzontale $A_2 B_2$ si prenda $B_2 K = \frac{\lambda_1}{\lambda} f$ ed $A_2 M = \frac{\lambda'_1}{\lambda} f$ si conducano i lati $A_2 \alpha$ e $B_2 \beta$ che prolungati passano per K e per M, si congiunga quindi α con β. Riportata poi in $A_2 C_2 B_2$ la linea della spinta Q, l'ordinata interposta fra la linea suddetta e la spezzata $A_2 \alpha \beta B_2$ letta nella scala delle lunghezze e moltiplicata per $\frac{P}{A f} \lambda$, dà lo sforzo unitario totale R, che sarà di compressione o di tensione secondochè si trova al di sopra o al di sotto della linea $A_2 C_2 B_2$.

Nella figura le ordinate sono state ridotte a metà, di guisa che devono moltiplicarsi per $\frac{2 P}{A f} \lambda$.

In modo affatto analogo si otterrebbe il diagramma per lo sforzo unitario R al lembo inferiore n.

APPENDICE

Crediamo conveniente dire due parole sul modo di utilizzare le spezzate di cui abbiamo parlato fin qui, relative cioè ad un carico isolato, per ricavare i massimi sforzi prodotti nelle varie sezioni da un sistema di carichi concentrati ovvero da un carico ripartito uniformemente che transita sul ponte. Il lettore che voglia approfondire quest'argomento potrà consultare il lavoro già citato del prof. Favero: qui

non si fa che dare un'idea del processo da tenersi. Supponiamo da principio che il sopraccarico a cui deve assoggettarsi il ponte sia costituito da un complesso di carichi concentrati e cerchiamo p. e. il massimo sforzo Φ da essi prodotto contro la tavola superiore m della sezione $m\,n$ nell'arco a tre cerniere (fig. 1). Descritta la spezzata $A_2\,\alpha\,\beta\,\gamma\,B_2$ relativa ad un solo carico isolato P, si segni sopra una striscia di carta la posizione relativa di tutti i carichi, in generale non eguali; quindi la si faccia scorrere lungo la $A_2\,B_2$. In una posizione qualunque, conducendo delle verticali per i punti della cartolina che rappresentano le posizioni dei carichi, la somma delle ordinate intercette nella spezzata, moltiplicate ciascuna per il relativo coefficiente $\frac{P}{h}$, darà lo sforzo totale Φ prodotto dal sistema dei carichi in quella posizione. Piuttosto che moltiplicare ciascuna ordinata per un fattore diverso $\frac{P}{h}$, conviene descrivere tante spezzate quanti sono i carichi di diversa intensità, moltiplicando le ordinate della spezzata relativa ad un determinato carico P, che si vuole prendere come moltiplicatore generale, pel rapporto che esiste fra gli altri carichi ed il P stesso. Finchè il complesso di carichi si sposta in modo che nessuno di essi passi per le verticali condotte per i vertici della spezzata, la somma delle ordinate ossia lo sforzo Φ varia secondo le ordinate di una retta. Tale retta muta di direzione ogni volta che si verifica uno di quei passaggi che possiamo chiamare coincidenze. Ne deriva che se si fa scorrere la cartolina sempre nello stesso senso dal punto in cui sta per entrare il primo carico sul ponte fino al punto in cui sono tutti usciti e se ad ogni coincidenza si fa la somma algebrica delle ordinate e si riporta come ordinata a partire dall' orizzontale $A_2\,B_2$ prolungata e nelle varie posizioni che assume un punto qualunque della cartolina, riunendo con rette i vertici di tali ordinate si otterrà una nuova spezzata che rappresenterà la legge di variazione dello sforzo Φ. Se si ha solamente di mira di calcolare il massimo di Φ basterà descrivere quella piccola parte del diagramma, in cui si prevede si troverà l'ordinata massima: questa, letta nella scala delle lunghezze e moltiplicata per $\frac{P}{h}$, darà lo sforzo Φ cercato.

Che se poi il sistema di sopraccarico potesse essere rappresentato da un carico ripartito uniformemente, riesce molto più spedita la ricerca del massimo di Φ. Sia infatti $p\,d\,u$ un carico elementare d' intensità p per metro corrente ripartito uniformemente ed esteso al tratto $d\,u$. Lo sforzo elementare $d\,\Phi$ prodotto da tale carico sarà dato da:

$$d\,\Phi = \frac{p\,d\,u}{h}\,.\,\eta$$

ovvero da:

$$d\,\Phi = \frac{p}{h}\,.\,\eta\,d\,u$$

e se il carico si estende per un tratto qualunque $u'' - u'$ si avrà:

$$\Phi = \frac{p}{h}\int_{u'}^{u''} \eta\,d\,u$$

ossia indicando con F l'area compresa fra la spezzata e l'ordinate estreme del carico si ha:

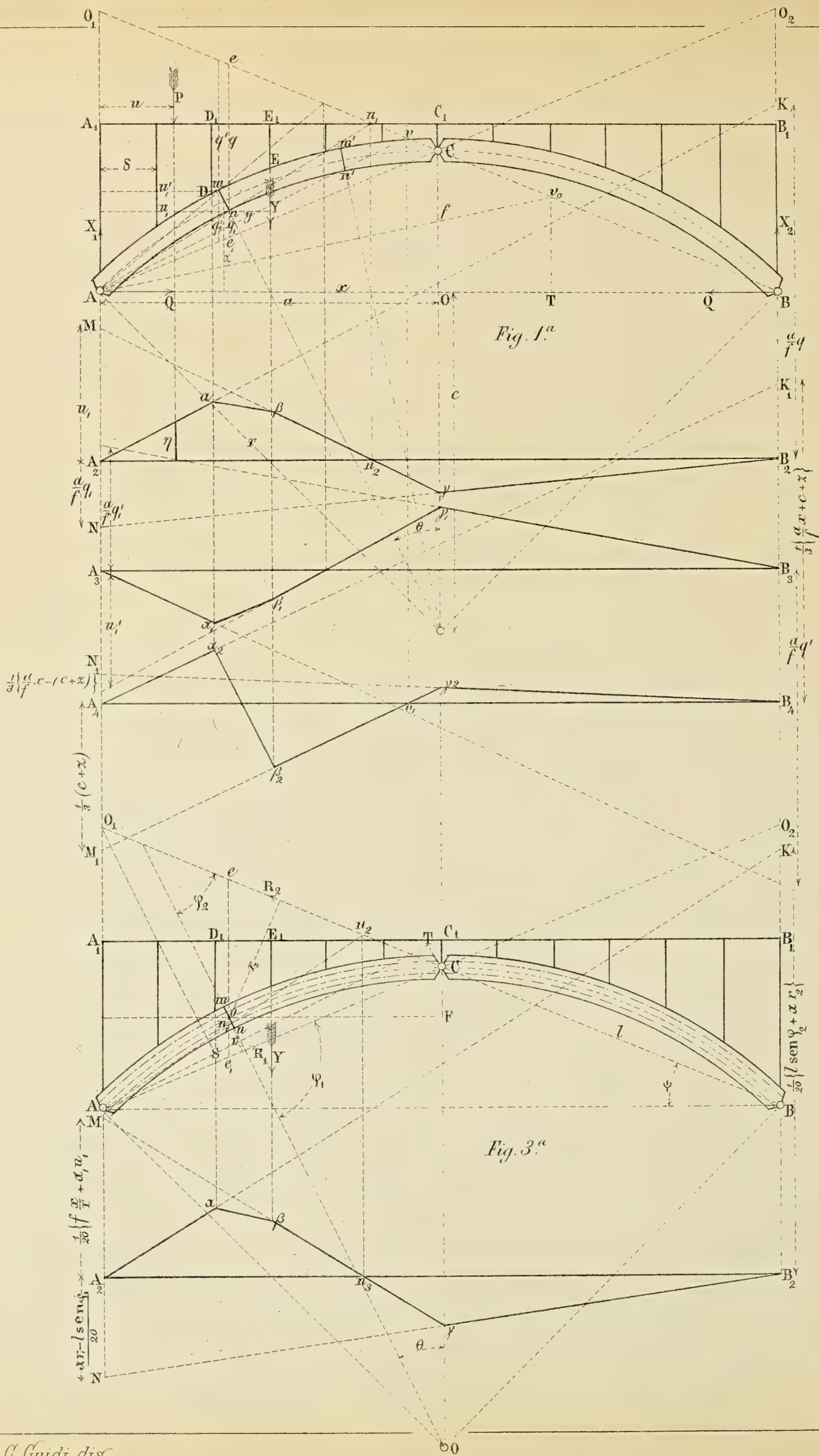
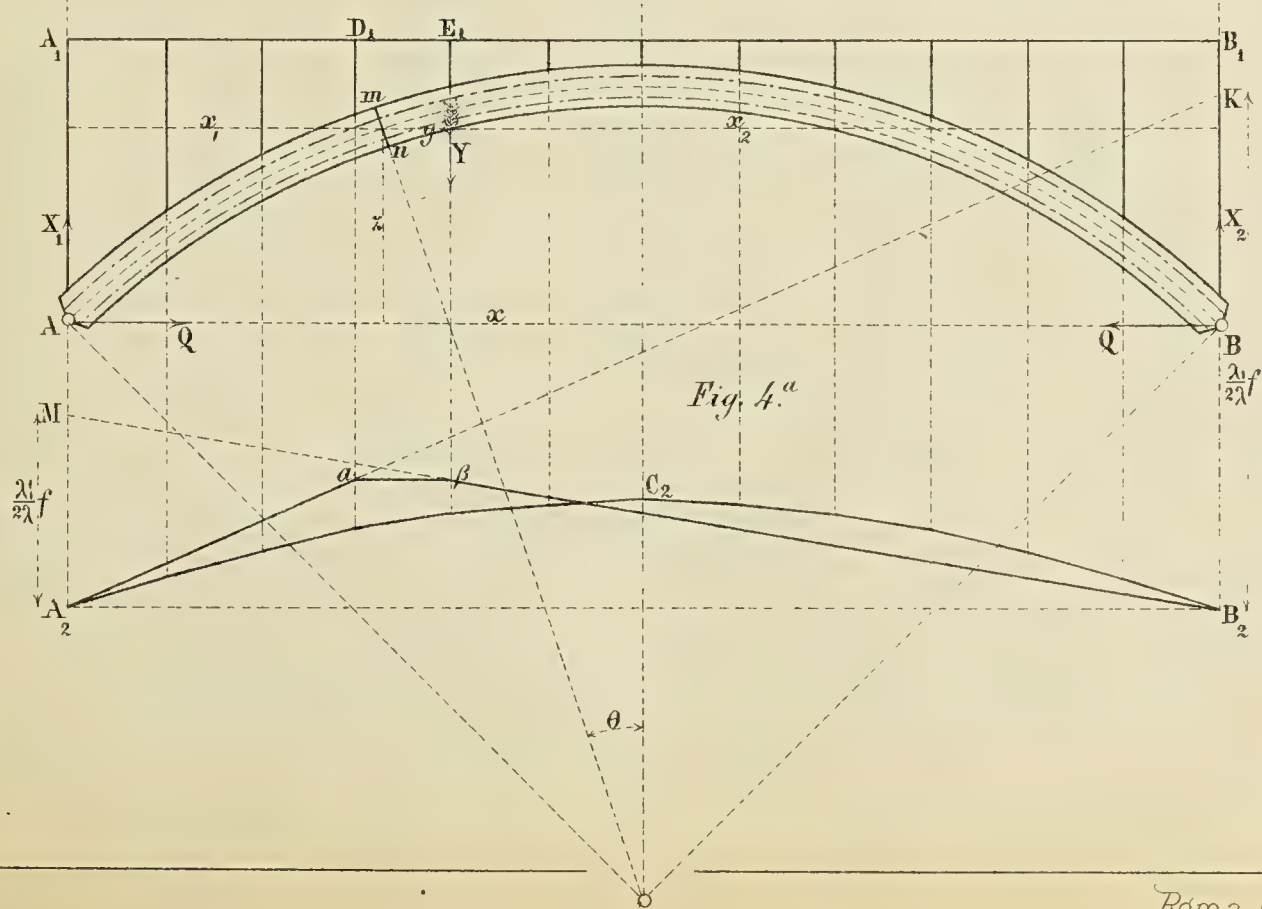
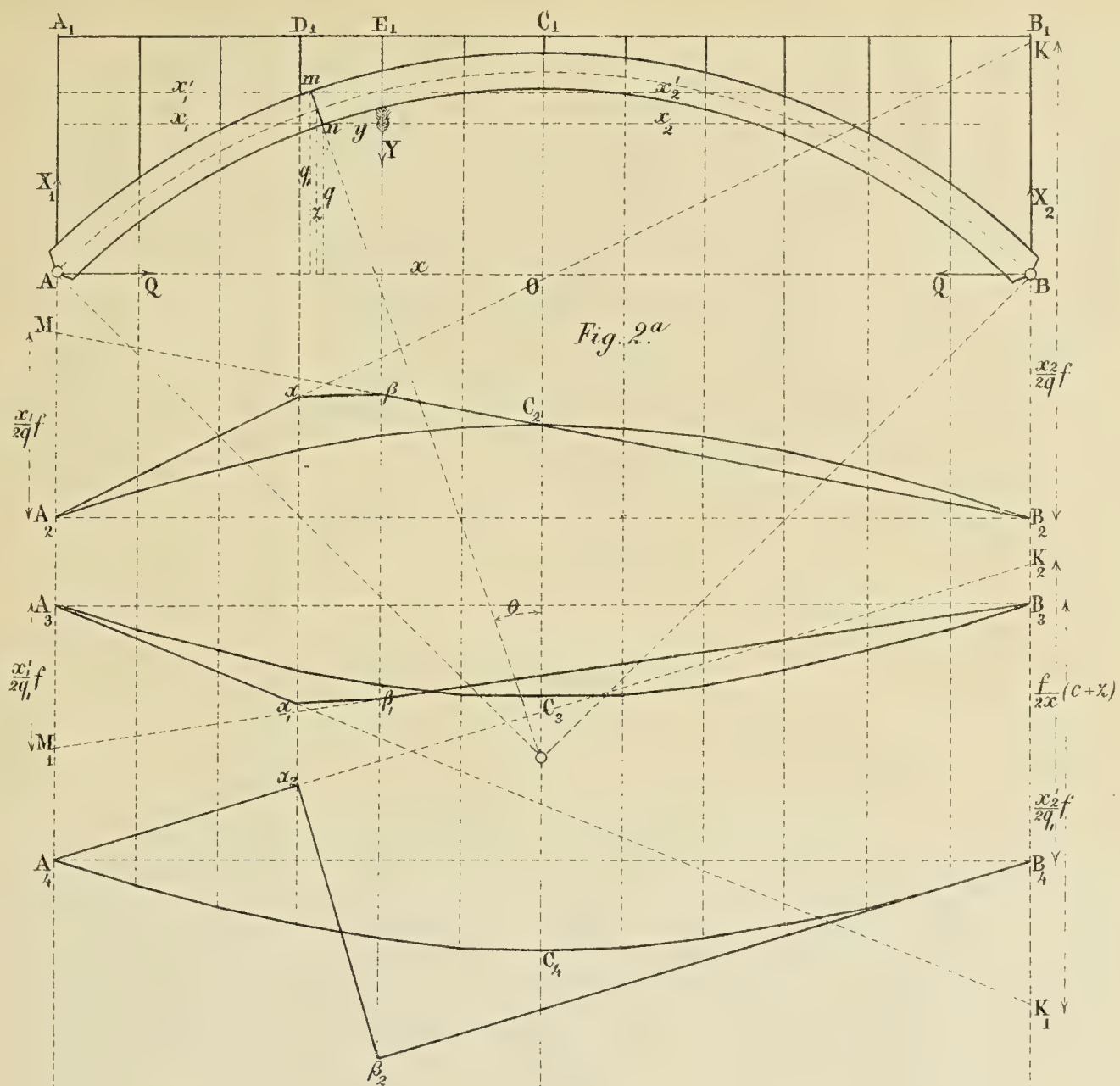
$$\Phi = \frac{p}{h} . F$$

in altri termini si ottiene lo sforzo Φ in chilogrammi calcolando l'area F in metri quadrati, p in chilogrammi ed h in metri. Si avrà quindi il massimo di Φ quando è massima F, così, nel caso che consideriamo, si avrà il massimo sforzo di compressione contro la tavola m della sezione $m\,n$ prodotto dal passaggio di un carico ripartito uniformemente, quando questo si estende dall' estremo A_1 fino alla verticale $n_1\,n_2$: si ha invece il massimo sforzo di tensione quando il carico occupa il tratto compreso fra la verticale $n_1 n_2$ e l' estremo B_1. Una linea descritta sopra $A_2\,B_2$ di cui un' ordinata qualunque rappresentasse proporzionalmente l' area racchiusa dalla spezzata colla sua fondamentale $A_2\,B_2$ a partire da A_2 e la verticale in corrispondenza dell'ordinata stessa, farebbe conoscere la legge di variazione dello sforzo Φ quando il carico uniforme entrando per A_1 si estendesse a mano a mano fino ad occupare tutto il ponte, come appunto la spezzata $A_2\,\alpha\,\beta\,\gamma\,B_2$ dà la legge di variazione di φ quando il ponte è percorso da un carico concentrato.

Fig. 1.a

Fig. 3.a

Ing. G. Guidi dis.

Roma Lit. Danesi

Catalogo delle alghe raccolte durante le crociere del cutter VIOLANTE e specialmente in alcune piccole isole mediterranee.

Memoria di ANTONIO PICCONE

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia

nella seduta del 6 aprile 1879.

Fedele nell'idea di contribuire, per quanto mi è possibile, a radunare materiali ed elementi per chi sarà un giorno in grado di abbozzare un quadro generale della vegetazione algologica del bacino idrografico del Mediterraneo, nonchè di fare uno studio intorno alla distribuzione delle specie in esso viventi; in relazione delle differenti condizioni nelle quali devono svilupparsi (¹), io mi propongo in questo mio lavoro di enumerare le specie di alghe che furono raccolte dagli ottimi amici dott. Raffaello Gestro, cap. Enrico D'Albertis e march. Giacomo Doria, specialmente in alcune piccole isole mediterranee, durante le diverse crociere del cutter *Violante* (²), fra le quali specie alcune sonvene di rare ed interessanti.

Se la Sicilia ebbe nell'Ardissone e nel Langenbach chi diede notizie della sua vegetazione algologica (³), se la Sardegna trovò nell'autore di questa Memoria chi tentò far conoscere quanto erasi fino allora scoperto in quell'isola in fatto di alghe (⁴), della flora marina delle molte isole minori del Mediterraneo poco o nulla sappiamo.

(¹) A. Piccone, *Florula algologica della Sardegna.* Nuov. Giorn. botan. ital. vol. X, p. 289 e seg.

(²) Annali del Museo civico di Storia naturale di Genova vol. XI. — E. D'Albertis, *Crociera del Violante durante l'anno* 1876.

Altra crociera venne eseguita nel 1877. Fu nell'agosto di detto anno che il *Violante* sbarcava alla Gallita i tre egregi naturalisti march. Giacomo Doria, dott. Raffaello Gestro e prof. Arturo Issel i quali fecero in quell'isola abbondanti raccolte ed osservazioni delle quali già abbiamo qualche notizia e che speriamo vengano presto fatte completamente conoscere.

(³) F. Ardissone, *Enumerazione delle alghe di Sicilia.* Comment. della Soc. crittogam. ital. vol. I, p. 391-436 (Genova, 1864). — F. Ardissone, *Appendice all' Enumerazione delle alghe di Sicilia.* Comment. sop. cit. vol. II, p. 228-233 (Genova, 1865). — F. Ardissone, *Appendice 2ª all' Enumerazione delle alghe di Sicilia.* Comment. sop. cit. vol. II, p. 492-494 (Genova, 1867). — G. Langenbach, *Die Meeresalgen der Inseln Sizilien und Pantellaria* (Berlin, 1873).

(⁴) A. Piccone, *Florula* sop. cit.

Se ne abbiamo una qualche notizia la troviamo sparsa qua e là in lavori non ispeciali di algologia, ad eccezione di ciò che riguarda la Pantelleria compresa nel lavoro del Langenbach sulle alghe della Sicilia, nonchè della Caprera, dell'Isola S. Pietro, del Toro e della Vacca che figurano nell'anzidetta mia Memoria sull'algologia della Sardegna. — Dalle poche ricerche bibliografiche che potei fare coi mezzi, disgraziatamente scarsissimi, che sono a mia disposizione, parmi si possa conchiudere essere la Capraja l'unica tra le isole minori della quale si abbiano notizie algologiche degne di speciale menzione. E per verità nella *Florula Caprariae* dei ch. Moris e De Notaris [1] sono enumerate 83 specie di alghe, delle quali proposero come nuove *Calothrix minutissima* e *Bryopsis tenuissima* che trovansi figurate, assieme ad altre specie, in tre tavole fra le sei che accompagnano la florula suddetta.

Le isolette dalle quali ebbi materiali per questo lavoro sono la Caprera geograficamente e geologicamente legata alla Sardegna, la Gallita, la Piana e gli isolotti dei Cani appartenenti alla Tunisia, la Lampedusa posta tra la Tunisia e la Sicilia, e finalmente quella dei Cervi situata nel golfo di Laconia in Grecia. Alcune poche specie mi furono riportate anche dallo stretto di Messina e da Lampsaky (Dardanelli): credetti bene comprenderle in questa Memoria onde riuscisse completa l'enumerazione del materiale algologico raccolto col *Violante*.

Io non mi farò a rilevare l'importanza che avrebbe la conoscenza della flora marina delle varie isole, di queste sentinelle sparse ad accogliere i semi in varie maniere vaganti delle alghe che trovansi nel bacino del Mediterraneo e a dare loro asilo e terreno per isvilupparsi se in condizioni favorevoli, perchè ognuno di leggieri comprende come da queste piccole flore locali si potrebbero ricavare elementi utilissimi per ispiegare la distribuzione geografica delle varie specie. Noi certo siamo molto lontani dal giorno in cui queste florule algologiche saranno ben conosciute, perchè assai difficilmente le piccole isole possono essere abitate ed esplorate nelle varie stagioni dell'anno da chi è appassionato cultore della flora del mare e perchè nelle poche visite fattevi da algologi, da altri botanici o naturalisti non vengono raccolti materiali che in modo incompleto. Ma non per questo sono da trascurarsi i lodevoli tentativi che vanno facendo quei volenterosi che per ragioni di studio o di divertimento hanno occasione di approdare a queste piccole isole e mezzi di riportarne qualche saggio dei loro prodotti naturali ed anche della loro vegetazione marina. Anzi è utile si facciano conoscere e vengano illustrati i materiali da essi raccolti onde servano per punto di partenza per illustrazioni future e di eccitamento a proseguire l'opera da parte di chi trovasi in condizioni opportune.

Colgo la propizia occasione non solo per porgere grazie cordiali agli egregi amici sopra ricordati che mi affidarono le alghe da loro riportate, ma per tributare anch'io una speciale e sincera lode all'esperto marino, al cap. Enrico D'Albertis, che armato il *Violante* lo volle destinato ad eseguire crociere a scopo scientifico.

[1] G. Moris e G. De Notaris, *Florula Caprariae*. Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino, ser. 2ª, t. II (1840), p. 59 a 300. — Le alghe sono enumerate da pag. 248 a 273. Le specie figurate si trovano nelle tavole IV, V e VI.

ALGAE.

Phycochromophyceae.

RIVULARIEAE.

Rivularia Ag.

1. **Rivularia nitida** Ag. — Rabenh. *Flor. eur. alg.* II, p. 208. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 114. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 59. — R. bullata Berk. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 9. — Physactis bullata Ktz. *Spec. alg.* p. 332. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 1.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 287.

Is. Caprera (luglio).

Chlorosporaceae.

PALMELLACEAE.

Palmophyllum Ktz.

2. **Palmophyllum Gestroi** n. sp.

Phycoma cartilagineum, atro-virens fere nigrescens, callo centrali affixum, plane expansum, leviter lobatum, margine revolutum.

Is. Gallita (agosto). Un solo esemplare.

Osserv. — Questa nuova specie di Palmellea io non saprei a quale genere meglio ravvicinarla che al gen. Palmophyllum del Kützing. Tale fu pure il parere che ne ebbi dal compianto dott. G. Zanardini. Dall'esame delle figure che dall'autore del genere furono pubblicate nelle sue *Tabulae Phycologicae* (Tav. 12, fig. III e tav. 32, fig. V) e che mi furono gentilmente inviate dal ch. prof. N. Pedicino, come anche dalla descrizione che l'autore medesimo ne dà a pag. 231 del suo *Species algarum,* parmi non si possa la presente specie riferire al Palmophyllum flabellatum raccolto fin qui, per quanto mi consta, soltanto nell'Adriatico. La distinzione è principalmente fondata sulla maggiore consistenza e diversa forma della fronda la quale è assai meno lobata e col margine revoluto, sul colore quasi nero, ecc. Delle due figure sopra citate quella che per la forma della fronda più si approssima alla nostra specie è la quinta della tav. 32.

Dedico questa specie all'amico dott. Raffaello Gestro essendo egli stato l'iniziatore delle raccolte algologiche fatte col *Violante.*

ULVACEAE.

Ulva L.

3. **Ulva Lactuca** Le Jol. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 122. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 219. — U. latissima L. — Ktz. *Spec. alg.* p. 474. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 157. — U. Lactuca et latissima J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 17. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 150 e 151. — U. Lactuca C. Lactuca b. simplex Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 9.

Is. Gallita (agosto).

Enteromorpha Link.

4. **Enteromorpha crispata** Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 125. — Ulva crispata Bertol. — U. Bertolonii Ag. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.*

p. 17. — Phycoseris crispata Ktz. *Spec. alg.* p. 476. — Enteromorpha Bertolonii Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 153. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 158. — U. Enteromorpha A lanceolata c crispata Le Jol. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 10.— Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 220.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 219.

Is. Gallita (agosto).

CONFERVACEAE.

Cladophora Ktz.

5. **Cladophora prolifera** Ktz. *Spec. alg.* p. 390. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 8. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 135. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 239. — Conferva prolifera Ag. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 13. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 168.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. II, n. 480.

Is. Lampedusa (settembre).

6. **Cladophora** . . . . . .

Is. Caprera (luglio).

Osserv. — Essendo gli esemplari di questa Cladophora non solo senza fruttificazione, ma anche scolorati e decomposti, riescono indeterminabili.

7. **Cladophora** . . . . . .

Is. Gallita (agosto).

Osserv. — Di questa specie ne ho un meschinissimo esemplare non determinabile.

CHLOROSPERMACEAE.

VAUCHERIEAE.

Bryopsis Lamour.

8. **Bryopsis Balbisiana** Lamour. — Ktz. *Spec. alg.* p. 490. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 18. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 3. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 169. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 53. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 347.

Is. Gallita (agosto). Parassitica sulla Sphacelaria scoparia.

Valonia Ginn.

9. **Valonia utricularis** Ag. — Ktz. *Spec. alg.* p. 507.— J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 23. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 2. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 172.— Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 54. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 357.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 628.

Isolotti dei Cani (settembre).

Anadyomene Lamour.

10. **Anadyomene flabellata** Lamour. — Ktz. *Spec. alg.* p. 511. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und. Pantell.* p. 9. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 174. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 359. — A. stellata Ag. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 24. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 159.

Is. dei Cervi (luglio).

Dasycladus Ag.

11. **Dasycladus clavaeformis** Ag. — Ktz. *Spec. alg.* p. 508. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 23. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 8. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 175. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 171. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 47. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 360.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 1029.

Is. Caprera (luglio). Su conchiglie di Cerithium dragate a 10 metri di profondità a Porto Palma. — Is. dei Cervi (luglio).

Acetabularia Lamour.

12. **Acetabularia mediterranea** Lamour. — Ktz. *Spec. alg.* p. 510. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 8. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 176. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 161. — Mont. *Flor. d'Algér* I, p. 160. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 361.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 284 e ser. II, n. 379.

Is. Caprera (luglio).

Codium Ag.

13. **Codium Bursa** Ag. — Ktz. *Spec. alg.* p. 502. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 22. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 8. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 179. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 51. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 363.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 626.

Isolotti dei Cani (settembre). Giovanissimo esemplare del diametro di poco più di un centimetro.

Halimeda Lamour.

14. **Halimeda Tuna** Lamour. — Ktz. *Spec. alg.* p. 504. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 8. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 180. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 159. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 366. — H. Opuntia Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 162.

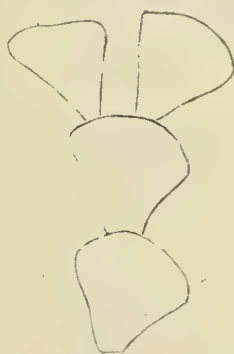
Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 283 e ser. II, n. 282.

Is. Caprera (luglio). Esemplari raccolti a piccola profondità.

β **Albertisii**, articulis fronde complanatis, cuneato-rotundatis.

Is. Caprera (luglio). Dragata a Porto Palma a 10 metri sotto il livello del mare.

Fig. 1. Fig. 2.

Osserv. — I pochi esemplari che posseggo di questa varietà hanno un grande sviluppo ed alcuni infatti raggiungono 15 centim. di altezza. Gli articoli della fronda sono discoidei si ma cuneato-rotondati (ved. fig. 2) mentre negli esemplari della specie sono, come vengono generalmente descritti dagli autori, subrotondi o reniformi (ved. fig. 1). Differiscono inoltre per il loro colore che è di un giallo sporco

tendente al ferrugineo, mentre quelli che ho della specie di altre molte località sono o di un bel colore verde o di un giallo verdastro.

A tutta prima, fondandomi sul carattere della forma decisamente cuneato-arrotondata degli articoli della fronda, credetti aver a fare con una nuova specie, che nel mio erbario avevo distinta col nome di Halimeda Albertisii in segno di gratitudine all'egregio sig. Enrico D'Albertis proprietario e capitano del cutter *Violante* ed elegante narratore delle crociere fatte col medesimo. Per ulteriori studî e confronti fatti, parmi si possa ritenere come una semplice varietà o forma singolare della specie, dipendente forse dalle peculiari condizioni di profondità ecc. nelle quali vivea.

Udotea Lamour.

15. **Udotea Desfontainii** Decne. — Ktz. *Spec. alg.* p. 503. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 5. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 181. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 367. — Flabellaria Desfontainii Lamour. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 163. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 52. — Codium flabelliforme Ag. — J. Ag. *Alg. mar. méd. et adr.* p. 23.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 282.

Is. Piana (settembre). — Is. Caprera (luglio): un solo esemplare dragato a Porto Palma a 10 metri di profondità ed avente lo stipite più lungo di quanto ebbi ad osservare in individui raccolti in altre località italiane ma a minore profondità.

FUCOIDEAE.

SPHACELARIEAE.

Sphacelaria Lyngb.

16. **Sphacelaria cirrhosa** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 34. — Ktz. *Spec. alg.* p. 464. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 29. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 187. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 174. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 42. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 306.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 853.

Is. Caprera: frammista ad Jania rubens (luglio).

17. **Sphacelaria scoparia** Lyngb. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 36. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 29. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 188. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 173. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 39. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 307. — Stypocaulon scoparium Ktz. *Spec. alg.* p. 466. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 13.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 29.

Is. Gallita (agosto).

18. **Sphacelaria filicina** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 38. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 30. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 189. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 41. — Halopteris filicina Ktz. *Spec. alg.* p. 462. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 13.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 18.

Is. Gallita (agosto), Lampedusa (settembre) e Piana (settembre).

Cladostephus Ag.

19. **Cladostephus verticillatus** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 43. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 13. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 191. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 43. — Cl. Myriophyllum Ag. — Ktz. *Spec. alg.* p. 468. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 30. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 172. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 315.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 131.

Is. Gallita (agosto) e Lampedusa (settembre).

C H O R D A R I E A E.

Leathesia Gray.

20. **Leathesia umbellata** Menegh. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 51. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 192. — Corynophlaea umbellata Ktz. *Spec. alg.* p. 543.

Is. Caprera (luglio): un solo e meschino esemplare trovato fra altre alghe sulle quali era probabilmente parassitico.

D I C T Y O T E A E.

Punctaria Grev.

21. **Punctaria** ? . . . .

Is. Gallita (agosto).

Osserv. — Riferisco dubitativamente a questo genere un esemplare decomposto la di cui struttura è certo d'una fucoidea. A tutta prima, per la sua forma e per il margine leggermente incrassato rammenta la figura *c* della Laminaria reniformis che trovasi nella tav. 8 della *Flore d'Algérie* del Montagne.

Stilophora J. Ag.

22. **Stilophora papillosa** J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 42. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 84. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 197. — Spermatochnus papillosus Ktz. *Spec. alg.* p. 550.

Is. Caprera (luglio).

23. **Stilophora rhizodes** J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 85. — Spermatochnus rhizodes Ktz. *Spec. alg.* p. 549.

Is. Gallita (agosto).

Dictyota J. Ag.

24. **Dictyota Fasciola** Lamour. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 89. — Ktz. *Spec. alg.* p. 555. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 37. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 198. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 31. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 390.

Is. Caprera (luglio), Gallita (agosto) e Lampedusa (settembre).

25. **Dictyota linearis** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 90. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 37. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 14.— Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 199. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 391.

Is. Gallita (agosto) e Lampedusa (settembre).

26. **Dictyota dichotoma** Lamour. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 92. — Ktz.

Spec. alg. p. 554. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 14. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 200. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 152.— Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 30. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 389.

Is. Lampedusa (settembre).

Zonaria Ag.

27. **Zonaria flava** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 110. — Duf. *Elenc. alg. lig.* n. 40. — Z. Tournefortiana Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 32. — Stypopodium flavum Ktz. *Spec. alg.* p. 563.

Is. Gallita (agosto).

Osserv. — Questa specie nel Mediterraneo è rara. Bertoloni (*Flor. ital. crypt.* II, p. 45) la raccolse nel golfo della Spezia e l'ebbe dai dintorni di Catania dal prof. Cosentino. Nel mio erbario ne conservo un esemplaretto pure di Sicilia raccolto a Palermo dal ch. prof. A. Todaro. Fu trovata anche ad Algeri come appare dall' opera del Montagne sopra citata.

Padina Adans.

28. **Padina pavonia** Gaill. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 113. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 39. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 14. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 203. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 155. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 33. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 394. — Zonaria pavonia Ag. — Ktz. *Spec. alg.* p. 565.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 16.

Is. Caprera (luglio) e Gallita (agosto).

Halyseris Targ.

29. **Halyseris polypodioides** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 117. — Ktz. *Spec. alg.* p. 561. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 36. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 14. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 204.— Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 153. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 393. — Dictyopteris polypodioides Desf. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 28.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 356.

Is. Caprera (luglio), Gallita (agosto), dei Cani (settembre) e Lampedusa (settemb.).

SPOROCHNOIDEAE.

Sporochnus Ag.

30. **Sporochnus dichotomus** Zanard. *Icon. phyc. medit. adr.* I, p. 39, t. X.

Is. Gallita (agosto).

Osserv. — Specie molto rara e ben distinta che fin qui non era conosciuta che della Dalmazia.

FUCACEAE.

Cystoseira Ag.

31. **Cystoseira Montagnei** J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 47. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 216.— Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 13.— Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 208. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 13, tav. 4.—

Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 371. — Phyllacantha Montagnei Ktz. *Spec. alg.* p. 597.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 746.

Is. Gallita (agosto).

32. **Cystoseira opuntioides** Bory. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 217.— Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 13. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 209. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 14, tav. 5. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 372. — Phyllacantha opuntioides Ktz. *Spec. alg.* p. 598.

Is. Gallita (agosto). Esemplare dragato a 60 metri di profondità.

33. **Cystoseira selaginoides** Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 213. — C. amentacea var. selaginoides J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 220. — C. ericoides Menegh. *Alg. ital. e dalm.* 33.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. II, n. 172.

Is. Caprera (luglio) e Gallita (agosto).

34. **Cystoseira crinita** Duby. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 223. — Ktz. *Spec. alg.* p. 601. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 49. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 13. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 214. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 12. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 376.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 852.

Is. Caprera (luglio) e Gallita (agosto).

35. **Cystoseira Hoppii** Ag. — Ktz. *Spec. alg.* p. 599. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 216. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 16. — Duf. *Elenc. alg. lig.* n. 56. — C. barbata β Hoppii J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 50. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 223. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 14.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 526 e ser. II, n. 473.

Stretto di Messina (luglio).

36. **Cystoseira discors** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 224. — Ktz. *Spec. alg.* p. 601. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 51. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 14. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 217. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 17. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 377.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 344 e ser. II, n. 569.

Is. Cervi (luglio).

37. **Cystoseira abrotanifolia** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* I. p. 225. — Ktz. *Spec. alg.* p. 600. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 52. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 14. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 218.— Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 19, tav. 7. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 378.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 76 e ser. II, n. 522.

Is. Gallita (agosto).

Sargassum Ag.

38. **Sargassum linifolium** var. **salicifolium** J. Ag. *Spec. alg.* I, p. 342.— Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 219. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 380.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 207.

Is. dei Cervi (luglio) e Gallita (agosto). — Stretto di Messina (luglio).

FLORIDEAE.

HELMINTHOCLADIEAE.

Liagora Lamour.

39. **Liagora viscida** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 425 e III, p. 518. — Ktz. *Spec. alg.* p. 538. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 20.— Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 230. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 132.— Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 45. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig. n.* 399.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 480.

Is. Caprera (luglio).

CERAMIEAE.

Ceramium Lyngb.

40. **Ceramium diaphanum** Roth. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 125 e III, p. 98. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 81.— Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 15. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 244. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 187. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 146. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 431.

Isolotti dei Cani (settembre). Dragata a metri 60. — Lampsaky, Dardanelli (agosto).

CRYPTONEMEAE.

Chrysymenia J. Ag.

41. **Chrysymenia uvaria** J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 106. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 214 e III, p. 324. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 19. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 251. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 97. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 456. — Gastroclonium uvaria Ktz. *Spec. alg.* p. 865.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 215.

Is. Gallita (agosto).

GIGARTINEAE.

Rissoella J. Ag.

42. **Rissoella verruculosa** J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 241 e III, p. 289. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 19. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 254. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 465. — Grateloupia verruculosa Grev. — Ktz. *Spec. alg.* p. 731. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 103. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 101. — Halymenia verruculosa Duby. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 147.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 80 e ser. II, n. 227.

Is. Gallita (agosto).

RHODYMENIEAE.

Rhodymenia Grev.

43. **Rhodymenia Palmetta** Grev. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 378. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 153. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pan-*

tell. p. 19. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 267. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 483.

Isolotti dei Cani (settembre) e Is. Lampedusa (settembre). — In quest'ultima località fu dragata a 60 metri.

44. **Rhodymenia** n. sp.? . . . . .

Is. Lampedusa (settembre).

Osserv. — Credo appartengano a questo genere alcuni frammenti od esemplari imperfetti di un' alga raccolta colla draga, i quali per sopraggiunta non hanno fruttificazione di sorta. Per diversi caratteri della fronda (desunti segnatamente dal modo di sua divisione, dall'essere prolifera e dall'avere i segmenti brevi ed arrotondati) si potrebbe anzi sospettare di avére a che fare con una nuova specie.

HYPNEACEAE.

Hypnea Lamour.

45. **Hypnea musciformis** Lamour. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 442 e III, p. 561. — Ktz. *Spec. alg.* p. 758. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 150. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 20. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 269. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 133. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 74. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 489.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 134.

Is. Gallita (agosto).

GELIDIEAE.

Gelidium J. Ag.

46. **Gelidium corneum** var. **pinnatum** Grev. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 470 e III, p. 549. — Ktz. *Spec. alg.* p. 764. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 102. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 20. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 270. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 105. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 490.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 359 e ser. II, n. 476.

Is. Gallita (agosto).

47. **Gelidium crinale** Lamour. — J. Ag. *Spec. alg.* III, p. 546. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 271. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 138. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 491. — G. corneum var. crinale Lamour. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 107.

Is. Caprera (luglio) e Gallita (agosto).

SQUAMARIEAE.

Peyssonnelia Decne.

48. **Peyssonnelia rubra** J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 502 e III, p. 386. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 272. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 505. — P. orbicularis? Ktz. *Spec. alg.* p. 694.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 1435.

Is. Gallita (agosto) e Lampedusa (settembre). — Un giovane esemplare lo trovai

parassitico sopra l'unico individuo di Cystoseira opuntioides dragato alla Gallita a 60 metri.

49. **Peyssonnelia squamaria** Decne. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 502 e III, p. 386. — Ktz. *Spec. alg.* p. 693. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 93. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 20. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 273. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 123. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 504. — Padina squamaria Lamour. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 154.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 81 e ser. II, n. 477.

Is. Piana (settembre).

Rhizophyllis Ktz.

50. **Rhizophyllis dentata** Mont. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 222 e III, p. 352. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 19. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 274. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 63. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 510. — Rh. squamariae Ktz. *Spec. alg.* p. 877.

Is. Gallita (agosto). Sulla Peyssonnelia rubra.

Osserv. — Non ricordo che dagli autori sia stato indicato che questa specie cresca anche sulla Peyssonnelia rubra. Più generalmente trovasi su P. squamaria.

Melobesia Lamour.

51. **Melobesia farinosa** Lamour. — Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 512. — Ktz. *Spec. alg.* p. 696. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 276. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 586.

Is. Piana (settembre). Parassitica sulla Udotea Desfontainii.

52. **Melobesia verrucata** Lamour. — Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 513. — Ktz. *Spec. alg.* p. 696. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 277. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 587.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 1127.

Is. Lampedusa (settembre). Sulle foglie della Posidonia.

Amphiroa Lamour.

53. **Amphiroa rigida** Lamour. — Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 532. — Ktz. *Spec. alg.* p. 701. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 596. — A. amethystina Zanard. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 135.

Is. Lampedusa (settembre).

Jania Lamour.

54. **Jania rubens** Lamour. — Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 557. — Ktz. *Spec. alg.* p. 709. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 21. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 282. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 131. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 597. — Corallina rubens L. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 170.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 625.

Is. Gallita (agosto).

55. **Jania adhaerens** Lamour. — Aresch. in J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 559. — Ktz. *Spec. alg.* p. 710. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 133.

Isolotti dei Cani (settembre) ed Is. Lampedusa (settembre). Su alghe maggiori.

Corallina L.

56. **Corallina virgata** Zanard. — Ktz. *Spec. alg.* p. 708. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 21. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 284. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 602. — Jania virgata Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 133.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 481.

Is. Piana (settembre). Frammenti raccolti sulla Vidalia volubilis.

SPHAEROCOCCOIDEAE.

Sphaerococcus Ag.

57. **Sphaerococcus coronopifolius** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 644 e III, p. 442. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 154. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 21. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 285. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 103. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 498. — Rhynchococcus coronopifolius Ktz. *Spec. alg.* p. 754. — Gelidium coronopifolium Lamour. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 139.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 21.

Is. Lampedusa (settembre).

Gracilaria Ag.

58. **Gracilaria confervoides** Grev. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 587 e III, p. 413. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 21. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 286. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 493. — Plocaria confervoides Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 70. — Sphaerococcus confervoides Ag. — Ktz. *Spec. alg.* p. 772. — Hypnea confervoides J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 149. — Gigartina confervoides Lamour. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 134.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 530 e ser. II, n. 426.

Is. dei Cervi (luglio).

59. **Gracilaria dura** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 589 e III, p. 419. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 151. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 494. — Sphaerococcus durus Ktz. *Spec. alg.* p. 775.

Is. Lampedusa (settembre).

Nitophyllum Grev.

60. **Nitophyllum uncinatum** J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 654 e III, p. 465. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 21. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 293. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 500. — Aglaophyllum laceratum var. uncinatum Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 60.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 1325.

Stretto di Messina (luglio). Parassitico sul Sargassum linifolium var. salicifolium.

CHONDRIEAE.

Laurencia Grev.

61. **Laurencia obtusa** Lamour. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 750 e III, p. 653. — Ktz. *Spec. alg.* p. 854. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 114. — Langenb. *Die*

Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell. p. 22. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 303. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 93. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 523.

Is. Caprera (luglio), dei Cervi (luglio) e dei Cani (settembre).

62. **Laurencia** . . . .

Is. Gallita (agosto).

Osserv. — Di quest'alga non ho che pochi esemplaretti *sterili* i quali per la struttura della fronda parmi si possano riferire al gen. Laurencia. Di uguale avviso fu il dott. G. Zanardini il quale mi avvertiva che questa specie bene corrisponde, per i caratteri esterni, alla figura che dà il Kützing della sua Rhodymenia Palmetta var. pinnata. Non essendovi fruttificazione è impossibile una precisa determinazione.

RHODOMELEAE.

Polysiphonia Grev.

I. Ptilosiphonia Ag.

63. **Polysiphonia secunda** Mont. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 921. — Ktz. *Spec. alg.* p. 804. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 122. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 22. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 309.— Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 85. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 534.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I , n. 477.

Is. Gallita (agosto). Frammista ad altre alghe e specialmente ad Jania rubens.

II. Herposiphonia Ag.

64. **Polysiphonia obscura** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 943. — Ktz. *Spec. alg.* p. 808. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 123. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 22. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 311. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 538.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 621.

Is. Gallita (agosto). Esemplare unico e giovanissimo.

III. Oligosiphonia Ag.

65. **Polysiphonia elongata** var. **robustissima** Zanard.

Lampsaky, Dardanelli (agosto).

Osserv. — Ne ho un solo ma magnifico esemplare della lunghezza di oltre a 25 centim. e con i rami molto robusti. È al dott. G. Zanardini che ne devo la determinazione, ma non saprei precisare ove egli abbia descritta questa varietà di una specie eminentemente polimorfa. Le ricerche che feci a questo proposito nelle opere e memorie del Zanardini che sono a mia disposizione (fra le molte che l'egregio algologo lasciò a imperitura testimonianza de'suoi meriti e della sua attività) non approdarono ad alcun risultato.

66. **Polysiphonia foeniculacea** J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 137. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1012. — Ktz. *Spec. alg.* p. 831.

Is. Gallita (agosto). Di questa specie ne ho un solo ed imperfetto esemplare.

IV. Polysiphonia Ag.

67. **Polysiphonia furcellata** Harv. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1025. — Ktz.

Spec. alg. p. 820. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 23.

Is. Gallita (agosto). Sulla Cystoseira crinita.

68. **Polysiphonia subulifera** Harv. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1052. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 566. — P. armata J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 142. — Ktz. *Spec. alg.* p. 810.

Is. Gallita (agosto). Parassitica sulla Cystoseira crinita.

Rytiphlaea Ag.

69. **Rytiphlaea tinctoria** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1094. — Ktz. *Spec. alg.* p. 845. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 145. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 23. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 327. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 176. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 76. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 574.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 358.

Is. Lampedusa (settembre).

Vidalia J. Ag.

70. **Vidalia volubilis** J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1121. — Langenb. *Die Meeresalg. der Ins. Siz. und Pantell.* p. 23. — Piccon. *Florul. algol. della Sard.* n. 328. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 575. — Dictyomenia volubilis Grev. — Ktz. *Spec. alg.* p. 847. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 146. — Volubilaria mediterranea Lamour. — Mont. *Flor. d'Algér.* I, p. 77. — Mor. et DNtrs *Florul. Caprar.* n. 144.

Exs. — *Erbar. crittog. ital.* ser. I, n. 19.

Is. Caprera (luglio), Gallita (agosto), dei Cani, Piana e Lampedusa (settembre).

Osserv. — Della Lampedusa ne ho due esemplari molto sviluppati e dei quali uno raggiunge l'altezza di 20 centim. L'altezza massima degli esemplari segnata dagli autori da me conosciuti è di centim. 15.

Dasya Ag.

71. **Dasya spinella** Ag. — J. Ag. *Spec. alg.* II, p. 1204. — J. Ag. *Alg. mar. med. et adr.* p. 119. — Ardiss. e Straff. *Enum. alg. lig.* n. 578. — Eupogodon spinellus Ktz. *Spec. alg.* p. 801.

Isolotti dei Cani (settembre).

ELENCHI PARZIALI DELLE ALGHE

RACCOLTE SPECIALMENTE IN ALCUNE PICCOLE ISOLE MEDITERRANEE.

I. **Is. Caprera** (14 luglio 1876).

1. *Rivularia nitida* Ag.
2. *Cladophora* sp. . . . . .
3. *Dasycladus clavaeformis* Ag.
4. *Acetabularia mediterranea* Lamour.
5. *Halimeda Tuna* Lamour.
   — — *β Albertisii* Piccon.
6. *Udotea Desfontainii* Decne.
7. *Sphacelaria cirrhosa* Ag.
8. *Leathesia umbellata* Menegh.
9. *Stilophora papillosa* J. Ag.
10. *Dictyota Fasciola* Lamour.
11. *Padina pavonia* Gaill.
12. *Halyseris polypodioides* Ag.
13. *Cystoseira selaginoides* Piccon.

14. *Cystoseira crinita* Duby.
15. *Liagora viscida* Ag.
16. *Gelidium crinale* Lamour.
17. *Laurencia obtusa* Lamour.
18. *Vidalia volubilis* J. Ag.

II. **Stretto di Messina** (22 luglio 1876).

1. *Cystoseira Hoppii* Ag.
2. *Sargassum linifolium* var. *salicifolium* J. Ag.
3. *Nitophyllum uncinatum* J. Ag.

III. **Is. dei Cervi** (30 luglio 1876).

1. *Anadyomene flabellata* Lamour.
2. *Dasycladus clavaeformis* Ag.
3. *Cystoseira discors* Ag.
4. *Sargassum linifolium* var. *salicifolium* J. Ag.
5. *Gracilaria confervoides* Grev.
6. *Laurencia obtusa* Lamour.

IV. **Lampsaky**, Dardanelli (21 agosto 1876).

1. *Ceramium diaphanum* Roth.
2. *Polysiphonia elongata* var. *robustissima* Zanard.

V. **Is. Lampedusa** (15 settembre 1876).

1. *Cladophora prolifera* Ag.
2. *Sphacelaria filicina* Ag.
3. *Cladostephus verticillatus* Ag.
4. *Dictyota Fasciola* Lamour.
5. — *linearis* Ag.
6. — *dichotoma* Lamour.
7. *Halyseris polypodioides* Ag.
8. *Rhodymenia Palmetta* Grev.
9. — n. sp ?
10. *Peyssonnelia rubra* J. Ag.
11. *Melobesia verrucata* J. Ag.
12. *Amphiroa rigida* Lamour.
13. *Jania adhaerens* Lamour.
14. *Sphaerococcus coronopifolius* Ag.
15. *Gracilaria dura* Ag.
16. *Rytiphlaea tinctoria* Ag.
17. *Vidalia volubilis* J. Ag.

VI. **Is. Piana** (22 settembre 1876).

1. *Udotea Desfontainii* Decne.
2. *Sphacelaria filicina* Ag.
3. *Peyssonnelia squamaria* Decne.
4. *Melobesia farinosa* Lamour.
5. *Corallina virgata* Zanard.
6. *Vidalia volubilis* J. Ag.

VII. **Isolotti dei Cani** (22 settembre 1876).

1. *Valonia utricularis* Ag.
2. *Codium Bursa* Ag.
3. *Halyseris polypodioides* Ag.
4. *Ceramium diaphanum* Roth.
5. *Rhodymenia Palmetta* Grev.
6. *Jania adhaerens* Lamour.
7. *Laurencia obtusa* Lamour.
8. *Vidalia volubilis* J. Ag.
9. *Dasya spinella* Ag.

VIII. Is. Gallita [1] (agosto 1877).

1. *Palmophyllum Gestroi* Piccon.
2. *Ulva Lactuca* Le Jol.
3. *Enteromorpha crispata* Piccon.
4. *Cladophora* sp. . . . . . .
5. *Bryopsis Balbisiana* Lamour.
6. *Sphacelaria scoparia* Lyngb.
7. — *filicina* Ag.
8. *Cladostephus verticillatus* Ag.
9. *Punctaria* sp. . . . . . .
10. *Stilophora rhizodes* J. Ag.
11. *Dictyota Fasciola* Lamour.
12. — *linearis* Ag.
13. *Zonaria flava* Ag.
14. *Padina pavonia* Gaill.
15. *Halyseris polypodioides* Ag.
16. *Sporochnus dichotomus* Zanard.
17. *Cystoseira Montagnei* J. Ag.
18. — *opuntioides* Bory.
19. — *selaginoides* Piccon.
20. *Cystoseira crinita* Duby.
21. — *abrotanifolia* Ag.
22. *Sargassum linifolium* var. *salicifolium* J. Ag.
23. *Chrysymenia uvaria* J. Ag.
24. *Rissoella verruculosa* J. Ag.
25. *Hypnea musciformis* Lamour.
26. *Gelidium corneum* v. *pinnatum* Grev.
27. — *crinale* Lamour.
28. *Peyssonnelia rubra* J. Ag.
29. *Rhizophyllis dentata* Mont.
30. *Jania rubens* Lamour.
31. *Laurencia* sp. . . . .
32. *Polysiphonia secunda* Mont.
33. — *obscura* Ag.
34. — *foeniculacea* J. Ag.
35. — *furcellata* Harv.
36. — *subulifera* Harv.
37. *Vidalia volubilis* J. Ag.

[1] Quest' isola fu esplorata nel 1840 da Bory de Saint-Vincent (Ved. Lamarmora A., *Voyage en Sardaigne*, 3e partie, *Description géologique* tom. I, p. 538). Suppongo peraltro che egli non ne abbia riportate delle alghe, giacchè il Montagne nella *Flore d'Algérie* cita spesso le raccolte algologiche del Bory, ma non fa mai menzione della Gallita benchè non di rado faccia cenno di località estranee all' Algeria, come sarebbero la Corsica, Nizza, Montpellier ecc.

Dell'influenza di alcuni sali nell'accelerare o ritardare la reazione tra lo zinco e l'acido solforico. Memoria del Socio FRANCESCO SELMI

letta nella seduta del 1 giugno 1879.

Nella tornata del 2 giugno dell'anno scorso lessi in questa Accademia una Memoria contenente un complesso di esperienze, mediante le quali venne dimostrato che il fosforo, l'idrogeno fosforato, l'acido solfidrico ed il cloruro ferroso eccitano vivamente la reazione tra l'acido solforico diluito e lo zinco, in guisa da produrre quei medesimi effetti che si hanno quando si versa nel liquido reagente qualche goccia di tetracloruro di platino o di certi altri sali metallici riducibili dall'idrogene, e che però deponendo il loro metallo sullo zinco ne accrescono l'energia. Investigando quale la regione del fenomeno pei corpi non metallici mentovati, posi in chiaro, che lo zinco possiede la proprietà di coprirsi di un velamento di ciascuno di essi allorquando s'immerga in taluna delle loro soluzioni, e che tuffato in un liquido molto diluito, acido, e contenente pochi centesimi di cloruro ferroso, ne precipita integralmente una parte su di sè.

In allora io aveva di già esteso più ampiamente il campo delle mie indagini, cioè aveva incominciato a studiare in qual modo si comportino parecchi sali il cui metallo non fosse precipitabile dallo zinco, ed aveva osservato alcuni fatti degni di attenzione; se non che ne tacqui, non essendo per anco le mie ricerche condotte innanzi a sufficienza, nè evitate quelle minime circostanze, a cui si avesse potuto attribuire l'origine del fenomeno più che ad influenza del sale sperimentato.

Al presente, avendo già meglio approfondato l'argomento, credo opportuno di raccogliere in questo scritto tutto ciò che notai in proposito, ignorando se potrò seguitare più innanzi il lavoro come sarebbe mio divisamento.

I sali sperimentati furono: il *solfato di magnesia*; il *solfato di manganese*, o in diffetto di esso, il *cloruro*; il *solfato di ferro*; i tre *solfati di potassa soda ed allumina*, non che l'*allume comune*.

Prima però di procedere a parlare delle esperienze eseguite, credo necessario di premettere qualche avvertenza, la quale torna indispensabile per ottenere risultati paragonabili e di non dubbia accettazione.

I sali da mettere in opera devono essere perfettamente puri e neutri, perciò preparati con ogni possibile diligenza e verificata la loro purezza.

Traccie, per esempio, di ferro nei solfati degli altri metalli possono arrecare una modificazione notevole circa o all'acceleramento della reazione od a rendere meno sensibile il ritardo, come pure la non perfetta neutralità può far sì, che l'azione dell'acido in soprappiù, unendosi con quella dell'acido diluito di cui si fa uso, renda

più copioso e sollecito lo sviluppo dell'idrogeno. Anche la temperatura ha un'influenza da tenersi in conto, per cui giova sempre che ogni esperienza con un dato sale si eseguisca di confronto con uguale quantità di zinco e quantità uguale dell' acido reagente.

Ma ciò che sovratutto può arrecare una perturbazione considerevolissima nell'andamento regolare della reazione consiste nella natura dello zinco, dacchè bastano piccolissime differenze tra pezzetto e pezzetto di esso, perchè, dato il medesimo acido, la stessa temperatura ed uguali quantità di ingredienti, si abbia in due prove che camminino ad una volta, uno sviluppo più rapido nell'una che nell'altra, sebbene non vi intervenga veruna sostanza modificatrice.

Provai quattro qualità diverse di zinco:

1. lo zinco purificato col cloruro d' ammonio e fuso in cilindretti dentro stampo ch'era stato previamente nettato e spolverizzato con carbonato di calce puro e precipitato;

2. lo stesso zinco granuloso facendolo cadere dal crogiuolo nell'acqua fredda:

3. lo stesso, già fuso in cilindri, limato con lima d'acciajo, e purgato mediante calamita da quelle poche tracce di ferro che si erano staccate durante la limatura;

4. uno zinco in granuli schiacciati, o meglio in piastrine, proveniente dalla casa Schuchardt di Goerlitz.

Le due qualità di zinco erano prive di arsenico, di solfo e di fosforo; la prima però conteneva tracce di carbonio e di silicio, con un indizio appena sensibile di ferro; la seconda, priva pure di arsenico, di solfo e di fosforo, conteneva del silicio e ferro in proporzione piuttosto copiosa: ambedue reagivano con vivacità coll' acido solforico diluito e puro, senza duopo dell'espediente di aggiungervi cloruro di platino.

Delle quattro maniere del metallo, l'ultima fu quella che si comportò con maggiore incostanza, sebbene trascegliessi piastrine di grandezze e grossezza uniforme, per quanto era possibile, e di superficie unita. Ma succedeva che se taluna di esse non fosse tutta piena nell'interno, onde per l'azione dell'acido si scoprisse un vacuo, tosto l'acido penetrandovi ne svolgeva una reazione assai vivace tanto da rendere incerto il risultato; vi fu anche di più, che certe piastrine sebbene mancanti di tale difetto, nondimeno furono più attive di altre, forse perchè racchiudevano più accumulati i corpi eterogenei.

Lo zinco in cilindri si dimostrò quasi sempre costante, purchè si avesse l'avvertenza di prendere il cilindro, spezzarlo a metà, indi presane una romperla in due tronchi uguali; questi posti a reagire in due palloncini di confronto svilupparono generalmente in uguale tempo ed in uguali circostanze la stessa quantità di idrogeno, colla sola differenza di 3 o 4 c. c. sopra 200 a 300 c. c.

Siccome però nei diversi saggi, anche colle precauzioni indicate non ottenni quella precisione di risultati conformi che io desiderava, perciò alle esperienze già eseguite coi tronchi dei cilindretti feci succedere, a conferma, altre colla limatura, la quale purchè recente e passata sotto la calamita, riuscì più uniforme nei suoi portamenti. Anche lo zinco granulato col versarlo nell'acqua fredda, quando i granuli furono scelti debitamente, tanto per forma quanto per grandezza, reagì in modo paragonabile, a somiglianza della limatura.

Ho premesso questi minuti particolari acciocchè, chi intendesse di ripetere le mie esperienze, sappia quali siano le precauzioni da essere osservate.

L'acido solforico adoperato era purissimo e per garanzia maggiore purificato in laboratorio e sperimentato nell'apparecchio di Marsh; fu diluito con acqua distillata, in modo che un litro ne contenesse 40 c. c.; grado di diluzione che non produceva nè uno sviluppo di gaz troppo celere in guisa da non tornare difficile il cogliere con esattezza il volume nella campana graduata cho lo riceveva; nè troppo lento acciò l'intera operazione si potesse compiere in un certo numero di ore.

L'apparecchio adoperato era semplicissimo, constava cioè di due palloncini della capacità ciascuno di 200 c. c., portanti un cannello di sviluppo, che metteva capo in una vaschetta di acqua con una campana graduata al quinto di c. c., piena pur d'acqua, capovolta e tenuta ferma da un braccio sporgente da un sostegno.

Per ogni operazione s'introducevano in ciascun palloncino pesi uguali di zinco, dai 2 ai 3 gr. e 20 a 25 c. c. dello stesso acido diluito; in uno l'acido solo, e nell'altro l'acido in cui era stato sciolto il sale da mettere in esperimento.

Ciò si faceva contemporaneamente per evitare differenze di tempo; s'innestava tosto il tappo portante il cannello di sviluppo, il cui estremo si faceva imboccare immediatamente colla bocca della campana.

Ciò premesso verrò a dire quali sono gli effetti ottenuti coi singoli sali mentovati in addietro.

Solfato di Magnesia.

Da una prima ricerca esplorativa potei accorgermi subito che questo sale accelera la reazione; in appresso intrapresi esperienze esatte con proporzioni diverse di esso, cioè di 1, 2, 3, 4, 5, e 10 grammi per 25 c. c. di acido diluito e 3 grammi di limatura di zinco.

Nel frattempo la temperatura ambiente variò da 15° a 18°.

Non credo opportuno di riportare le tabelle che esprimono l'andamento della reazione in ciascuna prova, sembrandomi bastevole il dire, che con 1 *gr. di solfato di magnesia*, in confronto del liquido acido senza solfato, l'acceleramento incominciò a manifestarsi 20 minuti dopo dal principio del contatto; che 75 min. dopo aveva raggiunto il massimo, il quale fu di una differenza di 23 c. c. d'idrogeno in più dal palloncino in cui era il solfato; e che, a termine assoluto della reazione, dallo stesso lato si erano svolti 9 c. c. in più di gas.

Per 2 *gr. del solfato* una lieve differenza si manifestò 10 min. dopo, ma non si rese abbastanza sensibile (fu di 2 c. c. di gas) se non dopo 20 min.; passati 70 min. arrivò al massimo che fu di 44 c. c. di gas; a termine si erano svolti 9 c. c. e $\frac{1}{2}$ di più dalla parte del solfato.

Con 3 *gram. del solfato*, la differenza s'incominciò a manifestare 10 minuti dopo e risultò di 3 c. c. dopo 15 min.; passati 60 min. attinse il grado più elevato che fu di 84 c. c.

Con 4 *gram. del solfato*, 10 min. dopo la differenza apparve di 4 c. c.; scorsi 45 min. aveva toccato il massimo, che fu di 116 c. c.

Con 5 *gram. del solfato*, passati 10 minuti eransi svolti 12 c. c. di gas in più; dopo 40 min. la differenza arrivò al massimo che fu di 156 c. c.

Debbo notare che in questa esperienza mi valsi di zinco in tronchi di cilindretto.

Con 10 *gram. del solfato* e lo *zinco in limatura*, dapprima la reazione fu più scarsa dal lato del solfato, onde dopo 10 minuti era al disotto di 5 c. c. d'idrogeno rispetto al palloncino di confronto; se non che in breve si accelerò, onde 5 min. dopo aveva già superato di 1 c. c. il gas dell'altro palloncino e dopo 40 min. la differenza in più aveva toccato l'apice che fu di 132 c. c.

Nella fine dell'esperienza eransi svolti 20 c. c. in più d'idrogeno.

Feci anche una esperienza coll'*acido acetico* in cambio dell'*acido solforico*, adoperando dell'acido glaciale diluito al 20 %.

Dopo 25 min. dal lato del solfato si svolse una prima bolla e nulla dal lato opposto; dopo 1 ora e 25′ si erano svolti 15 c. c. di gas dalla parte del solfato e un solo c. c. dall'altra parte, indi la reazione venne sempre più affrettandosi dalla prima parte, mentre dalla seconda procedette lentissima, tantochè scorse 3 ore 25′ la campana comunicante col palloncino del solfato, conteneva 97 c. c. di gas, e l'altra 7 c. c. soltanto; dopo 5 ore e 55′ nella prima erano raccolti 315 c. c. di gas e nella seconda 35 c. c.

Non riferisco altre esperienze, giacchè dal più al meno coincidono colle descritte, da cui risulta:

a) che il solfato di magnesia accelera la reazione tanto tra lo zinco e l'acido solforico diluito, quanto tra esso zinco e l'acido acetico diluito;

b) che una quantità crescente del solfato la rende più accelerata, se non proporzionatamente, almeno con una brevità maggiore di tempo;

c) che quando il solfato è in quantità alquanto considerevole dapprincipio pare che la reazione venga ritardata, ma poi si risveglia più sollecitamente rapida.

Solfato di Manganese.

Il solfato di manganese accelera la reazione come fa quello di magnesio, ma è da avvertire di averlo preparato tale che non contenga neppure una traccia di ferro e che sia perfettamente neutro, affine di non imputare l'effetto o all'acidità maggiore del liquido od al ferro contenuto nel sale. Per conseguenza posi ogni cura necessaria acciò il solfato da mettere in opera fosse di certa purezza; ma siccome non ne possedeva in quantità sufficiente per l'intera serie dell'esperienze che venni eseguendo, e siccome voleva pur condurle a termine, perciò mi valsi anche del cloruro manganoso, avendo notato che la sua azione non è punto dissimile da quella del solfato.

Tralascio di tener conto delle esperienze eseguite collo zinco in pezzetti cilindrici e con quello in piastrine, poichè non mi corrisposero colla debita costanza, e mi restringo a quelle che feci collo zinco in limatura.

1 *grammo di sale manganoso* dopo 10 minuti aveva prodotto uno svolgimento di 4 c. c. di più che non si fosse sprigionato dal palloncino di confronto; il massimo della differenza risultò 55 minuti dopo l'incominciare della prova e fu di 17, 5 c. c. in più.

Con 2 *grammi di sale manganoso*, la differenza, scorsi 10 minuti, fu di 7, 5 c. c. in più; il massimo fu raggiunto 60 min. dopo, e si ragguagliò a 65, 5 c. c. in più.

Con 3 *grammi del sale*, dopo 10 min. si erano svolti in più 3 c. c. di gas; in sui 50 min. dal principio, la differenza aveva toccato il massimo che fu di 117 c. c.

Con 4 *grammi*, dopo 10 min. la differenza era già di 11 c. c.; scorsi 40 min. raggiunse il massimo, che fu di 126 c. c.

Con 5 *grammi del sale*, passati 10 min. la differenza si ragguagliava a 18 c. c. e fu al massimo, dopo 35 min., massimo che si ragguagliò a 126 c. c.

Dall'esposto apparisce che dalla quantità di un grammo fino a tre grammi, i sali manganosi affrettano in modo tale la reazione tra lo zinco e l'acido solforico che il massimo della differenza viene raggiunto in uno spazio non molto diverso di tempo, sebbene la quantità maggiore di gas sviluppato sia assai più forte, dacchè le cifre ottenute pei massimi stanno fra di loro come 17, 5; 52, 5; 107 c. c.

Da 4 *a* 5 *grammi* non si nota diversità di qualche conto nè per la quantità maggiore del gas sprigionato, quando la differenza attinse l'apice, e neppure pel tempo impiegato a raggiungerlo.

Solfato ferroso.

Sebbene avessi già riconosciuto l'attività maggiore che imprimono alla reazione i sali ferrosi, nondimeno volli ripetere qualche esperienza in proposito, e trovai la conferma di quanto aveva già osservato in precedenza, notando di più che tra due prove di confronto, con 1 *grammo* del solfato in un palloncino e 5 *grammi* nell'altro, la proporzione maggiore del sale produsse un effetto opposto di quanto mi sarei atteso, cioè eccitò meno la reazione.

Solfato di allumina.

Per ottenere risultati paragonabili fa duopo che il solfato di allumina sia stato purificato in precedenza da tutto ciò che contiene di acido eccedente e scevro in modo assoluto di ferro, senza di che gli effetti potrebbero apparire contrarî a quello che devono essere realmente, poichè questo sale in cambio di affrettare la reazione, la ritarda.

Ottenni risultati conformi tanto collo zinco in limatura quanto con quello in piccoli tronchi di cilindri; dopo 5 min., la differenza in meno era già di 1 c. c.; il massimo fu raggiunto 45 min. dopo e si ragguagliò a 36 c. c.

L'*allume* produsse pure ritardo, che fu ragguardevole, poichè, mentre dal palloncino di confronto si erano gia svolti 3 c. c., nulla ancora di gas era entrato nell'altra campanella. Incominciato lo sviluppo gassoso dall'uno e dall'altro palloncino, da quello dell'allume il gas si venne sprigionando con notevole lentezza di continuo, mentre dall'altro lo sviluppo crebbe con quella rapidità che succede tra l'acido solforico a quel grado di diluzione e la limatura di zinco.

Solfato di potassa.

Il solfato di potassa produsse effetto di ritardamento a somiglianza di quello di allumina e dell'allume; 1 *gr.* del sale, dopo 10 min. di reazione manifestò la sua influenza diminutrice, poichè la campana in comunicazione col palloncino in cui era stato aggiunto conteneva 10 c. c. di meno di gas dell'altra unita col palloncino di confronto. La differenza raggiunse il massimo dopo 35 min. e fu di 61 c. c. In altre prove, se la diminuzione non raggiunse un limite tanto elevato, nondimeno dimostrò costantemente come questo sale porga ostacolo ad una reazione più vivace tra l'acido ed il metallo.

Con 5 *gr.* del solfato la differenza fu anche assai maggiore sempre nel detto significato.

Solfato di soda.

Usai solfato di soda anidro; dopo 10 min. il ritardo fu di 5 c. c.; e la differenza andò facendosi più considerevole fino a 55 min. dall' incominciamento, e fu di 29 c. c. in meno.

OSSERVAZIONI

I risultati che venni esponendo in questa Memoria sono, che alcuni sali sollecitano la reazione tra l'acido solforico diluito e lo zinco, mentre altri producono l'effetto contrario.

Quale è la ragione? Volli esaminare se per avventura il fenomeno traesse la sua origine da quella causa medesima onde il *fosforo*, l'*idrogeno fosforato*, e l' *idrogeno solforato* influiscono a determinare più rapido lo sviluppo dell'idrogeno, cioè per la formazione di un velamento della sostanza aggiunta che si deponga sulla superficie dello zinco e vi rimanga aderente, quantunque le condizioni della soluzione facessero presupporre l'opposto.

Il fatto non doveva sembrare improbabile, essendo noto che certi corpi solidi attraggono dai liquidi alcune sostanze disciolte e le ritengono con pertinacia.

Feci due esperienze per verificare se la congettura si apponesse o no al vero, e furono le seguenti:

1. Presi 30 gr. di limatura di zinco puro, fatta di recente e ripassata colla calamita, e la dibattei con una soluzione di solfato di magnesio preparata con 8 gr. del sale e il sufficiente di acqua distillata da aversi il volume complessivo di 40 c. c. Ne tenni in disparte 10 c. c. e mi valsi del rimanente per dibatterla colla limatura, protraendo il contatto per 15 minuti; decantai 10 c. c. del liquido sovrastante alla limatura e lo trattai di confronto colla soluzione vergine, valendomi di un sale solubile di bario e seguendo il processo di Wildenstein per la determinazione dell'acido solforico. Occorse precisamente la stessa quantità di cloruro per precipitare l'acido solforico nell'uno e nell'altro liquido, cioè 8, 5 c. c. di una soluzione già preparata di cloruro di bario puro.

Dunque nel contatto tra la limatura di zinco e la soluzione di solfato di magnesia non era avvenuta precipitazione del solfato sulla superficie delle particelle del metallo.

In appresso presi qualche altro centim. cubo del liquido stato in contatto dello zinco, per investigare se per caso fosse avvenuto scambio tra lo zinco e il magnesio, e si fosse disciolto un poco del primo.

Era questo un assaggio che non doveva trascurare, avendo già verificato, che tra zinco e soluzione di solfato di magnesia, allorchè il contatto sia prolungato per un tempo più lungo dell'indicato, e particolarmente quando si scalda alquanto, una certa quantità di zinco si scioglie, e si depone dell'idrato di magnesio e ciò con isvolgimento d'idrogeno.

La ricerca fatta condusse ad accertarmi che neppure una traccia di zinco era passata in soluzione.

2. Ciò che aveva compiuto pel solfato di magnesio nella prova precedente, replicai pel solfato di potassa, e il risultato non fu diverso da quello già ottenuto coll'altro sale.

Ne consegue, che l'influenza o acceleratrice e ritardatrice, prodotta da certi sali nella reazione tra l'acido solforico e lo zinco, non può essere imputata a quella causa medesima che trovai pel *fosforo* e per l'*idrogeno fosforato.*

Quale sia ora non saprei dire nè intendo arrischiarmi con qualche supposto mancante di un appoggio sperimentale; mi restringo a far notare, che i sali isomorfi col solfato di zinco affrettano, mentre fanno l'opposto quelli che non gli sono isomorfi, e che i fatti qui riferiti sono in contrario di ciò che avviene tra lo zinco e le soluzioni neutre dei sali mentovati.

Ciò emerge da certe mie passate osservazioni, quando cioè investigai quali fossero i composti salini che meglio convenivano per la mia pila a *triplice contatto*, in cui vidi il solfato di potassa riuscire più attivo di tutti nell'eccitare l'azione elettrica tra lo zinco ed il rame; come pure emerge dalle recentissime di Snyders, il quale riconobbe che il solfato di potassa ed i cloruri agiscono sullo zinco con efficacia più gagliarda che non i nitrati alcalini e il solfato di magnesia.

Studio cristallografico di alcuni corpi della Serie Aromatica preparati dal prof. KÖRNER.

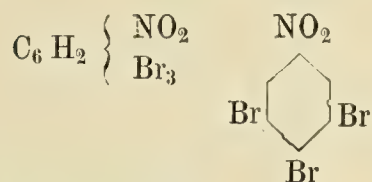
Nota dell' ing. GIUSEPPE LA VALLE

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia
nella seduta del 1 giugno 1879.

---

1. Nitro 1. 2. 3. tribromobenzina.

$C_6H_2 \begin{cases} NO_2 \\ Br_3 \end{cases}$

NO₂ at top of ring; Br, Br, Br

I cristalli studiati sono stati ottenuti per lenta evaporazione in una miscela d'alcool ed etere.

Sistema — Triclino.

Costanti $a:b:c = 1,00552:1:0,48230$.

$\alpha = 78°.\ 25'$ $\quad\xi = 98°.\ 30'.\ 43''$

$\beta = 80°.\ 38'$ $\quad\eta = 95°.\ 4'.\ 18''$

$\gamma = 65°.\ 14'$ $\quad\zeta = 113°.\ 33'.\ 12''$

Forme osservate: (010), (001), (100), (120), (101), ($1\bar{2}2$) fig. 1.

Combinazione osservata: (010) (001) (100) (120) (101) ($1\bar{2}2$) fig. 2.

Angoli	n [1]	Calcolati	Misurati
100:010	4	*	65°. 14′
001:010	4	*	78°. 25′
001:100	2	*	80°. 38′
100:$\bar{1}$01	4	*	55°. 25′
010:$\bar{1}$10	4	*	56°. 49′
100:1$\bar{2}$0	4	44°. 51′	44°. 52′
101:1$\bar{1}$0	2	78°. 35′	78°. 38′
101:$\bar{1}$20	2	60°. 44′	60°. 50′
001:110	2	87°. 51′	87°. 59′
$\bar{1}$01:1$\bar{2}$2	2	34°. 6′	33°. 29′
$\bar{1}\bar{2}$0:1$\bar{2}$2	2	84°. 45′	85°. »
001:1$\bar{2}$2	2	26°. 47′	26°. 20′
0$\bar{1}$0:1$\bar{2}$2	2	78°. 11′	78°. 5′
$\bar{1}$00:1$\bar{2}$2	2	100°. 35′	100°. 40′

[1] n = numero degli angoli misurati.

Sfaldatura difficile parallela a (100).

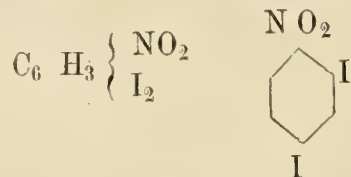
Colore giallo vinato.

Dicroismo poco sensibile.

La più parte dei cristalli si presentano in grandi dimensioni completi nella zona dei pinakoidi verticali e terminati dalle basi alle due estremità.

2. Nitro 1. 3 bijodobenzina.

$$C_6\ H_3 \left\{ \begin{matrix} NO_2 \\ I_2 \end{matrix} \right.$$

(Formula di struttura: anello benzenico con NO_2, I, I)

I cristallini studiati sono stati ottenuti per lenta evaporazione in una miscela di alcool e pochissimo etere.

Sistema — trimetrico.

$a:b:c = 0{,}64734:1:0{,}45819$.

Forme osservate (010), (011), (110) fig. 3.

Combinazione osservata (010) (011) (110) fig. 4.

Angoli	n	Calcolati	Misurati
$011:0\bar{1}1$	5	*	49°. 14′
$110:1\bar{1}0$	8	*	65°. 50′
011:110	11	76°. 55′	76°. 55′

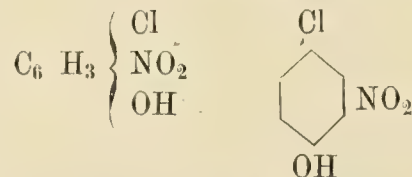
Sfaldatura facile parallela a (110).

I cristallini studiati hanno un calore giallo di zolfo.

Essi hanno uno spessore minore di mezzo millimetro e sono allungati nel senso dell'asse verticale.

3. Mononitroclorofenol.

$$C_6\ H_3 \left\{ \begin{matrix} Cl \\ NO_2 \\ OH \end{matrix} \right.$$

(Formula di struttura: anello benzenico con Cl, NO_2, OH)

Questi cristalli si sono studiati quali li ottenne il prof. Körner senza ulteriore ricristallizzazione.

Sistema cristallino — Monoclino.

Costanti $a:b:c = 2{,}8293:1:1{,}50923$.

$$\eta = +X : +Z = 112°.\ 29'.$$

Forme osservate (100), (101), (001), ($\bar{1}01$), (110), ($\bar{1}12$) fig. 5.

Combinazioni osservate: (100) (101) ($\bar{1}01$) (110) ($\bar{1}12$) fig. 6. (100) (101) ($\bar{1}01$) (110) fig. 7.

Angoli	n	Calcolati	Misurati
100:001	6	67°. 30'. 40'	67°.30'.40"*
100:101	6	45°. 15'	45°.15' *
$\bar{1}$01:$\bar{1}$00	6	80°. 43'	80°.51'
001:$\bar{1}$01	6	31°. 46'	31°.40'
001:101	3	22°. 16'	22°.15'.40"
110:$\bar{1}$10	6	41°. 52'	41°.52' *
$\bar{1}$10:11$\bar{2}$	2	53°. 27'	53°.19'
110:11$\bar{2}$	2	58°. 23'	58°.15'
10$\bar{1}$:11$\bar{2}$	2	39°. 50'	39°.49'

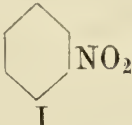
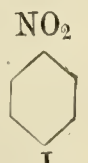
Frattura vitrea.

Le proprietà ottiche osservate sono state le seguenti.

Il piano degli assi ottici è parallelo al piano di simmetria.

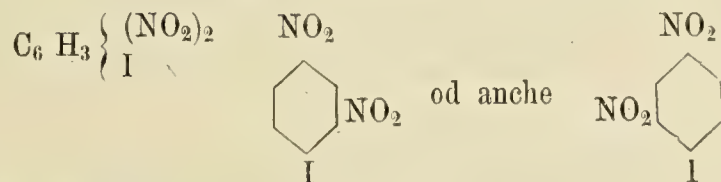
La bisettrice acuta (luce ordinaria) forma un angolo di 14°. circa colla normale ad (100) verso l'asse *a*.

Posto direttamente un cristallo nell'apparecchio polarizzatore, dalla faccia (001) si scorge un'apice d'iperbole.

Il colore è giallo citrino.

Dicroismo poco sensibile.

Si alterano all'aria sensibilmente perdendo completamente la loro lucentezza e trasparenza.

La maggior parte dei cristalli si presentano come il disegno fig. 7; pochissimi come la fig. 6.

4. Binitrojodobenzina.

$C_6H_3\begin{cases}(NO_2)_2\\ I\end{cases}$ NO_2 / NO_2 / I od anche NO_2 / NO_2 / I

Di questa sostanza furono dal prof. Körner ottenuti due campioni preparati per due vie. L'uno A, facendo agire sulla Nitrojodobenzina NO_2 / I dell'acido nitrico.

L'altro B trattando nello stesso modo la Nitrojodobenzina NO_2 / I.

I risultati ottenuti dallo studio cristallografico sono stati i seguenti.

A

I cristallini studiati sono stati ottenuti per lentissima evaporazione in alcool e poco etere.

Sistema cristallino — Triclino.

Costanti $a:b:c = 1{,}63461:1:0{,}939687$.

$\alpha = 91°.\ 11'.\ 8''$ $\qquad \xi = 88°.\ 3'.\ 37''$
$\beta = 70°.\ 32'.$ $\qquad \eta = 109°\ 31'.\ 32''$
$\gamma = 88°.\ 3'.$ $\qquad \zeta = 92°\ 29'.\ 17''$

Forme osservate (001), (100), (110), (190), (010), $(\bar{1}10)$, (101), (011), (101), $(\bar{2}01)$ fig. 8.

Combinazioni osservate (001) (101) (100) $(\bar{2}01)$ $(\bar{1}01)$ (110) (190) (101) $(1\bar{1}0)$ fig. 9. (001) (101) (100) $(\bar{2}01)$ $(\bar{1}01)$ (110) (101) (011) fig. 10.

Angoli	n	Calcolati	Misurati
001:100	4	*	70°. 32′
001:110	4	*	80°. 40′
100:110	4	*	55°. 39′
110:010	4	*	32°. 24′
100:101	4	*	46°.
001:010	4	91°.11′. 8″	91°. 8′
010:$\bar{1}$10	4	33°.32′.37″	33°. 55′
100:190	1	83°.31′.18″	83°. 52′
001:$\bar{1}$01	2	33°.53′.31″	33°. 48′
$\bar{1}$01:$\bar{2}$01	2	26°.31′.17″	26°. 40′
001:190	2	89°.42′.55″	89°. 54′

Sfaldatura perfetta parallela a (110).

I pinakoidi (190) (010) presentano striatura parallela alla loro intersezione.

Le proprietà ottiche potute osservare sono state le seguenti.

Nell'apparecchio polarizzatore si è osservato che nella faccia (010) si vede un'apice d'iperbole.

Dicroismo pochissimo sensibile.

Colore giallo di zolfo.

B

I cristallini studiati sono stati ottenuti come i precedenti per lenta evaporazione in alcool e pochissimo etere.

Sistema cristallino = Triclino.

Costanti = $a:b:c = 1{,}642475:1:0{,}940627$.

$\alpha = 90°.\ 44'.\ 36''$ $\qquad \xi = 88°.\ 37'.\ 49''$
$\beta = 70°.\ 36'.$ — $\qquad \eta = 109°.\ 25'.\ 58''$
$\gamma = 88°.\ 21'.$ — $\qquad \zeta = 92°.$ — $41''$

Forme osservate (001), (100), (110), (190), (010), $(\bar{3}50)$, $(\bar{1}10)$, $(\bar{2}01)$, $(\bar{1}01)$, (101) fig. 8.

Combinazioni osservate $(\bar{1}01)$ $(\bar{2}01)$ (010) (190) $(1\bar{1}0)$ $(3\bar{5}0)$ fig. 11. (001) (101) (100) $(\bar{2}01)$ $(\bar{1}01)$ (110) (010) $(\bar{1}10)$ fig. 12.

Angoli	n	Calcolati	Misurati
001:100	4	*	70°, 36′
001:110	4	*	80° 23′
100:110	4	*	56°. —
110:010	4	*	32°. 21′
100:$\underline{1}$01	4	*	46°. 11′
010:$\bar{1}$10	5	33°.19′.12″	33°. 31′
$\underline{0}$01:$\bar{1}$01	2	33°.43′.	33°. 31′
$\bar{1}$01:0$\bar{1}$0	2	88°.15′.54′	88°. 45′
001:$\bar{2}$01	2	60°.10′.48″	60°. 3′
$\bar{3}$50:$\bar{1}$10	1	13°.48′.	13°. 49′
010:$\underline{1}$90	1	4°. 5′.30″	4°. —
110:$\bar{1}$01	2	80°.56′.21″	80°. 55′

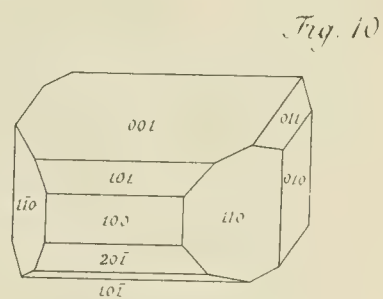
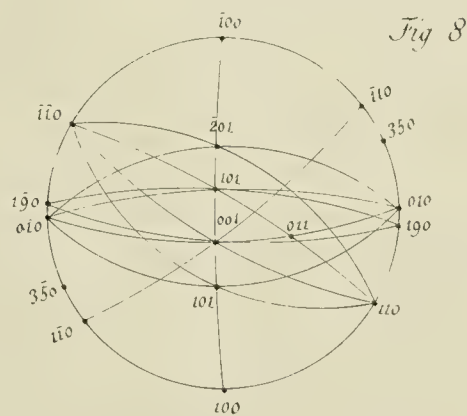
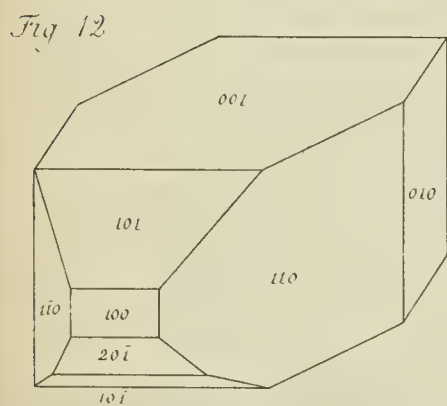
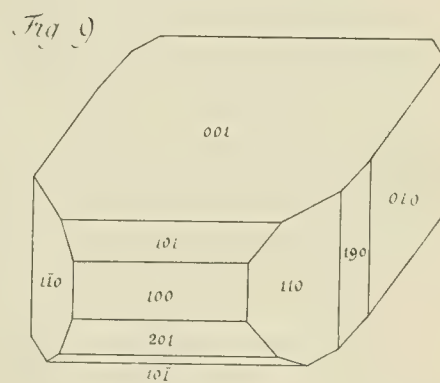
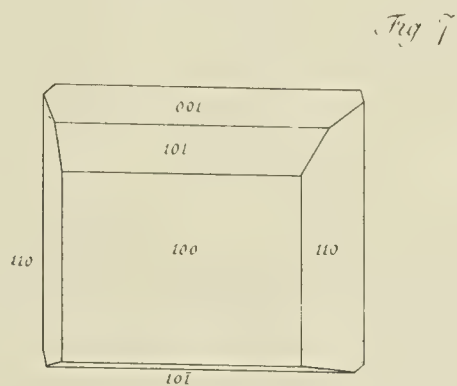
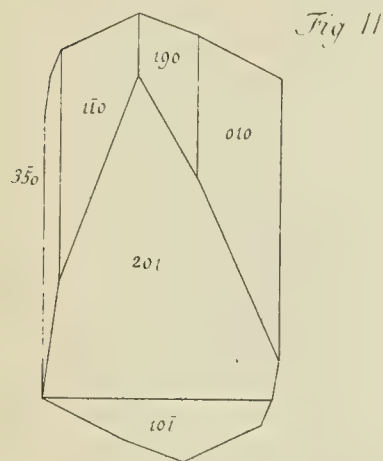
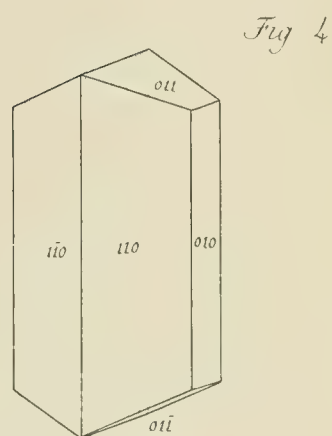
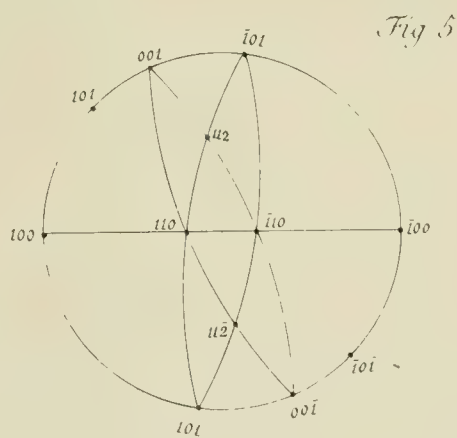
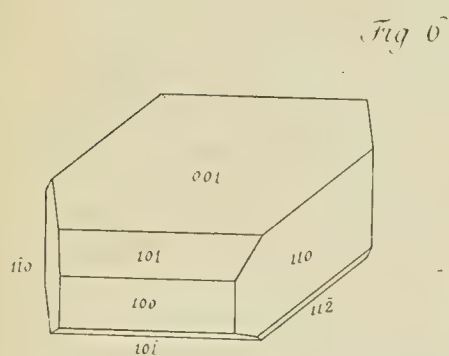
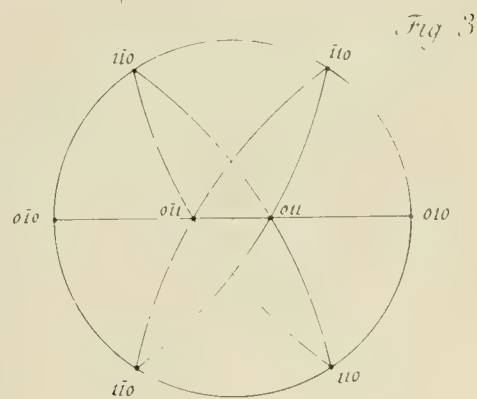
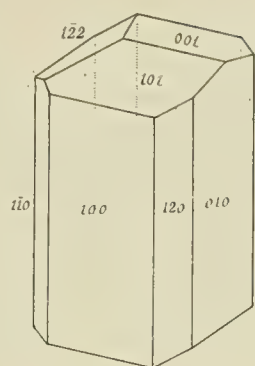
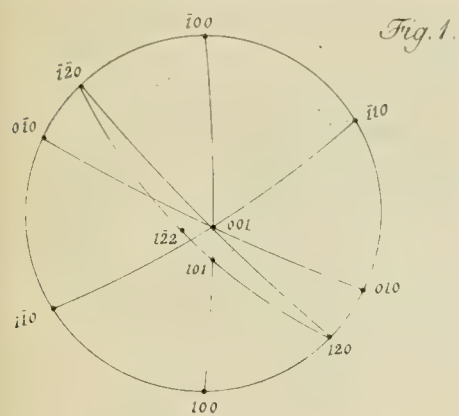
Sfaldatura perfetta parallela a (110).

I pinakoidi (190) (010) ($\bar{3}$50) presentano una forte striatura parallela alle loro intersezioni.

Questi cristalli la più parte si presentano come la figura 11 più o meno completa, altre come la figura 12 e come quelle del corpo precedente.

Le proprietà ottiche osservate sono state le stesse che nel corpo precedente, e furono verificate le medesime osservazioni. Ciò serve a sempre più comprovare che i risultati cristallografici dei due corpi sono gli stessi e che se non sono perfettamente eguali lo si deve attribuire all'imperfezione del materiale, massime di questo secondo corpo.

Da questi risultati si conclude che i due prodotti che sono chimicamente identici, senza alcun dubbio, come asserisce il prof. Körner, sono anche cristallograficamente identici.

G. La Valle — Studio cristallografico di alcuni corpi della serie aromatica.

Ricerche sulle leggi termiche e galvanometriche delle scintille elettriche prodotte dalle scariche complete, incomplete e parziali dei condensatori.

Memoria del prof. EMILIO VILLARI

letta nella seduta del 1 giugno 1879.

Continuando lo studio sulle scintille elettriche mi diedi ad investigare la proprietà di quelle prodotte dalle scariche incomplete dei condensatori le quali, come è noto, si verificano fra una batteria di bottiglie carica ed una allo stato naturale, quando si riuniscono fra loro le armature interne ed esterne di esse. Feci inoltre uno studio più ampio delle scariche ordinarie non che delle parziali, col determinare e confrontare fra loro gli effetti delle scintille prodotte da queste diverse scariche. E dirò fino da ora che i fenomeni e le leggi delle scintille che accompagnano codeste scariche si manifestano, a primo aspetto, in maniera così singolare, che difficilmente si sarebbero potute prevedere con le leggi già stabilite da me, delle scintille prodotte dalle scariche ordinarie.

I risultati però di queste nuove indagini, siccome si collegano assai intimamente con quelli ottenuti precedentemente da me, sulle scintille delle scariche ordinarie e già esposti in un precedente mio scritto, così parmi necessario, prima di procedere oltre, di ricordare qui, per maggior chiarezza di quanto verrò esponendo, alcune di quelle leggi indicate (1).

Con quelle mie ricerche adunque furono dimostrate le seguenti leggi:

I. *Il riscaldamento prodotto dalla scintilla segue le medesime leggi delle deviazioni galvanometriche generate dalla scarica dei condensatori.*

II. *Il riscaldamento prodotto dalla scintilla della scarica di un condensatore è proporzionale alla quantità di elettricità che produce la detta scintilla.*

III. *Il riscaldamento prodotto dalla scintilla della scarica di un condensatore è proporzionale alla lunghezza della scintilla stessa.*

IV. *Il riscaldamento prodotto dalla scintilla della scarica di un condensatore è indipendente dalla superficie del condensatore, nel quale la elettricità, che quella produce, è accumulata.*

V. *La quantità di elettricità messa in moto nella scarica di un condensatore (caricato con una data quantità di elettricità) è indipendente dalla lunghezza della scintilla, che la scarica produce.*

(1) Villari, *Intorno alle leggi termiche e galvanometriche delle scintille elettriche* ecc. Acc. d. sc. di Bologna, serie 3.ª vol. X. Bologna, 1879.

VI. *La resistenza opposta dai gassi alla scintilla di un condensatore è proporzionale alla grossezza dello strato gassoso percorso dalla scintilla stessa* (1).

Scariche incomplete.

Premessi questi dati, che richiamerò in seguito, dirò come le mie prime indagini furono rivolte allo studio delle scintille prodotte dalle scariche incomplete per lo che adoperai l'apparecchio rappresentato in complesso dalla figura 1.

Apparecchio. — Esso è formato da due batterie di 18 bottiglie A e B (vedi anche le figure schematiche 2, 3, 4) quali furono descritte nella Memoria più sopra citata, sostenute da colonne di vetro, ricoperte da grosso strato di gommalacca, appoggiate su dischi di ebanite per assicurarne meglio lo isolamento. Le loro armature esterne erano stabilmente riunite fra loro con una lastra di rame ab, e comunicanti con una bottiglia elettrometrica E. Una di dette batterie veniva caricata con uno degli elettrodi c della macchina di Holtz, mentre l'altro c' comunicava col suolo e col bottone di scarica della bottiglia elettrometrica; con la quale si veniva a misurare con una unità arbitraria ma costante (la scintilla elettrometrica) la quantità d'elettricità accumulata nella batteria. Completano l'apparecchio un termometro a scintilla P, ovvero un galvanometro, ed uno scaricatore S' che insieme alle batterie A e B sono rappresentate schematicamente nella figura 2 (2).

Il termometro P ovvero il galvanometro, con un estremo comunicava con lo scaricatore S' (fig. 2) isolato, il quale con un' asticella di ebanite si poteva smuovere e far venire in contatto con l'armatura interna della batteria B quando si voleva produrre la scarica. L'altro estremo del termometro o galvanometro P era prolungato da un grosso filo di rame, il quale solo al momento della scarica, cioè prima d'abbassare lo scaricatore S', s'immergeva nel mercurio contenuto nel bicchiere di vetro verniciato e con cui comunicava la batteria B. Adunque durante la carica di B le perdite d'elettricità erano ridotte al minimo possibile giacchè essa era perfettamente isolata, essendo separata affatto dallo scaricatore S' e disgiunta in e dal filo Pe.

Alcune volte nel circuito erano contenuti insieme il termometro ed il galvanometro ed altre volte ancora due termometri come meglio si vedrà in seguito.

Esperienze galvanometriche. — Le prime esperienze ebbero per iscopo di studiare le scariche incomplete con le deviazioni del galvanometro; e perciò misi in P il galvanometro a specchio perfettamente isolato ed a sufficente distanza dal resto dell'apparecchio. Poscia con l'elettrodo c (fig. 1) caricavo la batteria B (che chiamerò di *carica*) con una determinata e costante quantità di elettricità, misurata dal numero

(1) Queste leggi si riferiscono alla scintilla che si produce nel circuito scaricatore interrotto in un determinato punto.

(2) Il termometro a scintilla e lo scaricatore sono descritti nella Memoria più sopra citata.

Circa il termometro a scintilla notiamo qui brevemente che esso è formato da un pallone di vetro P (fig. 1) di circa un litro di capacità, verniciato ed isolato perfettamente. La scintilla vi si forma nell'interno tra le palline di platino che terminano internamente gli elettrodi, e le dilatazioni dei gas secchi sono accusate dagli spostamenti di un indice glicerico contenuto in un cannello di vetro r.

di scintille elettrometriche, e quindi la scaricavo nella batteria A (che chiamerò di *scarica*) per mezzo dello scaricatore S' (fig. 2) e del filo $e P S'$ attraverso il galvanometro P. La batteria A nelle diverse esperienze era composta di un numero vario di bottiglie onde produrre scariche di diversa quantità di elettricità e vedere come per esse variavano le deviazioni del galvanometro. Tali esperienze e misure furono ripetute più e più volte ed i risultati medî di esse sono ripartiti nelle tabelle seguenti.

TABELLA I. — *Ossigeno* (?) *carica* 40 *in* 18 *bottiglie.*

Num. d'ordine	I Bottiglie di scarica n	II Totale delle bottiglie N	III Carica di ciascuna bottiglia q	IV Elettricità che si scarica Q	V Deviazioni galvanometriche D	VI Rapporti $D:Q$	VII Differenze da 3,50
1	0	18	2,22	0,00	0,00		
2	2	20	2,00	4,00	15,36	3,85	+ 0,35
3	3	21	1,90	5,70	20,2	3,54	+ 0,04
4	4	22	1,82	7,28	24,0	3,29	— 0,21
5	5	23	1,73	8,65	29,8	3,56	+ 0,06
6	6	24	1,67	10,02	34,1	3,34	— 0,16
7	8	26	1,50	12,00	43,5	3,63	+ 0,13
8	10	28	1,43	14,03	50,8	3,62	+ 0,12
9	12	30	1,33	15,96	56,7	3,55	+ 0,05
10	14	32	1,25	17,50	59,8	3,47	— 0,03
11	16	34	1,18	18,88	64,9	3,43	— 0,07
12	18	36	1,11	20,00	66,0	3,30	— 0,20
						med. 3,50	

TABELLA II. — *Ossigeno* (?) *carica* 30 *in* 18 *bottiglie.*

Num. d'ordine	I Bottiglie di scarica n	II Totale delle bottiglie N	III Carica di ciascuna bottiglia q	IV Elettricità che si scarica Q	V Deviazioni galvanometriche D	VI Rapporti $D:Q$	VII Differenze da 2,82
1	0	18	1,67				
2	2	20	1,50	3,0	10,9		
3	3	21	1,43	4,29	14,2	3,63	
4	4	22	1,36	5,44	15,5	3,30	
5	5	23	1,30	6,50	18,5	2,87	+ 0,05
6	6	24	1,25	7,50	21,0	2,67	— 0,15
7	8	26	1,15	9,20	27,3	2,97	+ 0,15
8	10	28	1,07	10,7	32,0	2,99	+ 0,17
9	12	30	1,00	12,0	34,8	2,90	+ 0,08
10	14	32	0,94	13,16	37,6	2,80	— 0,02
11	16	34	0,88	14,08	38,8	2,75	— 0,07
12	18	36	0,83	14,94	41,2	2,75	— 0,07
13	20	38	0,79	15,80	42,0	2,66	— 0,16
						med. 2,82	

Le due tabelle precedenti contengono i risultati di esperienze simili: la prima quelli ottenuti con una carica iniziale di 40 unità elettrometriche, e la seconda con una carica di 30.

In esse nella colonna I è indicato il numero n di bottiglie della batteria di scarica; numero che variò da una esperienza all'altra, nel mentre che la batteria di carica era costantemente composta di 18 bottiglie. Nella colonna II è riportato il numero totale N di bottiglie delle due batterie. Nella colonna III è trascritta la carica q di ciascuna bottiglia dopo che era accaduta la scarica incompleta.

Tali cariche q di ciascuna bottiglia si calcolavano dividendo la carica totale (40 o 30 unità elettrometriche) pel numero totale N delle bottiglie indicate nella colonna II nelle diverse esperienze. Ed in coteste determinazioni si supponeva che le bottiglie tutte avessero la medesima capacità elettrica; e quindi s'ammetteva che dopo la scarica incompleta in ciascuna di esse fosse accumulata la medesima quantità di elettricità. Il che se non è assolutamente esatto è certamente assai prossimo al vero, imperocchè tutte le bottiglie furono fatte costruire il più possibilmente eguali e simili fra loro.

Nella colonna IV è indicata la quantità Q di elettricità (elettricità di scarica) che dall'una batteria passa all'altra attraverso il filo che riunisce le loro armature interne per produrre la scarica incompleta.

E tale quantità Q si è calcolata nelle varie circostanze moltiplicando la carica q di ciascuna delle bottiglie pel numero delle bottiglie di scarica: ammettendo, come cosa naturalissima, che l'elettricità la quale dall'armatura interna di B passa in quella di A sia proporzionale (poste le altre cose eguali) alla carica ed al numero di ciascuna delle bottiglie di scarica A.

Nella colonna V sono trascritte le deviazioni galvanometriche prodotte da ciascuna scarica incompleta. Nella VI, vi sono indicati i rapporti $D : Q$, fra le deviazioni galvanometriche e la quantità Q di elettricità che forma ciascuna scarica incompleta. E finalmente nella colonna VII ed ultima sono registrate le differenze fra ciascuno dei detti rapporti e la loro media generale.

Dall'esame delle tabelle precedenti noi scorgiamo che la quantità Q d'elettricità della scarica incompleta va rapidamente crescendo, come è naturale, col numero delle bottiglie di scarica, e con essa quantità Q crescono ancora rapidamente le deviazioni galvanometriche D. Ed anzi può dirsi che le dette deviazioni crescono proporzionalmente alla quantità di elettricità della scarica incompleta, che le produce; imperocchè i rapporti $D : Q$ fra le dette quantità sono sensibilmente costanti: come meglio ancora si rileva dalla colonna VII delle differenze che sono piccolissime e di segni capricciosamente diversi. Laonde noi possiamo ritenere come dimostrata dalle precedenti misure la seguente:

I Legge. — *Le deviazioni galvanometriche prodotte dalle scariche incomplete sono proporzionali alle quantità di elettricità che costituiscono queste scariche.*

Forse questa legge si sarebbe potuta prevedere dal fatto indicato dal Faraday, e più ampiamente studiato da me con molte esperienze [1]: che cioè le deviazioni galvanometriche prodotte dalle scariche delle batterie sono proporzionali alle quantità

[1] Villari, l. c. p. 162 e 182.

di elettricità che formano le dette scariche. Tuttavia a me è parso utile di stabilire sperimentalmente la suddetta legge, in primo luogo perchè nessuno l'aveva dimostrata pel caso delle scariche imcomplete; ed in secondo perchè, seguendo le deviazioni galvanometriche leggi analoghe a quelle che seguono gli effetti termici delle scintille, le prime suaccennate osservazioni mi son servite di guida nelle ricerche più complicate e difficili delle leggi termiche delle scintille delle scariche incomplete.

Esperienze termometriche. — Determinata adunque questa legge delle deviazioni galvanometriche io passai a studiare le leggi con cui le scintille delle scariche incomplete svolgono calore. E perciò al galvanometro P (fig. 2) sostituii uno de' miei soliti termometri a scintilla, con elettrodi terminati da palline di platino nell'interno del pallone. Le esperienze, per queste determinazioni, furono condotte in modo affatto analogo al precedente, ed ebbi sempre cura di separare elettricamente il termometro delle due batterie durante la carica di una di esse, per diminuire al più possibile le perdite e per impedire la carica, anche piccola che per influenza poteva impartirsi alla batteria non comunicante colla macchina elettrica. Così furono fatte molte esperienze ed i risultati medî di tre o più misure eseguite per ciascun caso sono registrati nella tabella seguente.

TABELLA III. — *Ossigeno pallone* A *carica* 40 *in* 18 *bottiglie.*

I Bottiglie di scarica n	II Totale delle Bottiglie N	III Carica di ciascuna Bottiglia q	IV Elettricità che si scarica Q	V Calore C		VI Rapporti $C:Q$	VII Differenze da 1,37
2	20	2,0	4,0	7,4		1,85	
3	21	1,9	5,7	8,7	media 1,37	1,52	+ 0,15
4	22	1,82	7,28	10,0		1,37	0,00
5	23	1,73	8,65	12,3		1,41	+ 0,04
6	24	1,67	10,02	13,7		1,37	0,00
8	26	1,50	12,00	15,8		1,32	— 0,05
10	28	1,43	14,03	18,5		1,32	— 0,05
12	30	1,33	15,96	20,7		1,29	— 0,08
14	32	1,25	17,50	20,1		1,15	
18	36	1,11	20,00	23,0		1,15	

Le colonne della tabella precedente sono disposte nel medesimo ordine che nelle tabelle I e II; e contengono le medesime indicazioni fino alla colonna IV. Nella V sono registrati i riscaldamenti C prodotti nel pallone dalle scintille delle diverse scariche incomplete. Nella colonna VI sono trascritti i rapporti $C:Q$ fra le quantità di calore svolte dalla scintilla e le quantità di elettricità che le generano; e finalmente nella colonna VII sono indicate le differenze fra ciascuno dei detti rapporti $C:Q$ e la loro media generale.

Ora dall'esame della precedente tabella III noi scorgiamo che il calore C prodotto dalla scintilla va rapidamente crescendo col crescere dell'elettricità che forma la scarica incompleta, in maniera da riescire il detto calore proporzionale alla elettricità che lo produce. Ed in vero i rapporti $C:Q$ fra le indicate quantità sono costanti

(colonna VI) e ciò risulta ancor meglio dalla colonna VII delle solite differenze, le quali sono di segno diverso e son sempre piccolissime e tali da esser comprese intieramente negli errori di esperienze. Per lo che noi possiamo enunziare, come dimostrata dalle ricerche precedenti la seguente:

II Legge. — *Il calore svolto dalla scintilla della scarica incompleta è direttamente proporzionale alla quantità di elettricità che la produce.*

Questa legge relativa al calore della scintilla è analoga a quella indicata più sopra, relativa alle deviazioni galvanometriche, ed a me è sembrato utile di riconfermarle insieme con una sola serie di esperienze. Ho perciò introdotto nel circuito, percorso dalla scarica incompleta, il termometro a scintilla ed il galvanometro, e quindi producevo la scarica come nelle esperienze precedenti, ed osservavo insieme l'uno e l'altro istrumento. Le misure furono ripetute tre o più volte per ciascun caso, e le medie dei varî risultati sono trascritte nelle tabelle seguenti; nella prima delle quali le esperienze furono fatte con una carica di 40 unità elettrometriche, e nella seconda con una carica di sole 30 delle dette unità.

Tabella IV. — *Ossigeno pallone* B *cariche* 40 *in* 18 *bottiglie.*

I Bottiglie di scarica n	II Totale delle Bottiglie N	III Carica di ciascuna Bottiglia q	IV Elettricità di scarica Q	V Calore C	VI Rapporti $C:Q$	VII Differenze da 1.01	VIII Deviazioni galvanometriche D	IX Rapporti $D:Q$	X Differenze da 2,88
2	20	2,0	4.0	4,7	1,18		14,8	3,70	
3	21	1,9	5,7	6,3	1,11	+ 0,10	18,2	3,19	+ 0,31
4	22	1,82	7,28	7,7	1,06	+ 0,05	20,6	2,83	— 0,05
5	23	1,73	8,65	8,3	0,96	— 0,05	23,7	2,74	— 0,14
6	24	1,67	10,02	10,0	0,98	— 0,03	27,7	2,72	— 0,16
8	26	1,50	12,00	12,0	1,00	— 0,01	35,7	2,98	+ 0,10
10	28	1,34	14,03	12,9	0,91	— 0,10	39,8	2,84	— 0,04
12	30	1,33	15,96	17,3	1,08	+ 0,07	46,7	2,88	— 0,00
					media 1,01			media 2,88	

Tabella V. — *Ossigeno (?) pallone* B *cariche* 30 *in* 12 *bottiglie.*

I Bottiglie di scarica n	II Totale delle Bottiglie N	III Carica di ogni Bottiglia q	IV Elettricità di scarica Q	V Calore C	VI Rapporti $C:Q$	VII Differenze da 1.02	VIII Deviazioni galvanometriche D	IX Rapporti $D:Q$	X Differenze da 2,58
12	24	1,25	15,00	17,9	1,19	+ 0.17	42,8	2,85	+ 0,27
14	26	1,15	16.10	17,4	1,08	+ 0,06	44.7	2,78	+ 0,20
16	28	1,07	17,12	17,2	1,00	— 0,02	42,5	2,47	— 0,11
18	30	1,00	18.00	17,8	0,99	— 0,03	46,0	2,56	— 0,02
20	32	0,94	18,80	16,2	0,86	— 0,16	44,5	2,36	— 0,22
22	34	0,88	19,36	18,9	0,97	— 0,05	48,7	2,51	— 0,07
24	36	0,83	19,92	20,1	1,05	+ 0,03	50,0	2,51	— 0,07
					med. 1,02			med. 2,58	

Queste due tabelle sono disposte in modo perfettamente simile alle precedenti. Nella colonna VI sono registrati i rapporti $C:Q$ fra il calore e la quantità di elettricità che lo produce, e si scorge che essi sono costanti essendo le solite differenze (colonna VII) fra ciascuno di essi e la loro media generale piccolissime e varianti di segno. Laonde la seconda legge relativa al calore, qui sopra enunziata, è completamente riconfermata da queste nuove misure.

Lo stesso dicasi dei rapporti costanti $D:Q$, (colonna IX) fra le deviazioni galvanometriche e le quantità di elettricità che le producono, essendo piccolissime e di segno oscillante le solite differenze segnate nella colonna X. E quindi anche la prima delle due leggi su esposta, relativa alle deviazioni galvanometriche, viene da queste nuove misure riconfermata rigorosamente.

È poi degno di nota che le differenze relative ai rapporti termici (colonna VII) e quelle relative ai rapporti galvanometrici (colonna X) oltre ad essere tutte piccolissime, variano generalmente nel medesimo senso per ciascuna esperienza, per cui i piccoli errori dai quali codeste differenze sono prodotte devono ritenersi dovuti a cause generali e che contemporaneamente e nello stesso modo affettano le due specie di misure. E fra dette cause deve, come molto probabile, essere annoverata la non assoluta eguaglianza delle bottiglie, imperocchè non tutte erano della medesima provenienza e perciò di vetro e spessezza certamente diversa.

Queste due leggi delle scariche incomplete sono le stesse dimostrate da me nella Memoria citata rispetto alle scariche ordinarie, e perciò sono come un caso particolare di quello delle scariche dei condensatori in generale.

Confronto fra le varie scariche.

Per spingere più avanti ed approfondire questo studio, sulle scariche dei condensatori e sulle scintille da esse prodotte, fu necessario confrontare fra loro gli effetti delle scintille prodotte dalle scariche ordinarie con quelli dovuti alle scintille delle scariche incomplete e delle scariche *parziali* (1). Questo confronto fu eseguito col galvanometro e col termometro a scintilla. Ma io dirò in altra occasione delle ricerche galvanometriche, e qui esporrò soltanto i risultati ottenuti col termometro non volendo troppo estendere questo mio scritto.

Passando adunque senza altro a discorrere delle esperienze termometriche dirò che esse furono praticate nell'ordine seguente:

1.° Si determinava il riscaldamento prodotto della scarica totale: per lo che si caricava la batteria B per esempio (fig. 4), con una determinata quantità di elettricità, tenendola perfettamente isolata e separata da conduttori accessorî; quindi per mezzo dello scaricatore S' e del circuito disposto, come indica la figura, si scaricava attraverso il termometro a scintilla P bene isolato, e se ne determinava la dilatazione per mezzo dello spostamento del suo indice.

(1) Chiamo scariche *parziali* quelle che si producono scaricando nel modo ordinario (riunendo cioè l'armatura del condensatore interna con l'esterna) la elettricità rimasta in ciascuna delle due batterie dopo accaduta la scarica incompleta.

2.° Dopo si passava alla misura termica della scintilla della scarica incompleta; disponendo il circuito come è indicato nella fig. 2. Si ricaricava la batteria *B* colla medesima quantità di elettricità che precedentemente, e poscia collo scaricatore *S'* si scaricava, attraverso il termometro *P*, incompletamente nella batteria eguale *A*: e del pari si notava lo spostamento dell'indice del termometro.

3.° Poscia si passava a misurare i riscaldamenti dovuti alle scintille prodotte nel termometro per le due scariche parziali delle elettricità contenute nelle due batterie *B* ed *A*.

B) Per misurare l'effetto della scarica parziale di *B* il circuito si disponeva come indica la figura 4 e si procedeva come è detto al n. 1.

A) Per misurare la scarica parziale di *A* si disponeva il circuito come indica la fig. 2 e collo scaricatore *S'* si produceva la scarica attraverso il termometro *P*.

È necessario di fare avvertire che i fili del termometro, durante la carica di *B* erano, come già si disse, allontanati dai bicchierini *e* ed *e'*, nonchè lo scaricatore *S'* era distaccato dall'armatura interna della batteria a fine d'isolarla il più che fosse possibile. Ed inoltre dirò che la serie delle quattro operazioni successive qui sopra indicate, era eseguita colla massima celerità possibile, essendo sempre predisposti ed ordinati prima tutti i varî conduttori, e ciò per diminuire il più che fosse possibile le piccole perdite d'elettricità che potevano verificarsi nelle batterie cariche. Aggiungerò ancora che ebbi sempre cura, quando facevo le misure delle scariche *parziali*, di scaricare alternamente una volta prima la batteria *A* ed un'altra prima quella *B*, affinchè le perdite dovute al tempo, nel quale ciascuna delle due batterie era rimasta carica, si fossero in ultimo compensate.

Procedendo adunque, in queste delicate misure, con l'ordine e con gli accorgimenti suindicati, nonchè con tutti quelli che la pratica sperimentale consiglia in simile genere di ricerche, io eseguii molte esperienze, ed alcuni dei risultati ottenuti sono riportati qui appresso nelle due tabelle seguenti:

TABELLA VI. — *Batteria di carica* 18 *bottiglie, cariche a* 50
» *scarica* 18 *bottiglie.*

CALORE PRODOTTO DALLA SCARICA			
Totale	Incompleta	Parziale dalla batteria di	
		Carica *A*	Scarica *B*
I	II	III	IV
31	29	16	20
33	29	17	18,5
34,2	27	16	18,0
34,0	26,5	16	16,0
Medie generali			
33,1	27,9	16,3	18,1
		Somma 32,4	

TABELLA VII. — *Pallone* A 18 *bottiglie di carica e* 18 *di scarica.*

N. d'ordine	CALORE PRODOTTO DALLA SCARICA				Valore della carica	OSSERVAZIONI
	Totale	Incompleta	Parziale dalla batteria di			
			Carica	Scarica		
	I	II	III	IV	V	VI
1	39	24,5	10,9	9,3	55	Le armature esterne *comunicavano col suolo* durante le scariche.
	28,3	24,5	11,2	12,5		
	med. 28,7	24,5	11,1	10,9		
2	31,5	21,6	11,3	14	60	Le armature esterne *comunicavano col suolo*. ecc.
	32,2	20,2	11,5	11,5		
	28	22	12	12		
	29,8	23	11,5	12,3		
	28,7	20	13,5	15,2		
	med. 30	21,6	12.6	13		
3	32	18.8	14,3	14,1	60	Le armature esterne *non comunicavano col suolo* ecc.
	30,9	18.9	14,3	14,6		
	28	19,5	11	13,9		
	28	19.2	12	13		
	26,3	16	12	12,8		
	med. 29	18,5	12,3	13,7		
4		26	14	15,3	50	Le armature esterne *comunicavano col suolo* ecc.
		26	15	20		
		26	15			
		24,5	15,2	14,8		
		23	16	17,0		
		26	16,5	15,3		
		28,5	16,8	17		
		26,7	15,5	17		
	med. 33,1 (1)	25,8	15,5	16,6		
5		26,5	17	16	50	Le armature esterne *non comunicavano col suolo* ecc.
		25,8	17	16,2		
		26	15,2	15,8		
		25,2	15	18,3		
		25	16	15		
		27,3	19,5	17,2		
	med. 33,1 (1)	26	16,7	16,4		

(1) Questi valori 33,1^{mm} non furono ottenuti in questa esperienza ma in quella simile riportata a Tavola VI.

Nelle due tabelle precedenti sono trascritti i risultati di varie serie di esperienze, ed essi sono stati riportati in esteso, per mostrare il regolare andamento dei

fenomeni ai quali si riferiscono. In entrambe le tabelle, le indicazioni e le disposizioni dei dati sono analoghe; e nella I colonna è registrato il calore svolto dalla scintilla della scarica totale; nella II quello dovuto alla scintilla della scarica incompleta: nella III, il calore della scintilla della scarica parziale della batteria di carica *B* e nella IV quello prodotto dalla scintilla della scarica parziale della batteria di scarica *A*. Nella V colonna inoltre sono indicate le cariche, in unità elettrometriche, colle quali si sperimentava, e nella VI, finalmente, è detto quando (durante le scariche) le armature estreme comunicavano col suolo e quando erano isolate. Alla fine di ciascuna serie di esperienze, ed in un rigo orizzontale, sono trascritte le medie dei risultati della stessa serie e disposte nel medesimo ordine dei singoli dati.

Esaminando i numeri precedenti noi non scorgiamo alcuna differenza sensibile fra i risultati ottenuti facendo comunicare le armature esterne col suolo (esp. n. 2) durante la scarica, o tenendole isolate (esp. n. 3): e perciò in tutte le altre esperienze io per comodità preferii tener sempre isolate le batterie durante le loro scariche.

Tutte le medie precedenti, che non sono fra loro relativamente molto discordi, io le ho riunite insieme e quindi ricavata la media generale di tutte per potere più facilmente discutere e comprendere insieme i precedenti risultati. E tali medie sono riportate nella tabella seguente.

TABELLA VIII. — *Pallone* A 18 *bottiglie di carica e* 18 *di scarica.*

CALORE PRODOTTO DALLA SCARICA			
Totale	Incompleta	Parziale della batteria di	
		Carica *B*	Scarica *A*
I	II	III	IV
31,2	24,1	14,1	14,8
		28,9	

E riferendoci alla sola tabella precedente, che è il riassunto delle altre due, noi osserviamo che la scintilla della scarica totale produce, in numero rotondo, 31 *calorie* (¹): quella della scarica incompleta ne svolge 24 (circa $\frac{3}{4}$ della precedente); e quelle delle scariche parziali ne svolgono, l'una 14 (batteria di carica) e l'altra (batteria di scarica) circa 15: ed il piccolo eccesso dell'effetto della seconda scarica parziale sulla prima tiene a che la seconda batteria *A* ha una capacità elettrica un po' maggiore della prima; come ho constatato con misure dirette eseguite col galvanometro. Salvo adunque questa piccolissima differenza può ritenersi che le scintille eguali delle scariche parziali producano un eguale riscaldamento nel termometro: il che appunto deve accadere essendo le due batterie eguali e perciò cariche della stessa quantità di elettricità.

(¹) Chiamo per semplicità caloria ogni spostamento di un millimetro o grado nell'indice del mio termometro a scintilla.

Si osserva inoltre che la somma delle calorie prodotte dalle due scariche parziali è 29, cioè quasi eguale alle 31 cal. svolte dalla scarica totale; il che è perfettamente d'accordo colle leggi precedentemente dimostrate da me [1]. Ed infatti il calore svolto dalle scintille delle scariche dei condensatori dipende (per una scintilla di lunghezza costante) dalla sola quantità di elettricità e punto dalla superficie del condensatore nella quale quella è accumulata. E siccome nel caso che trattiamo la scintilla nel pallone è costante in lunghezza e la quantità di elettricità messa in moto nella scarica totale e nelle due parziali è la medesima, così il calore prodotto nei due casi deve essere ed è realmente lo stesso. La lieve differenza, fra le 31 calorie della scarica totale e le 29 delle due scariche parziali, è dovuta in parte alle maggiori perdite d'elettricità subìte dalle due batterie per la maggiore durata delle esperienze nella misura delle scariche parziali, rispetto al tempo impiegato per istudiare l'unica scarica totale.: e forse anche in parte questa piccola differenza è dovuta alla quantità d'elettricità residua, che nelle due batterie deve probabilmente esser maggiore di quella sola rimasta nell'unica batteria dopo la scarica totale: laonde in realtà per queste cagioni le due scariche parziali metterebbero in moto una quantità di elettricità alquanto minore che la scarica unica totale, e perciò questa colla sua unica scintilla deve produrre un po' più di calore che quelle due con la loro duplice scintilla.

A parte adunque queste piccole differenze, dovute a cause affatto secondarie, noi possiamo ritenere per sicuro, come si disse più sopra, che il calore svolto dalla scintilla della scarica totale è eguale a quello svolto dalle due scintille delle scariche parziali. E tale eguaglianza conferma in un modo netto e sicuro la verità della terza legge più sopra ricordata.

Ed inoltre segue dalle suaccennate esperienze che scaricando la batteria di carica in tre tempi (una scarica incompleta e due parziali), si produce per le scintille delle due ultime tutto il calore che la scintilla della scarica totale produrrebbe; e rimane quindi in eccesso, sull'effetto di quest'ultima scarica, tutto il calore prodotto dalla scintilla della scarica incompleta, il quale nel caso della tabella precedente è di 24 calorie, cioè circa i $^3/_4$ del calore prodotto dalla scarica totale. Laonde scaricando in tre tempi la batteria, si produce dalle scintille una quantità di calore che supera quella prodotta dalla unica scarica totale di tutta la quantità generata dalla scarica incompleta. Il quale risultato veramente singolare diventa assolutamente meraviglioso se consideriamo che l'elettricità accumulata nelle due batterie può per mezzo di opportune scariche incomplete espandersi in 4, 8, 16, ecc: batterie simili, e quindi scaricandosi da esse deve (a parte le piccole perdite inevitabili sempre) produrre, per la terza legge più volte citata, sempre la stessa e costante quantità di calore, che produrrebbe la scintilla unica della scarica totale. Le scintille adunque di tutte le scariche incomplete avvenute per questa espansione delle cariche in condensatori sempre più ampli produrrebbero una enorme quantità di calore senza scemare per nulla l'energia termica della carica, imperocchè essa in qualsiasi condensatore accumulato può sempre riprodurre colla scintilla la stessa e costante quantità di calore. Il quale risultato è evidentemente assurdo.

[1] Villari l. c. e riscontra la terza legge ricordata a p. 3 di questo scritto.

Come adunque possiamo interpretare questo risultato singolare? Sono forse le esperienze precedenti malamente condotte ovvero è per avventura inesatta la terza legge da me in precedenza stabilita? Ebbene mi affretto a dire che tanto la terza legge quanto le esperienze sino ad ora descritte sono perfettamente rigorose, e l'assurdo al quale esse ci condussero non è che apparente ed è dovuto all'aver noi fatto uno studio non completo nè generale dei fenomeni precedenti. Ed invero nelle ricerche fatte sino ad ora sulle scariche dei condensatori, io ho solo osservato ed esperimentato sulla scintilla che si produceva in una interruzione del circuito, e propriamente su quella che si formava nell'interno del termometro a scintilla: ma nella scarica della batteria, come la producevo, oltre la suddetta scintilla se ne forma costantemente una seconda contro lo scaricatore, la quale deve necessariamente assorbire parte dell'energia elettrica della scarica e produrre quindi una corrispondente quantità di calore. A completare adunque lo studio delle scariche delle batterie è indispensabile esaminare ed investigare tutte le scintille che esse producono, e non già una sola, come appunto avevo praticato nelle esperienze precedenti. E tali investigazioni io le ho fatte a fondo, ed è mestieri che esponga con una certa ampiezza queste nuove ricerche, non solo perchè esse dànno completa spiegazione dei singolari fenomeni termici esposti più sopra, ma ancora perchè tale studio darà luogo a considerazioni diverse e di un ordine più generale.

Calore totale della scarica completa.

Nello intraprendere questi nuovi studî io ebbi cura d'investigare dapprima il fenomeno nella sua massima semplicità, e perciò cominciai dal misurare tutto il calore che può produrre nell'arco congiuntivo la scarica totale ordinaria quando dà luogo a due scintille, una cioè in un punto qualunque del circuito ed un' altra contro lo scaricatore, quando questo stabilisce le comunicazioni. A ciò riuscii misurando solo il calore prodotto dalle due scintille, essendo nullo quello svolto nel resto del circuito giacchè esso era formato di fili di rame corti e grossi 5 mill. Ora il calorico della prima scintilla fu misurato col solito termometro a scintilla nel quale essa si produceva; e per computare quello prodotto dalla scintilla che scattava contro lo scaricatore io introdussi questo in un pallone di vetro e costruii perciò un apparecchio che ho denominato:

Termometro scaricatore. — Questo istrumento disegnato nella fig. 5 è formato da uno dei soliti palloni di vetro munito di tre tubolature: le due laterali portano masticiate a gomma lacca due ghiere d'ottone a, b ed alla terza c è accuratamente saldato del pari con gomma lacca un rubinetto di bronzo accuratamente lavorato ed a chiusura ermetica. Le ghiere sono chiuse perfettamente con tappi di sughero, attraverso i quali passano due asticelle di rame di 6 mill. di diametro, che penetrano nel pallone e servono da elettrodi; essi sono internamente snodati e curvi n ed n', come indica la figura. Il braccio snodato n' dell'uno è stretto a vite nel suo punto d'articolazione in modo che si smuove assai difficilmente: e dopo che si è introdotto nel pallone si sposta con un filo di rame, che si fa penetrare dal rubinetto, e si spinge fin presso alla parete opposta, nella posizione appunto indicata dal disegno, nella quale posizione rimane perfettamente immobile. Il sughero poi in $b_{,}$, la ghiera e l'elettrodo corrispondente si masticiano col mastice della macchina pneumatica per assicurarne la chiusura.

L'altro elettrodo è formato da un tubo di rame che penetra nel pallone attraverso un sughero fissato in *a*, e si apre ampiamente nel detto pallone con quattro fori e porta, come l'altro elettrodo, alla sua estremità interna un braccio snodato *n*, il quale però è mobile nella sua articolazione così che girando opportunamente il pallone si fa piegare da una parete all'altra di esso. I movimenti però del braccio snodato *n* sono limitati opportunamente così che esso non vada a battere contro il pallone. L'elettrodo è poi così fissato che, girando opportunamente il pallone, il braccio mobile *n* cadendo, vada a passare e quasi strisciare con la sua estremità quella del braccio fisso *n'* senza però urtarlo e spostarlo menomamente. Dette estremità sono formate da palline di platino d'un paio di millimetri, sorrette da corti fili di platino fissati agli estremi degli elettrodi. Finalmente il tubo di rame porta saldato in *d* un disco d'ottone amalgamato nel contorno ed immerso per circa 5 mill. nel mercurio contenuto in un bicchiere di vetro *m* ben verniciato, pel quale mercurio il pallone può mettersi facilmente in circuito. Il suddetto elettrodo poi è, come il precedente, accuratamente masticato contro il sughero e la ghiera corrispondente *a*.

Il pallone inoltre era appoggiato in *a* e *b* sopra due lunghi sostegni d'ebanite *s*, *s'* che lo isolavano e gli permettevano dei movimenti di rotazione intorno ad un asse orizzontale; cosichè poteva facilmente farsi ruotare intorno a se stesso e fare in modo che il braccio snodato mobile *n* veniva a cadere e strisciare contro quello fisso *n'*.

I movimenti del pallone si producevano per mezzo di una bacchetta di ebanite *o* legata al rubinetto *c*. E da ultimo dirò che il pallone era stato accuratamente rivestito di grosso strato di gomma lacca per assicurarne l'isolamento.

Questo termometro scaricatore era introdotto in *T* nel circuito della solita batteria *B* (fig. 1) la quale si caricava nel modo consueto con una data quantità di elettricità, mentre si teneva separata dai termometri avendo tolto l'archetto *o e* ed emerso dal bicchierino *f'* il filo *f'' f'* (1). Al momento opportuno s'allontanava dalla batteria l'elettrodo *c'* della macchina, si chiudeva il circuito riunendo i bicchierini *o* ed *e* con l'archetto di rame amalgamato *o e* ed immergendo l'esterno del filo *f'' f'* nel bicchiere *f'*: e quindi si girava acconciamente il termometro scaricatore *T* in modo che si stabiliva la comunicazione fra *n* ed *n'* e si produceva la scarica della batteria; la quale scarica era accompagnata naturalmente da una scintilla nel pallone *P* e da una nel termometro scaricatore *T*, per cui il gas in essi contenuto proporzionatamente si dilatava.

Per misurare codeste dilatazioni, e con esse il riscaldamento prodotto dalle rispettive scintille io adoperai due metodi diversi: e cioè un metodo che può dirsi grafico, ed un altro che potrebbe chiamarsi termometrico e che è simile a quello che generalmente ho adoperato in queste ricerche sulla scintilla.

Per questo *metodo grafico* l'apparato era disposto come è indicato nella solita fig. 1. I due palloni *P* e *T* comunicavano ciascuno con una capsula di Marey (2) *p* e *t* per mezzo di due tubi di gomma a grossi pareti: i quali partivano dal rubinetto *P* del primo pallone e dal tubo elettrodo *f* del secondo pallone *T*: e per questa ultima disposizione

(1) In queste esperienze i fili indicati da linee punteggiate erano stati tolti via.

(2) Queste capsule o *tambour à levier* s'adoperano in varie ricerche di fisiologia; ed il Mascart se ne servì unendole al termometro di Riess. La loro descrizione si trova nel Mascart *Traité d'électricité* § 326 Paris 1876

il detto termometro T si poteva comodamente far girare sulle sue ghiere smuovendo pochissimo il tubo di gomma e punto la capsula f corrispondente. Le due capsule erano opportunamente fissate l'una al disotto dell'altra, sopra un sostegno comune che era appoggiato sul tavolino $z z$: gli indici delle capsule erano paralleli ed appoggiavano insieme su di una lastra di vetro circa (30×50 c.) ben piana, annerita e sorretta, da un zoccoletto di legno l posto sullo stesso tavolino. Dette lastre potevano muoversi da destra a sinistra contro un regolo di legno diviso in millimetri, che era fissato sul tavolino e che serviva a misurare gli spostamenti dati alle lastre, nonchè a farle stare sempre in uno stesso piano affinchè gli indici delle capsule v'appoggiasser contro sempre colla stessa pressione. Ed è chiaro dopo di ciò che i movimenti di essi si scrivevano scrupolosamente sulla lastra annerita.

Ciò posto si comprende assai di leggieri che al momento della scarica, e propriamente della chiusura del circuito in T, le scintille che si formano nei due palloni dilatando il gas in essi contenuti agivano sulle capsule t e p, ne spostavano presso a poco proporzionalmente i rispettivi indici i quali lasciavano traccia dei loro movimenti od *appulsi* sulla lastra di vetro annerita; le quali tracce misuravano evidentemente le dilatazioni subìte dai gassi nei palloni medesimi.

Le esperienze così apparecchiate furono successivamente variate. Si cominciava dallo scaricare la batteria tenendo in contatto gli elettrodi in P, per cui fra essi non scoccava alcuna scintilla, ed invece una sola se ne produceva nel termometro scaricatore T: e la dilatazione del gas nulla, o quasi nulla, nel pallone P era cospicua in T: ed esse dilatazioni eran segnate dagli appulsi degli indici delle due capsule p e t: cotali misure si ripetevano tre o quattro volte nelle medesime condizioni, e spostando opportunamente di 3 mill., per ogni nuova osservazione, la lastra annerita. Dopo si allontanavano di un poco gli elettrodi in P e si ripetevano di nuovo 3 o 4 misure come le precedenti, avendo però avuto cura di spostare la lastra di 10 mill. fra il primo ed il secondo gruppo di misure, per poterle ben distinguere le une dalle altre. E così si procedeva seguitando ad allontanare continuamente gli elettrodi in P ed allungarne ivi la relativa scintilla.

In questo modo procedendo io ottenni varî tracciati degli appulsi delle rispettive capsule sulle lastre di vetro annerite; e fissai poi sulle medesime i detti tracciati irrorando le lastre, col mezzo di un polverizzatore, di una vernice di gommalacca e spirito. E le figure così fissate erano inalterabili e nettissime in maniera che potei cavarne, lucidandole dei disegni fedelissimi, uno dei quali è riprodotto esattamente nel quadro A.

In esso quadro A Tav. III sono su due linee parallele tracciati in arco di circolo gli appulsi degli indici delle due capsule. Sulla linea superiore P sono tracciati gli appulsi prodotti dalla capsula p unita al pallone fisso P, e sotto ciascun gruppo di 3 o più curve vi è un numero che indica in millimetri la distanza degli elettrodi nello stesso pallone e perciò la lunghezza della scintilla, supponendola diritta. Sulla linea orizzontale inferiore T sono tracciati gli appulsi dovuti alla capsula t unita al termometro scaricatore T. E siccome per la disposizione delle capsule gli estremi scriventi dei due loro indici erano sulla stessa verticale, così si comprende che i varî gruppi di appulsi della linea P e T si corrispondono perfettamente, essendo stati contemporaneamente prodotti nelle varie esperienze.

Le curve di questo quadro furono ottenute adoperando una carica di 40 unità elettrometriche accumulate in una batteria di 18 bottiglie: e sulle linee *P* e *T* vi è anche indicato il numero portato dalle rispettive capsule con cui le curve si ottennero.

Dall'esame di detto quadro *A* noi rileviamo che sulla linea superiore *P*, andando da destra a sinistra gli appulsi, relativi al pallone *P* crescono a partire da *0*° man mano colla distanza de' suoi elettrodi e perciò colla lunghezza delle scintille che scoccano fra essi: il che è perfettamente d'accordo colle leggi note; imperocchè il calore, e perciò la dilatazione del gas in *P*, cresce colla lunghezza della scintilla. Sulla linea inferiore invece la lunghezza degli appulsi decresce da destra a sinistra, in maniera che quando quella dei superiori aumenta da *0* al massimo quella degli inferiori decresce dalla massima estensione alla minima, che è circa *0*. E siccome dalla seconda legge, relativa alle lunghezze delle scintille, noi sappiamo che il calore e perciò le dilatazioni dei gassi, sono proporzionali alle dette lunghezze, così noi possiamo approssimativamente prendere l' estensione degli appulsi come rappresentante quelle lunghezze e concludere che quando in un circuito si formano due scintille, una delle quali contro lo scaricatore, s' osserva questo fatto, che quando l' una ad arte s' accorci od allunga, l' altra contro lo scaricatore viceversa s'allunga od accorcia.

Veramente la lunghezza degli appulsi del quadro *A*, e specialmente di quelli della linea inferiore *P*, che corrispondono al termometro scaricatore non presentano grande regolarità, in ciascun gruppo essendovi delle curve diversamente lunghe abbenchè le condizioni sperimentali per ognuno di quelli rimanessero sempre le medesime. Io quindi mi diedi premura di ricercar la cagione di tali irregolarità a fine di correggerle possibilmente; e dopo accurato esame ebbi ad osservare che spesse volte, oltre le due scintille nei palloni altre se ne producevano nei varî punti di unione del circuito scaricatore: e tali scintille dovevano necessariamente essere cagione di gravi perturbazioni nelle misure che eseguivo. Ad evitare le quali feci saldare tra loro ampiamente con grossi fili di rame *hh* i tubi d'ottone *S*, *S*, *p*′ *S*′ fig. 1 che riunivano le armature interne delle varie bottiglie: ed inoltre feci ancora saldare fra loro tutti quei fili congiuntivi del circuito che dovevano stabilmente rimaner riuniti; ed i contatti variabili fra le altre parti del circuito li stabilivo fra il mercurio, contenuto in bicchieri di vetro bene verniciati e fili o dischi di rame largamente e perfettamente amalgamati. In questo modo, ed avendo inoltre cura di non mettere le varie parti del circuito in nessun punto troppo vicine fra loro, evitai completamente la produzione di piccole scintille perturbatrici e così i risultati delle esperienze furono assai più regolari e concordi.

Nel quadro *B* sono disegnate delle figure analoghe alle precedenti ed ottenute dopo aver accomodato l'apparecchio nel modo detto qui sopra: ed esse appariscono assai più regolari che quelle del quadro *A*. Sulla linea inferiore *P* sono disegnate le curve corrispondenti alle dilatazioni del gas del termometro fisso *P*, e sotto ciascun gruppo di curve è indicata la lunghezza della scintilla colla quale esse si producevano. Sulla linea superiore *T* sono disegnate le curve relative agli appulsi prodotti dalla capsula legata col termometro scaricatore *T*.

Analoghe figure e con le stesse norme sono disegnate nel quadro *C* nel quale le curve s' ottennero facendo variare la lunghezza della scintilla in *P* più lentamente che non si praticò pel caso del quadro precedente *B*: in entrambi però le figure furono ottenute accrescendo la lunghezza della scintilla nel pallone o termometro fisso; e la freccia, messa al disotto della linea *P*, indica appunto che le esperienze furono fatte con distanze sempre crescenti degli elettrodi in *P*.

In entrambi questi quadri noi scorgiamo che crescendo la distanza degli elettrodi del pallone fisso *P* da 0 a 29, pel quadro *B* e da 0 a 27 per quello *C* le curve degli appulsi relativi s' allungano proporzionalmente da *0* alla massima loro altezza facendo astrazione da quelle di lunghezza massima. Per lo contrario le curve della linea superiore corrispondenti alle dilatazioni del gas nel termometro scaricatore si accorciano a mano a mano che le precedenti si allungano, così da ridursi dalla loro massima lunghezza, a 0°.

Nel quadro *D* Tav. III finalmente sono tracciate le curve relative agli appulsi ottenuti facendo decrescere, come indica la freccia, lentamente la distanza degli elettrodi nel termometro fisso *P*. E per esso quadro valgano le medesime considerazioni che pei precedenti.

Ora se noi consideriamo tutte le curve dei varî quadri e teniamo conto delle lunghezze loro nei varî gruppi apparirà, escludendo le curve estreme, che la lunghezza. somma delle diverse curve superiore ed inferiore che si corrispondono, è presso a poco costante. E siccome la estensione degli appulsi (quando non siano molti ampî) può ritenersi approssimativamente proporzionale alla dilatazione dei gassi nei palloni, quindi al riscaldamento di essi e perciò alla lunghezza delle scintille, così dalla costanza della lunghezza somma degli appulsi saremo condotti ad ammettere che anche la somma delle lunghezze delle scintille, e però delle loro resistenze debba esser costante, comunque possa variare la lunghezza di una delle due scintille.

Vero è però che per quanto sia esatto il processo su esposto e per quanto utile e quasi parlante esso si mostri nel rappresentare e figurare la variazione di lunghezza delle due scintille esaminate, nulladimeno esso difficilmente si presta per una discussione numerica ed esatta dei risultati ottenuti. Laonde mi parve necessario di ripetere le medesime indagini con un nuovo metodo, più atto a dare delle esatte misure del fenomeno studiato; e perciò ricorsi a quello consueto, e già praticato avanti, delle misure termometriche col mezzo degli indici glicerici.

Per queste nuove esperienze l' apparato adoperato fu quello qui sopra descritto fig. 1: il rubinetto però del pallone *P* fu chiuso ermeticamente ed il tubo di vetro inferiore, che durante le esperienze precedenti era rimasto ermeticamente turato, fu aperto ed immerso colla sua estremità inferiore nel consueto liquido glicerico contenuto nel bicchiere *r*. Parimenti il termometro scaricatore fu separato dal tubo di gomma e dalla capsula manometrica alla quale era unito, ed invece per mezzo dell' elettrodo *f* e d' un tubo di gomma a grosse pareti fu congiunto ad un cannello di vetro *t*, fig. 5. Tav. II eguale e simile a quello *r* del pallone *P*, similmente disposto e destinato allo stesso scopo.

Quando si voleva sperimentare con questi nuovi termometri, si riempivano d'azoto secco e poscia aspirando con una pompa a mano si facevano opportunamente

sollevare nei due tubi di vetro delle colonne di liquido glicerico ([1]) di una quindicina o ventina di centimetri di lunghezza, le quali servivano poi da indici.

Le esperienze si eseguivano in modo affatto simile a quelle precedentemente descritte e le misure furono fatte alcune volte a partire dal contatto degli elettrodi in P e quindi lentamente allontanandoli, ed altre volte furono cominciate a partire dalla massima possibile distanza dei medesimi elettrodi e poscia lentamente avvicinandoli. Per ciascuna distanza degli elettrodi le misure furono ripetute tre o più volte ed i risultati medi di varie serie di esperienze sono riportati nella tabella seguente.

Tabella IX. — 40 *Cariche.*

TERMOMETRO			IV	V
a Scintilla		Scaricatore		
I Lunghezza di scintilla L	II Calorico C	III Calorico C_1	Somme $C+C_1$	Differenze da 50,2
0,0	0,6	52,0	52,6	+ 2,4
0,5	6,0	47,0	53,0	+ 2,8
1,0	9,5	41,0	50,5	+ 0,3
1,5	12,7	36,0	48,7	— 1,5
2,0	15,6	33,3	48,9	— 1,3
3,0	19,2	27,2	46,4	— 3,8
4,0	21,2	27,6	48,8	— 1,4
6,0	27,0	26,0	53,5	+ 3,3
8,0	35,6 (?)	24,0		
			med. 51,2	
				66,6
16,2	67,8 (?)	8,0		
14,7	59,8	10,1	69,9	+ 3,3
14,2	54,2	12,3	66,5	— 0,1
13,7	52,2	14,0	66,2	— 0,4
13,2	51,8	11,9	63,7	— 2,9
12,7	54,2	11,8	66,0	— 0,6
12,2	49,4	16,6	66,0	— 0,6
11,7	50,9	15,2	66,1	— 0,5
11,2	46,3	21,8	68,1	+ 1,5
			med. 66,6	
				63,7
0,0	1,2	63,4	64,6	— 1,9
0,2	1,8	65,0	66,8	+ 3,1
0,7	6,7	45,5	52,2	— 11,5
1,2	7,9	51,8	59,7	— 4,0
6,2	27,7	18,6 (?)		
11,2	40,1	16,2	56,3	— 7,4
16,2	62,4	13,3	75,7	+ 12,0
17,2	65,5	6,0	71,5	+ 7,8
			med. 63,7	

([1]) Questo liquido era formato di una parte di acqua e tre di glicerina pura.

Nella tabella precedente sono trascritti in esteso i dati di varie esperienze a fine di mostrare la regolarità dei fenomeni da me studiati. Nella colonna I sono indicate le distanze degli elettrodi nel termometro fisso a scintilla P: nella colonna II vi sono trascritti i riscaldamenti subiti dal medesimo termometro, e nelle colonne III invece vi sono indicati i riscaldamenti avvenuti nel termometro scaricatore T, per ciascuna delle distanze degli elettrodi in P.

Dalla colonna II noi rileviamo chiaro che il calore cresce al crescere delle distanze degli elettrodi e quindi della lunghezza della scintilla che lo produce: e ciò conformemente alla II legge delle scintille. Dalla colonna III si rileva invece che il calore svolto nel termometro scaricatore T decresce, mentre quello del pallone P aumenta e perciò si conclude che al crescere della lunghezza della scintilla in P il calore che vi si produce aumenta, e diminuisce quello che si produce contemporaneamente in T. E siccome risulta dalle mie esperienze precedenti [1] che il riscaldamento è, *coeteris paribus*, proporzionale nella lunghezza della scintilla che lo produce, ne segue che quando la scintilla s'allunga nel pallone P deve accorciarsi in quello T, ossia quando una delle due scintille si allunga l'altra deve accorciarsi.

Nella colonna IV sono trascritte le somme dei calori C. C_1, svolte contemporaneamente nei due termometri, ed esse somme, pei varî casi considerati da me e riportati nelle tabelle precedenti, sono costanti cosicchè la differenza di ciascuna di esse somme, dalla somma media generale è sempre piccolissima e di segno variabile, come chiaramente risulta dalla ultima colonna V.

Ora se noi mettiamo in relazione quest' ultimo risultato sperimentale con le leggi citate in principio di questo scritto, ed ammettiamo che le stesse valgano anche per la scintilla contro lo scaricatore noi arriveremo a importanti conclusioni. Ed invero se la somma dei calori prodotti dalle due scintille è costante, anche la somma delle loro lunghezze deve essere costante, imperocchè per le stesse condizioni sperimentali, le lunghezze delle scintille ed il calore da esse svolto sono delle quantità che quasi potrebbero dirsi equivalenti. Ma se costante è la somma delle dette lunghezze, costante altresì deve essere la somma delle loro resistenze [2] imperocchè risulta dalle mie precedenti esperienze che la resistenza incontrata dalla scintilla nei gassi è proporzionale alle sue lunghezze. Laonde ricapitolando e specificando il detto fin qui noi possiamo enunciare le seguenti leggi relative alle due scintille studiate da me le quali si formano nella scarica d'un condensatore:

I Legge. — *Quando in un arco conduttore si formano due scintille (una delle quali contro lo scaricatore), la somma dei calori svolti da esse è una quantità costante ed indipendente dalla lunghezza di una di esse.*

II Legge. — *La somma totale della lunghezza delle due scintille (compresa quella contro lo scaricatore) è una quantità costante.*

III Legge. — *La resistenza elettrica somma delle due scintille (compresa quella contro lo scaricatore), è una quantità costante ed indipendente dalla lunghezza di una di esse.*

[1] Villari l. c. p. 176.

[2] V. la VI legge a p. 2.

IV Legge. — *La scarica di un condensatore, la quale ha luogo attraverso un arco metallico e che produce due scintille (una contro lo scaricatore) incontrando sempre una resistenza costante (legge III) deve (supposte eguali le altre condizioni) esser sempre composta della medesima quantità di elettricità, qualunque sia la lunghezza di una delle due scintille* (1).

Quest' ultima legge, che si deduce dai fatti precedenti e che con essi si spiega completamente, fu dimostrata ampiamente nella mia precedente Memoria, ma in quella non ne potei dare nessuna spiegazione, non avendo allora studiato le due scintille di scarica sulle quali la detta interpretazione si fonda (2).

Tutte queste leggi o deduzioni che dir si vogliano, relative alle due scintille io mi penso che possano considerarsi come generali ed estendersi con ogni probabilità ad un numero qualunque di scintille. Ed invero una delle due scintille può ridursi benissimo a zero mettendo a contatto gli elettrodi del pallone *P*, ed allora le esperienze precedenti mostrano che le leggi su esposte s'applicano per intiero all'unica scintilla rimasta, che ha luogo contro lo scaricatore. E dall' altro canto una scintilla elettrica può forse considerarsi come risultante da una serie indefinita di piccole scintille elementari, per le quali, anche supponendole separate e prodotte in varî punti del circuito scaricatore, devono potersi, con ogni probabilità se non con certezza, applicare le deduzioni istesse che s'applicano a due sole scintille: e perciò noi possiamo dire in tesi generale che:

Quando un dato condensatore, carico con una costante quantità di elettricità, si scarica e produce un numero qualunque di scintille la somma delle quantità di calore da esse prodotto, delle loro lunghezze e quindi delle loro resistenze sono quantità costanti, e perciò anche la scarica che le produce, deve risultare da una costante quantità di elettricità (3).

Ed inoltre s'arriva all'altra conclusione importante:

Che una data quantità di elettricità, per mezzo delle scintille che si formano in uno stesso gas, non può produrre che una data quantità di calore.

Calore totale prodotto dalle diverse scariche.

Messe così in chiaro ed in modo certo e sicuro le leggi termiche delle due scintille che hanno luogo nelle scariche totali od ordinarie, ritorniamo al caso più complesso delle scariche incomplete e delle scariche parziali, che hanno dato origine a questo scritto; e cerchiamo d'interpretare in modo giusto e consono colle leggi della meccanica il fenomeno singolare ottenuto e descritto con tali scariche.

Dalle esperienze relative al fatto a cui alludo e dalla discussione di esse risultò

(1) Questi risultati sono esatti nelle condizioni delle mie esperienze nelle quali gli elettrodi dei due palloni erano perfettamente eguali fra loro.

(2) Villari l. c. p. 168 e seg. e riscontra anche la quinta legge posta in principio di questa Memoria.

(3) Queste deduzioni che mi sembrano assai legittimamente ricavate dai fatti precedentemente esposti sono solo ammissibili nel caso che tutte le condizioni delle esperienze sieno intieramente costanti. Io però mi propongo, a tempo opportuno, di riconfermare alcuni di questi risultati con misure ed esperienze dirette.

in un modo certo, che il calore che può svolgere una scintilla elettrica prodotta dalla scarica di una batteria in un circuito interrotto in un dato punto non è costante, per la stessa quantità di elettricità che si scarica, ma dipende dal modo di scaricare la batteria. E cioè il calore svolto dalla scintilla prodotta dalla scarica totale unica è sensibilmente inferiore (circa un terzo meno) alla somma delle quantità di calore svolte dalle scintille della scarica incompleta e delle due delle scariche parziali; il che evidentemente non può ammettersi.

Ora questo fenomeno per quanto possa sembrarci bene studiato colle esperienze descritte che lo misero in luce, pure dopo le indagini qui sopra riferite, relative alle due scintille che generalmente si producono con una scarica d'un condensatore, possiamo dire che il suddetto fenomeno fu studiato in un modo incompleto e che quindi per potercene dare esattamente conto è mestieri non solo di misurare il calorico svolto da una sola delle scintille che ha luogo in ciascuna scarica, ma ancora bisogna determinare il calore totale di tutto il circuito e di tutte le scintille che si producono per essa.

Per rendere però il problema più semplice io cominciai dal fare un circuito scaricatore con fili di rame grossi 5 millimetri e di 3 o 4 metri di lunghezza totale: per lo che poteva ritenersi che il calorico in essi prodotto al momento della scarica fosse sensibilmente nullo. Così rivolsi la mia cura a misurare solamente il calore svolto dalle scintille che ad ogni scarica avvenivano in una data interruzione del circuito, nonchè a misurar quello generato dalla scintilla che si producevano contro lo scaricatore nell'istante della scarica: ed evidentemente così misuravo tutto il calore svolto dalle diverse scariche in ciascuno dei varî casi.

Per codeste misure fu adoperato il solito apparato rappresentante dalla figura 1 colle lievi modificazioni che da qui ad un momento dirò. In essa sono rappresentati i due termometri *P* (fisso) e *T* (scaricatore) disgiunti dalle rispettive capsule di Marey e muniti invece dei tubi di vetro ad indice glicerico: e con esso apparato furono eseguite le misure seguenti:

1. Si misurò il calore svolto dalle due scintille in *P* e *T* prodotte dalla scarica totale della batteria *B*.

2. Si misurò il calore svolto dalle due scintille in *P* e *T* prodotte dalla scarica incompleta da *B* verso *A*.

3. Si determinò il solito calore delle consuete due scintille generate dalla scarica parziale di *B*.

4. Id. dalla scarica parziale di *A*.

Per le quali misure l'apparato fu modificato nei varî modi che seguono:

1. Per la scarica *totale*, la batteria *B* fu caricata nella solita maniera e quindi fu scaricata stabilendo il circuito $B\,d\,e\,o\,P\,T\,f''\,f'\,p'$ e chiudendolo in *T* girando opportunamente il termometro scaricatore *T*. Le comunicazioni punteggiate $o\,e'$ ed $f''\,e''$ erano, in questa misura, state tolte.

2. Per la scarica *incompleta*, la batteria *B* si caricava nella solita maniera e poscia si scaricava nell'altra *A*, stabilendo il circuito $p'\,e'\,o\,P\,T\,f\,f''\,e''\,S'$ e chiudendolo col far girare opportunamente il termometro scaricatore *T*. Durante tale scarica le comunicazioni $o\,e$ ed $f''\,f'$ erano naturalmante state tolte. Dopo avvenuta la scarica

incompleta si passava allo studio delle scariche parziali, ossia di quelle prodotte dalle scariche delle elettricità rimaste in B ed A.

3. E per la scarica parziale di B le comunicazioni si stabilivano come nel n. 1 per la scarica totale di B.

4. E per la scarica parziale di A si stabiliva il circuito $Bdeo$ $PTf''e''S'$ e si chiudeva girando opportunamente il termometro T. La comunicazione oe' era stata tolta in questa misura.

Ricorderò che le unioni fra le varie parti del circuito si facevano o con saldatura ovvero tra superficie largamente amalgamate ed il mercurio, per evitare ogni scintilla perturbatrice.

Così furono eseguite le misure del calore prodotto dalle due scintille per le varie scariche non avendo trascurato nessuno di quegli accorgimenti altrove ricordati, necessarî in queste ricerche, ed indispensabili per ottenere risultati concordanti. Le esperienze eseguite furono molte ed i risultati medî di 10 o 12 di esse per ciascun caso sono registrati nella tabella seguente:

Tabella X.

Num. d'ordine	Termometro	Scarica				Cariche
		Della batteria di carica		Parziale della batteria di		
		Completa I	Incompleta II	Carica B III	Scarica A IV	
1ª Serie	Scaricatore...	56	27,8	7,8	3,9	50
	a scintilla...	21	9,8	12,8	8,9	
	Somme	77	37,7	20,6	12,8	
			71			
2ª Serie	Scaricatore..	52,6	25,0	8,7	3,3	40
	a scintilla...	21,3	9,2	12,9	8,1	
	Somme	73,9	34,2	21,6	11,4	
			67			
3ª Serie	Scaricatore..	23,3	8,2	3,8	0,8	40
	a scintilla...	17,3	9,1	8,7	6,1	
	Somme	40,6	17,3	12,5	6,9	
			36,6			
4ª Serie	Scaricatore..	47,2	23,1	7,9	2,1	50
	a scintilla...	14,0	7,4	8,4	5,7	
	Somme	61,2	30,5	16,3	7,8	
			54,6			

I dati precedenti sono tutti concordanti e conducono quindi alle medesime conclusioni; perciò a noi basterà esaminare e discutere una sola delle quattro serie di esperienze riportate e le conseguenze che ne trarremo varranno per tutte le altre. Esaminiamo adunque la prima serie.

In essa vi è notato, come nelle altre, in doppia riga orizzontale il calore svolto dalla scintilla nel termometro scaricatore, e quello svolto nel termometro fisso. Cominciamo appunto ad esaminare il calore svolto in quest' ultimo termometro e noi osserviamo:

1. Che la scarica totale vi produce, colla sua scintilla, 21 calorie (1).

2. Che la scarica incompleta, colla sua scintilla, ve ne svolge 9,8.

3. Che le scariche parziali della batteria di carica ne produce 12,8 e della batteria di scarica 8,9.

Ora se noi consideriamo il calore 9,8 prodotto dalla scarica incompleta, troveremo che esso è circa metà di quello generato nel medesimo pallone della scarica totale: il che concorda colla legge delle scintille, cioè che la quantità di calore è proporzionale alla quantità di elettricità che forma la scintilla; e siccome nella scarica incompleta, nelle esperienze che esaminiamo, la elettricità che si scaricava era metà di quella della scarica totale così il calore prodotto da quella doveva essere ed era metà di quello prodotto da questa.

Sommando poi insieme il calore prodotto dalle due scariche parziali avremo che tutta l'elettricità accumulata nelle due batterie, dopo avvenuta la scarica incompleta, può scaricandosi produrre nel termometro a scintilla una quantità di calore espresso da $12,8 + 8,9 = 21,7$ cioè una quantità eguale circa a 21 che è quella, che produce la scarica totale ed unica della medesima quantità di elettricità. Rimane adunque in eccesso tutto il calorico svolto dalla scarica incompleta che nel nostro caso è 9,8 cioè circa la metà di 21 prodotto dalla scarica totale. E queste due osservazioni riconfermano i fatti e le leggi precedentemente stabilite.

Ad interpretar questo ultimo risultato sperimentale, è mestieri prendere in considerazione, come si disse, tutto il calore svolto dalle due scintille nei due termometri e perciò fissiamo la nostra attenzione sul rigo orizzontale indicante le *somme* dei calori svolti dai due termometri e noi troveremo allora, che:

a) La scarica totale completa colle sue due scintille produce 77 calorie;

b) La scarica incompleta ne produce 36,7 cioè circa la metà della precedente, come appunto deve accadere, imperocchè nella scarica incompleta considerata si muove solo la metà di flusso elettrico di quello che si muove nella scarica totale, ammesse naturalmente le condizioni nelle quali io sperimentavo;

c) La scarica parziale della batteria di carica svolge nei due termometri 20,6 cal. e quella della batteria di scarica ne svolge 12,8 ossia entrambi le scariche parziali svolgono nei due termometri una quantità totale di calore espresso da $20,6 + 12,8 = 33,4$ calorie.

(1) Ricorderò che per semplicità chiamo *caloria* la quantità di calore indicata dallo spostamento d'un grado del mio termometro.

Laonde noi potremo dire che la somma totale del calore svolto dalle diverse scintille in queste tre successive scariche è eguale per la

Scarica incompleta	a	37,6
1.ª Scarica parziale	a	20,6
2.ª » »	a	12,8
Totale		71,0

E tale quantità totale è presso a poco eguale alle 77 calorie svolte dalla scarica totale ed unica della stessa quantità di elettricità. La piccola differenza in meno, osservata nel caso delle tre scariche successive, è in parte dovuta alle piccole perdite d' elettricità, maggiori certamente nelle tre scariche successive che non nella scarica unica, eseguendosi questa in un tempo minore che le altre tre: ed è dovuto altresì ai residui che debbono esser probabilmente minori nel caso della scarica unica che in quello delle scariche successive; imperocchè nella scarica unica il residuo si troverà in una sola batteria, mentre, dopo le scariche parziali, vi sarà un residuo per ciascuna delle due batterie.

E supponendo le batterie tutte completamente eguali, nulle le perdite ed uniforme la distribuzione delle elettricità che ha luogo dopo la scarica incompleta, noi potremo esprimere in succinto il fatto precedente nei seguenti termini, considerando per ciascuna scarica tutto il calorico svolto in complesso dalle due scintille:

Se la scarica totale di un condensatore produce colle sue due scintille una quantità totale di calore che chiameremo C: la scarica incompleta della medesima quantità di elettricità produce $1/2\ C$ di calore; e ciascuna delle due scariche parziali ne svolge $1/4\ C$: quindi le tre scariche successive produrranno una quantità di calore espresso da $1/2\ C + 1/4\ C + 1/4\ C = C$ e perciò eguale a quello generato dalla scarica totale completa.

Studiato così il fenomeno suaccennato in tutto il suo complesso, esso rientra perfettamente nelle leggi generali e perciò noi potremo affermare:

Che, per mezzo delle scintille elettriche, una data quantità di elettricità, accumulata in un condensatore dato, scaricandosi totalmente in una sola volta o con scariche successive produrrà sempre la stessa quantità di calorico; supposto, ben inteso, sensibilmente nulla la resistenza del circuito metallico.

Una osservazione assai importante ci si presenta però dopo gli studî precedenti, e tale che fa apparire i fenomeni termici della scintilla sotto una nuova luce.

Una legge, indicata in principio di questa Memoria, ci dice che il calore svolto dalla scintilla della scarica d' un condensatore è indipendente dalla ampiezza del condensatore nel quale la elettricità, che produce la scarica, è accumulata: e ciò risulta confermato da moltissime e svariate esperienze relative ad una sola scintilla che si produce nel circuito scaricatore.

Però se noi prendiamo a considerare tutto quanto il calore che si svolge dalle scintille di una scarica la legge precedente si trova in difetto: ed in vero richiamando gli ultimi risultati trascritti nella Tabella XI serie I noi avremo che il calore totale, svolto dalle diverse scintille, sarà espresso per

La scarica unica totale da 77

Le due scariche parziali da $20,6 + 12,8 = 33,4$.

Cioè a dire, che la somma delle quantità di calore svolte dalle varie scintille delle scariche parziali è circa la metà di quello svolto dalle scintille della scarica totale unica. E si noti bene che tanto nella scarica totale quanto nelle due parziali si muove sempre la stessa quantità di elettricità. La differenza adunque è dovuta a ciò che nella prima scarica l'elettricità era accumulata in una batteria di 18 bottiglie e nelle due scariche parziali l'elettricità era accumulata in una batteria doppia, cioè di 36 bottiglie. Laonde se prendiamo in considerazione il calore totale prodotto dalle scintille di scarica noi arriveremo alla seguente

V Legge. *Che il calore totale svolto dalle varie scintille d'una scarica di un condensatore è in ragione inversa dalla superficie sua. Questa legge, come si rileva, riporta, in parte almeno, i fenomeni studiati da me alle note leggi di Riess.* Ma di questa importante relazione ho già trattato in una Nota pubblicata nei Rendiconti dell'Acc. delle Sc. di Bologna di questo anno.

Dopo le esposte conclusioni io dovrei qui trattare dell'influenza delle resistenze del circuito sul calore prodotto dalle scintille, nonchè delle loro lunghezze relative nelle varie scariche studiate nel corso di questa Memoria: però, essendo il soggetto troppo vasto, io credo meglio di trattarne partitamente in una nuova e prossima comunicazione: e quindi senza più passo a riassumere nel modo seguente i risultati delle mie esperienze.

È però necessario di premettere che quando si scarica un condensatore attraverso un arco metallico interrotto in un suo punto, si producono generalmente due scintille: una cioè nella interruzione ed una seconda contro lo scaricatore nell'atto che questo s'avvicina al circuito per stabilire le comunicazioni. I risultati sperimentali sono assai diversi a secondo che si considera solo la scintilla che ha luogo nella interruzione ovvero si considerano le due scintille insieme, come risulterà da ciò che segue. Ed ora senza più veniamo alle

Conclusioni relative ad una sola delle due scintille che si producono generalmente nella scarica d'un condensatore.

Il calore prodotto da una scintilla, oltre quella contro lo scaricatore, generata dalla scarica ordinaria di un condensatore è proporzionale 1.° alla quantità di elettricità che la produce; 2.° alla lunghezza della scintilla; 3.° indipendente dalla superficie del condensatore. La resistenza incontrata dalla scintilla è proporzionale alla sua lunghezza, e la quantità di elettricità che si scarica da un condensatore per un arco metallico è indipendente dalla lunghezza della scintilla che si forma nell'arco stesso, oltre quella contro lo scaricatore.

E passando alle scariche incomplete si ricavano dagli studî precedenti le seguenti leggi:

I. Le deviazioni galvanometriche prodotte dalle scariche incomplete delle batterie sono proporzionali alla quantità di elettricità che produce le scariche.

II. Il calore, svolto da una scintilla (astrazion fatta da quella contro lo scaricatore) generata dalla scarica incompleta di una batteria, è proporzionale alla quantità di elettricità che produce la scintilla.

III. Che chiamando C il calore prodotto dalla scintilla generata dalla scarica ordinaria o totale di un condensatore si avrà (caeteris paribus) circa $1/2$ C pel calore prodotto dalla scintilla della scarica incompleta ed $\frac{1}{2} C + \frac{1}{2} C$ per quello prodotto dalle due scintille dovute alle due scariche parziali delle elettricità rimaste (dopo la scarica incompleta) nelle due batterie. Cosicchè colla stessa quantità di elettricità si avrà, che il calore, prodotto dalla scintilla della scarica totale, starebbe a quello prodotto dalle 3 scintille delle tre scariche successive come 2:3.

Conclusioni relative al calore totale prodotto dalle scariche in tutto l'arco scaricatore.

Dopo le quali cose, per fare un esame completo degli effetti termici delle scariche furono studiati non solo quelli prodotti dalla scintilla nata nell'interruzione del circuito, ma ancora quelli prodotti dalla scintilla che ha luogo contro lo scaricatore. Perciò fu costruito uno speciale istrumento che chiamai *termometro scaricatore*, consistente in uno scaricatore contenuto in un pallone di vetro isolato, nel quale, con opportuni movimenti ad esso impressi, si faceva agire lo scaricatore e produrre la scintilla e la scarica della batteria.

Le dilatazioni del gas di questo termometro e del termometro a scintilla generate dalle scintille elettriche furono misurate graficamente per mezzo delle capsule di Marey unite opportunamente ai termometri, e così su vetri anneriti s'ottennero delle curve regolari e nettissime che rappresentano le dilatazioni dei gassi nei termometri e perciò il calore o le lunghezze delle scintille nei rispettivi palloni.

Ed inoltre le dette dilatazioni furono eziandio misurate dagli spostamenti di indici glicerici contenuti in opportuni cannelli di vetro connessi a ciascun termometro.

Da questo duplice modo di studiare il calorico delle due scintille nei due termometri e quindi il calore totale della scarica ordinaria o totale (il circuito metallico composto era di grossi e corti fili di rame) risultarono le seguenti leggi:

I. Che la somma totale del calore svolto dalle due scintille (una contro lo scaricatore e l'altra in un punto qualunque del circuito) è una quantità costante ed indipendente dalla lunghezza di una delle due scintille.

II. Che la lunghezza somma delle due su indicate scintille è costante.

III. Che la resistenza totale delle due suddette scintille è costante ed indipendente perciò dalla lunghezza di una di essa.

E da questa ultima legge si arriva anche alla seguente:

IV. Che quando la scarica di un condensatore avviene attraverso un arco metallico e produce due scintille (una delle quali contro lo scaricatore) incontrando sempre in esso arco la stessa resistenza somma, deve detta scarica esser sempre composta della stessa quantità d'elettricità, e perciò la quantità di flusso elettrico che compone la scarica deve essere indipendente dalla lunghezza di una delle due scintille che nell' arco si producono. Tale conclusione fu ampiamente dimostrata con esperienze dirette in una mia precedente Memoria [1] sebbene allora non abbia potuto darne la spiegazione.

[1] Villari, Acc. delle Sc. di Bologna p. 147 1879.

E siccome una delle due scintille può ridursi a zero, ed ogni scintilla può considerarsi come l' insieme d'un numero indefinito di altre scintille, così noi potremo estendere le precedenti conclusioni e dire in generale, che una data quantità di elettricità non può produrre per mezzo delle scintille elettriche che una determinata e costante quantità di calore. Il quale risultato è analogo a quello relativo al riscaldamento dei fili studiato dal Riess.

Dopo di che ritornando al confronto degli effetti termici totali prodotti dalle due scintille delle varie scariche ricordate in precedenza si può dire, riassumendo i risultati generali, che, chiamando C il calore totale prodotto dalla scarica ordinaria completa, quello prodotto dalle scintille della scarica incompleta sarà espresso da $\frac{1}{2} C$, e quello prodotto dalle due scintille di ciascuna delle scariche parziali sarà indicato da $\frac{1}{4} C$ per ognuna di dette scariche : e quindi la somma dei calori svolti da tutte le dette tre scariche successive sarà data da $\frac{1}{2} C + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} C = C$: che è eguale a quello prodotto dalla scarica unica totale della stessa quantità di elettricità.

Figura 1.

F. Samuelli.

Lit. G. Wenk

F. 5.

F. 2. F. 3. F. 1.

Lit. G. Wenk

Appulsi del termometro

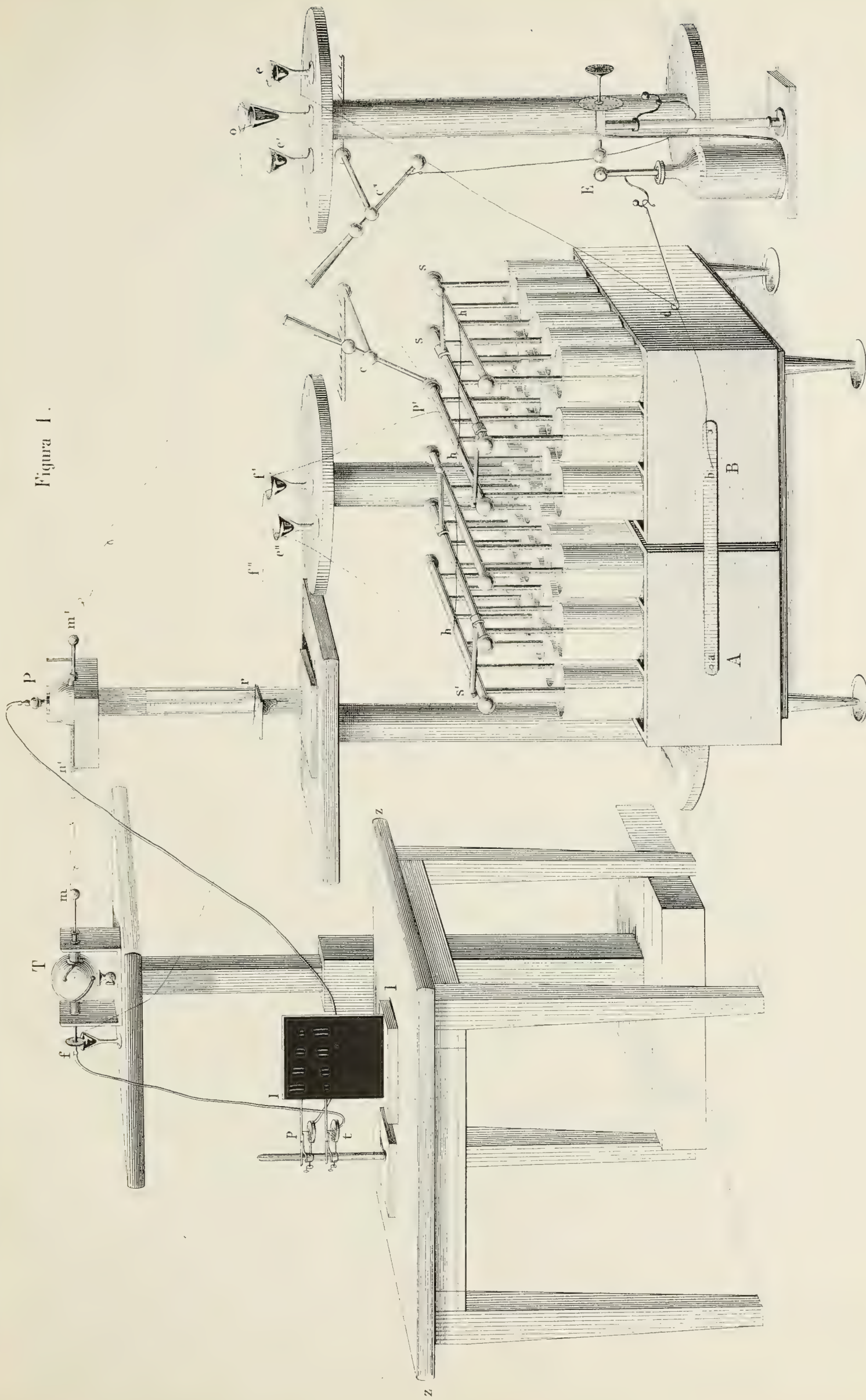
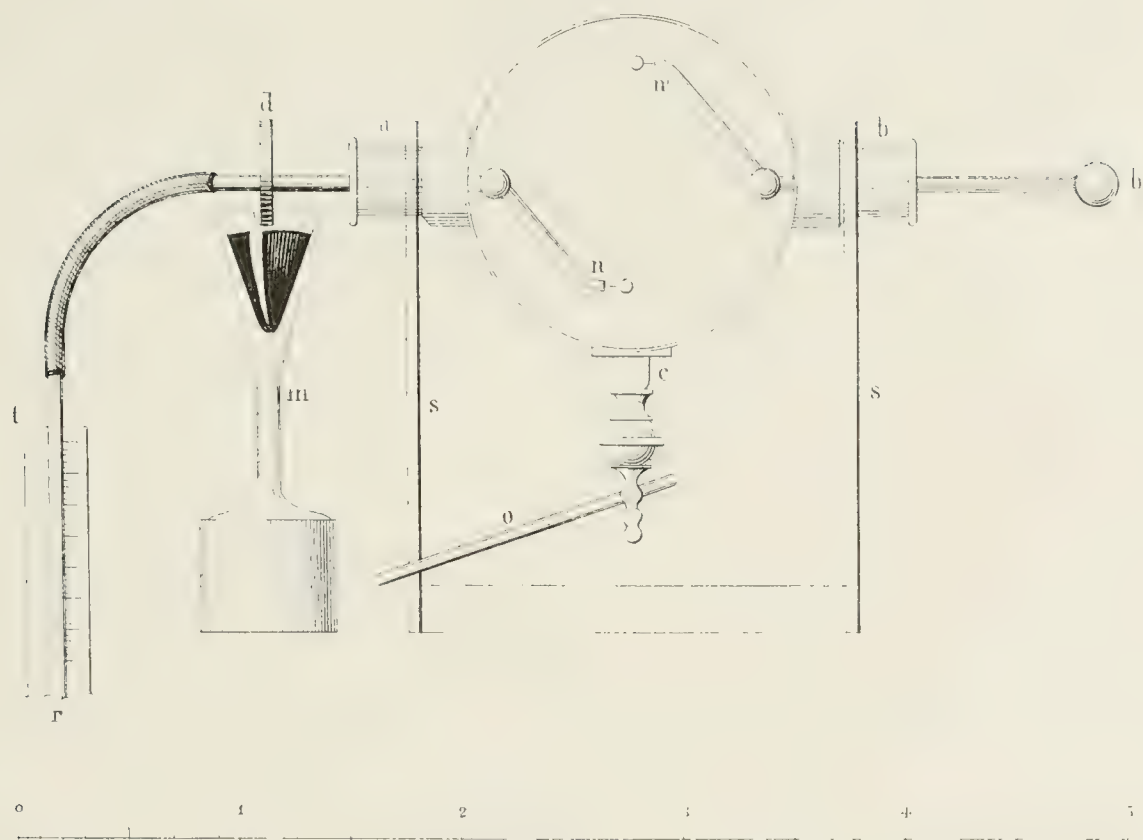
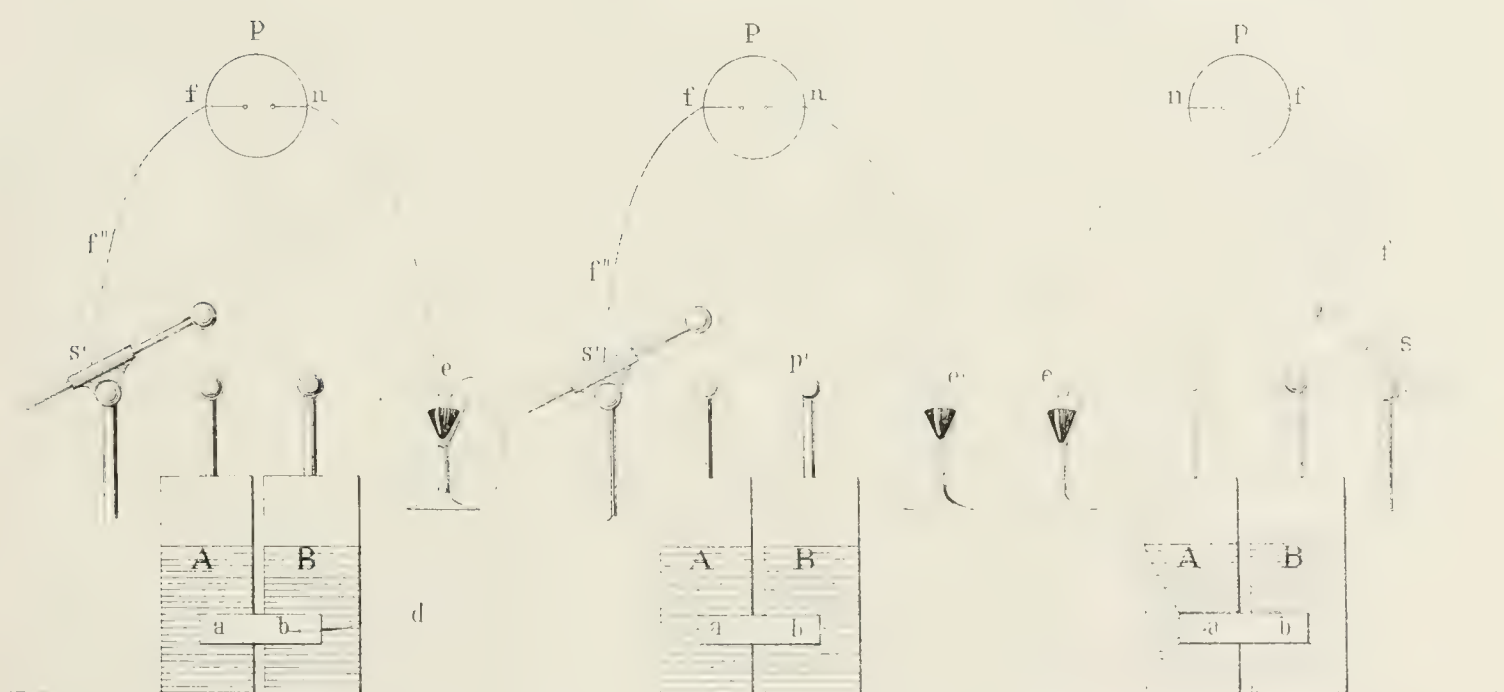
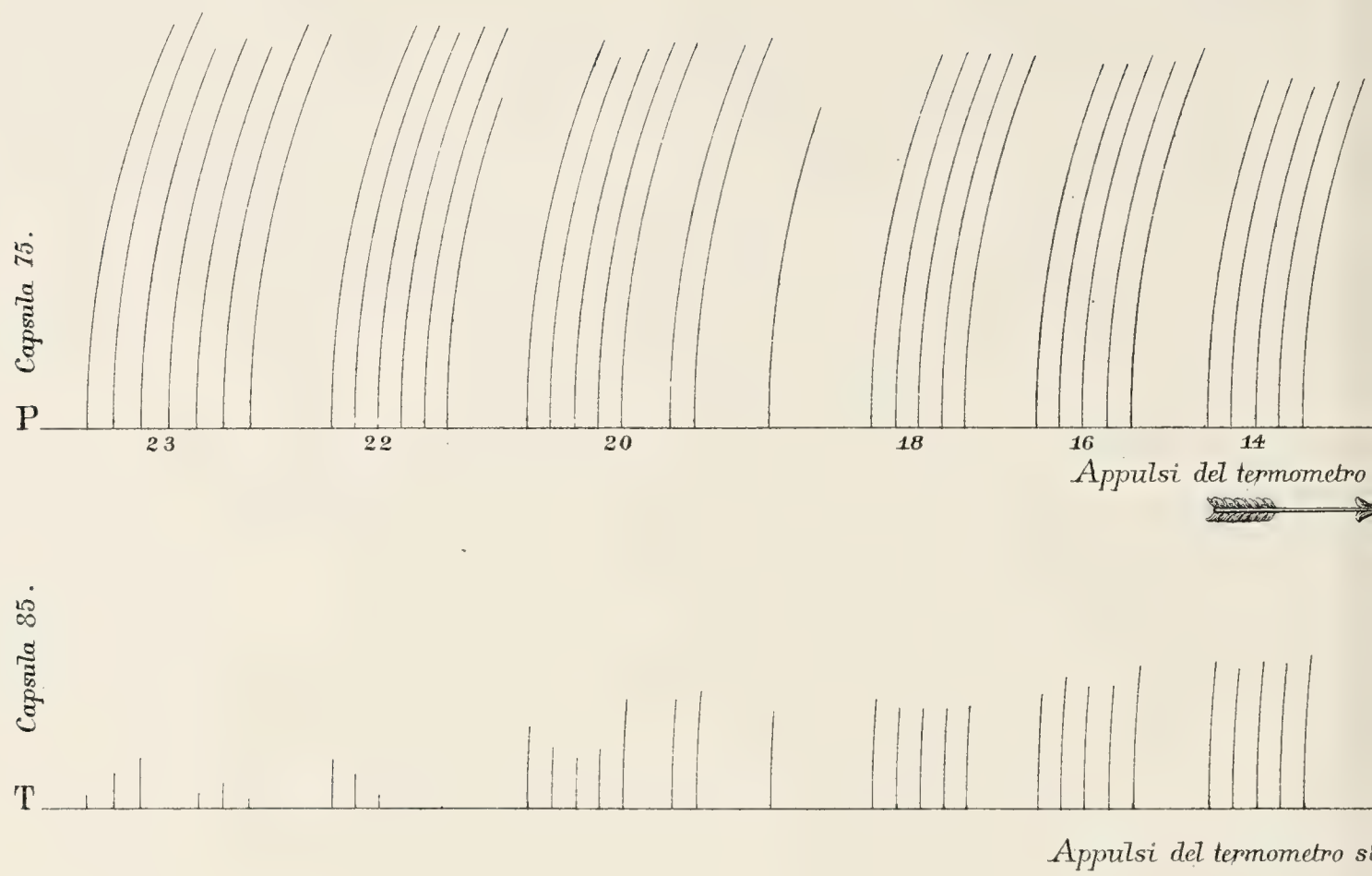
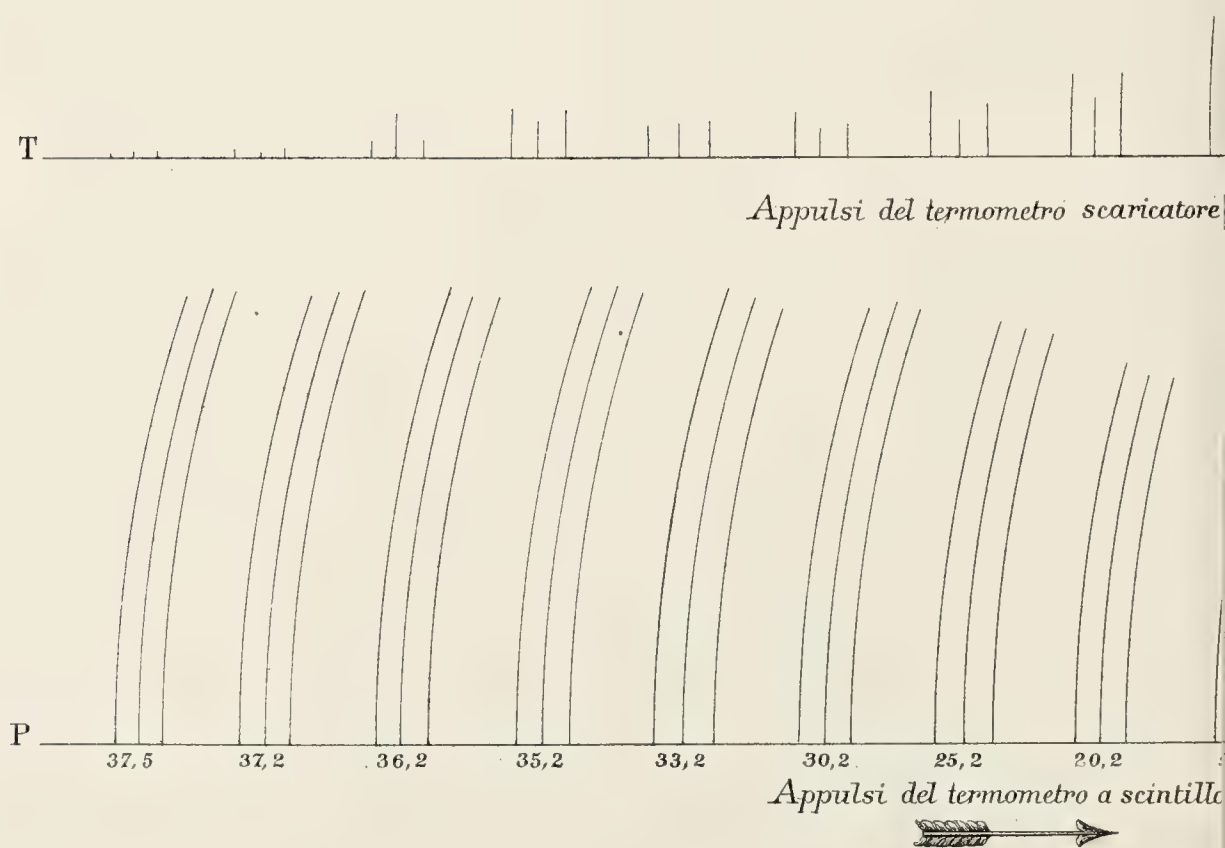
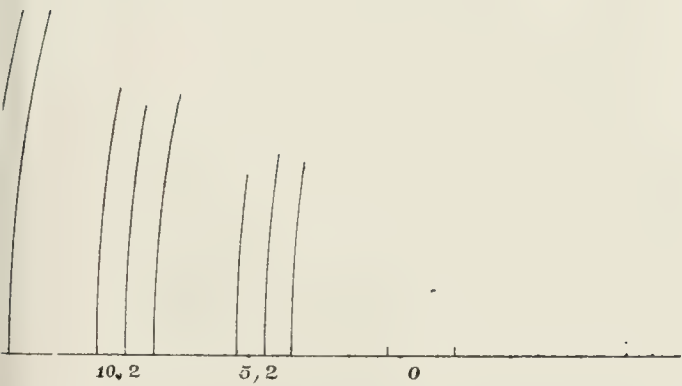
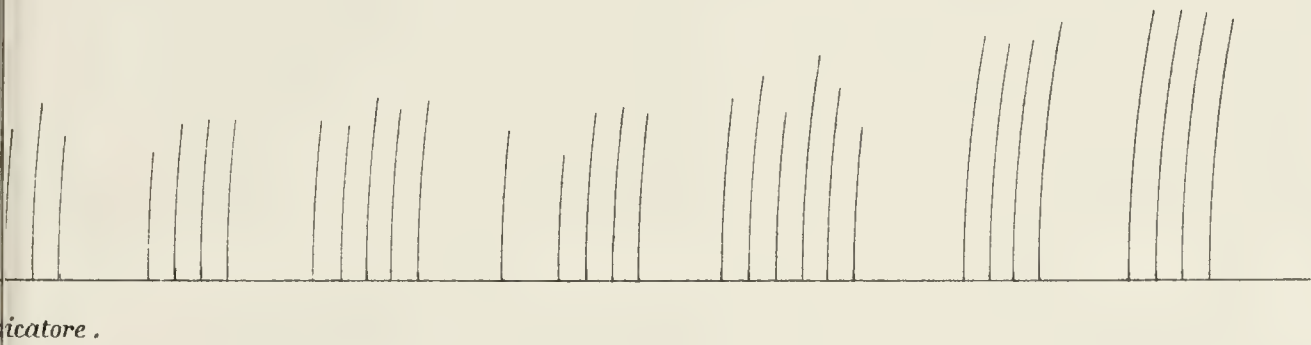
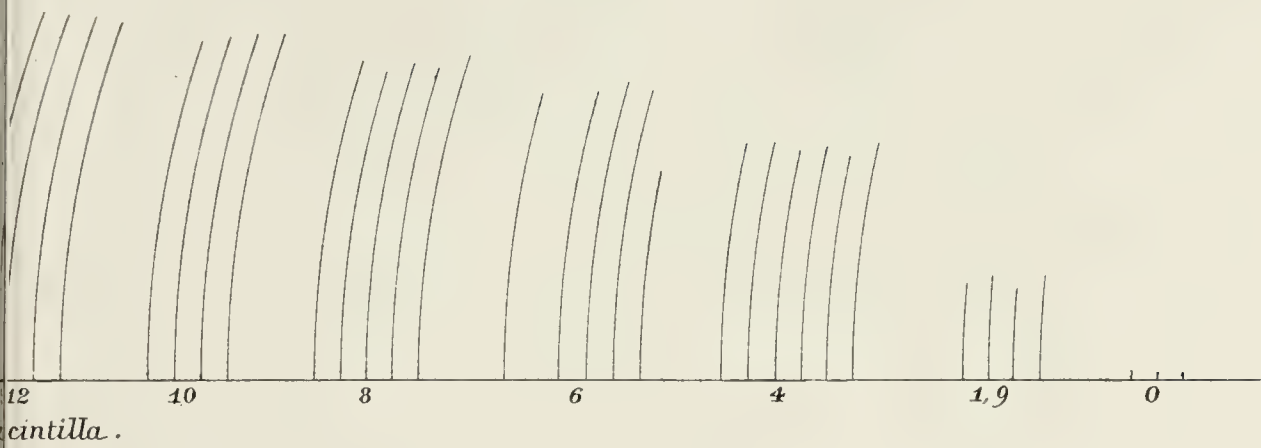
QUADRO D. 60

40 cariche

cintilla.

icatore.

riche.

Lit G Wenk

QUADRO A. *40 cariche*

QUADRO D. *60 cariche*.

Lit. G. Wenk

QUADRO **B** .. *50 cariche*

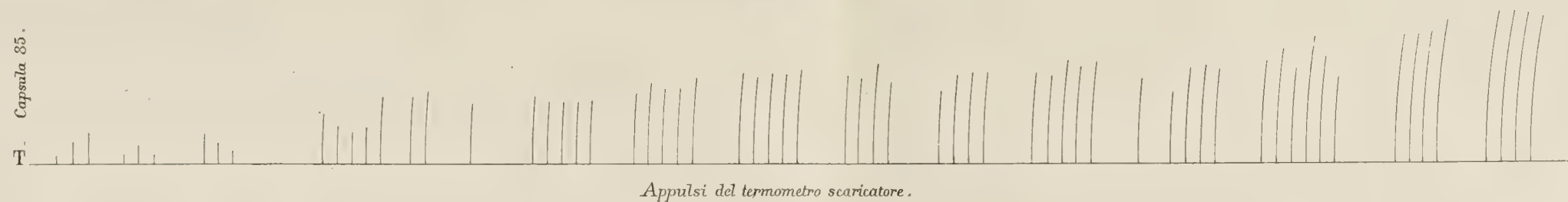
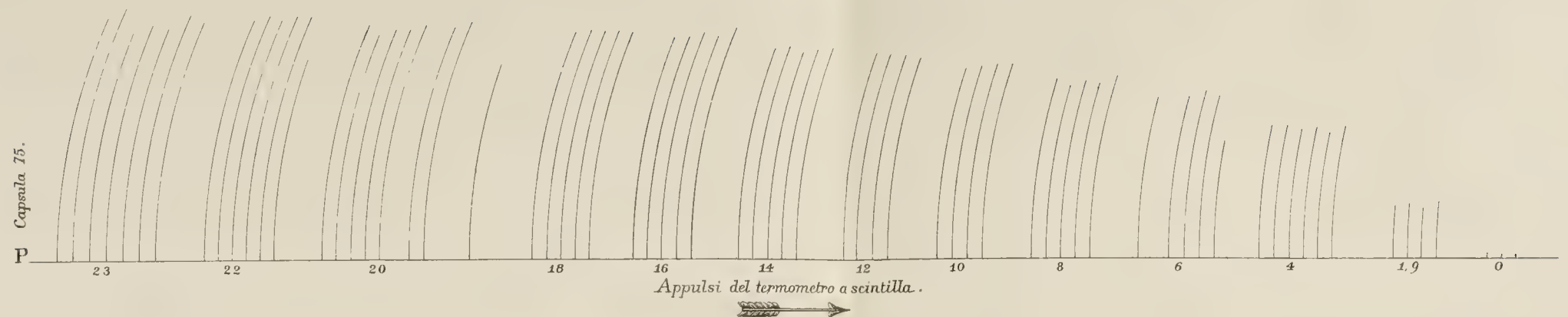
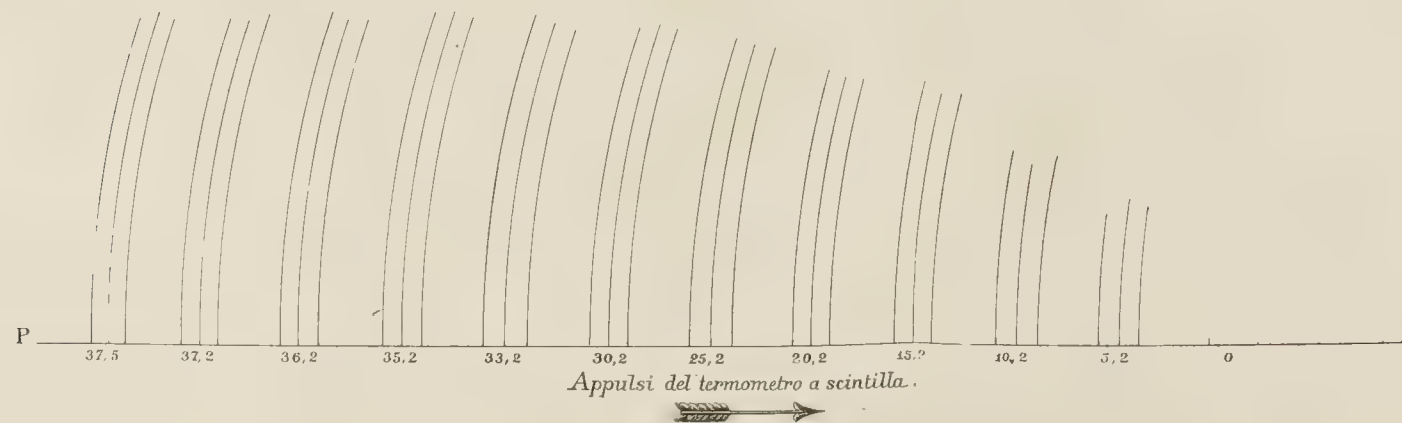
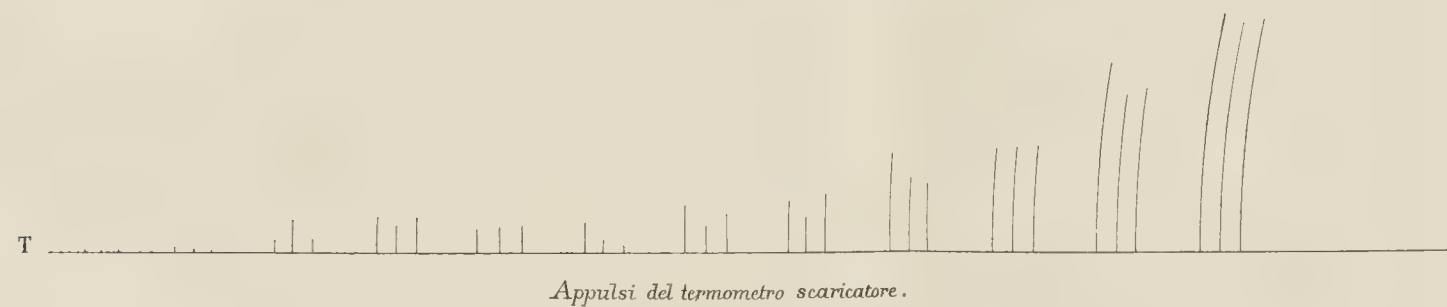
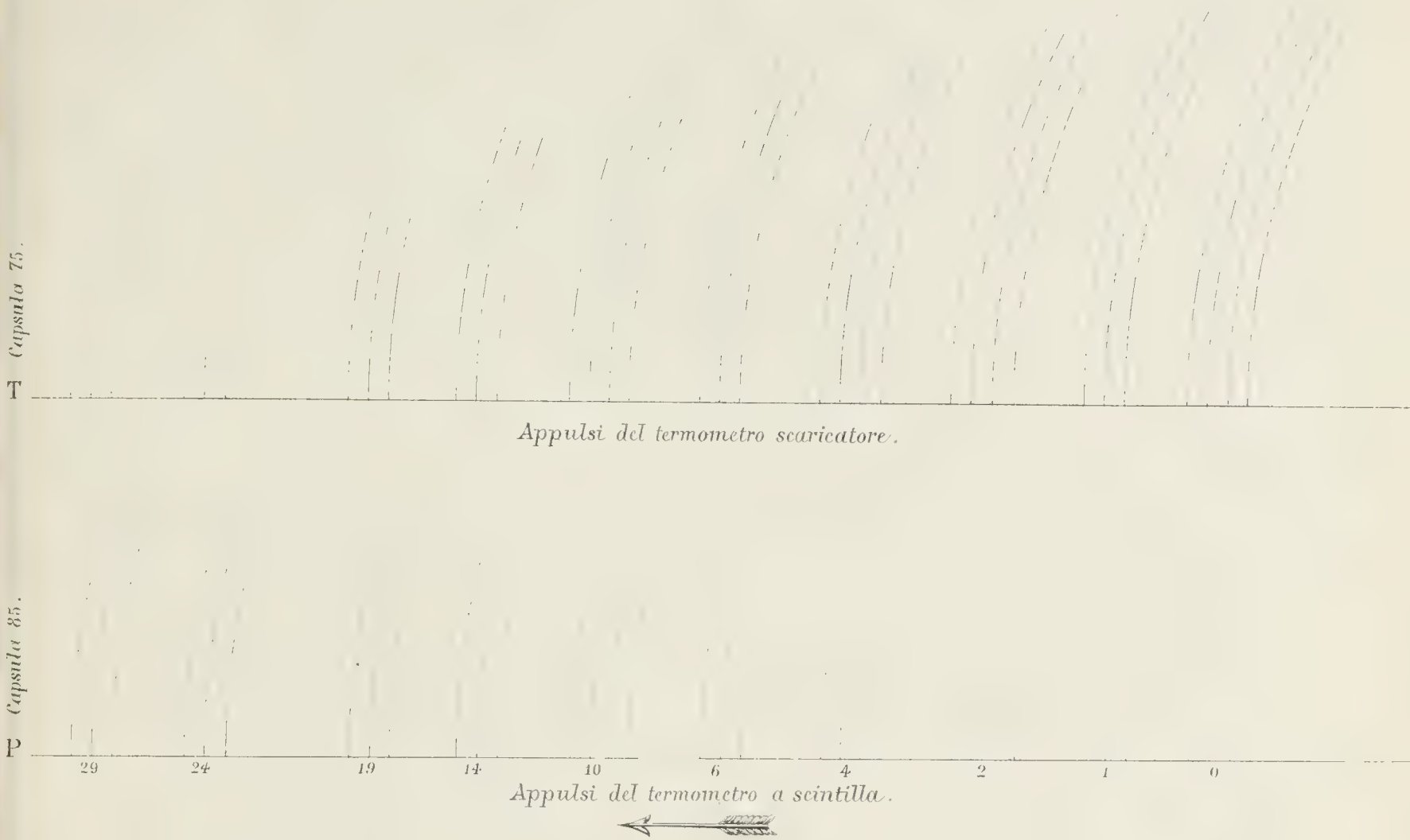
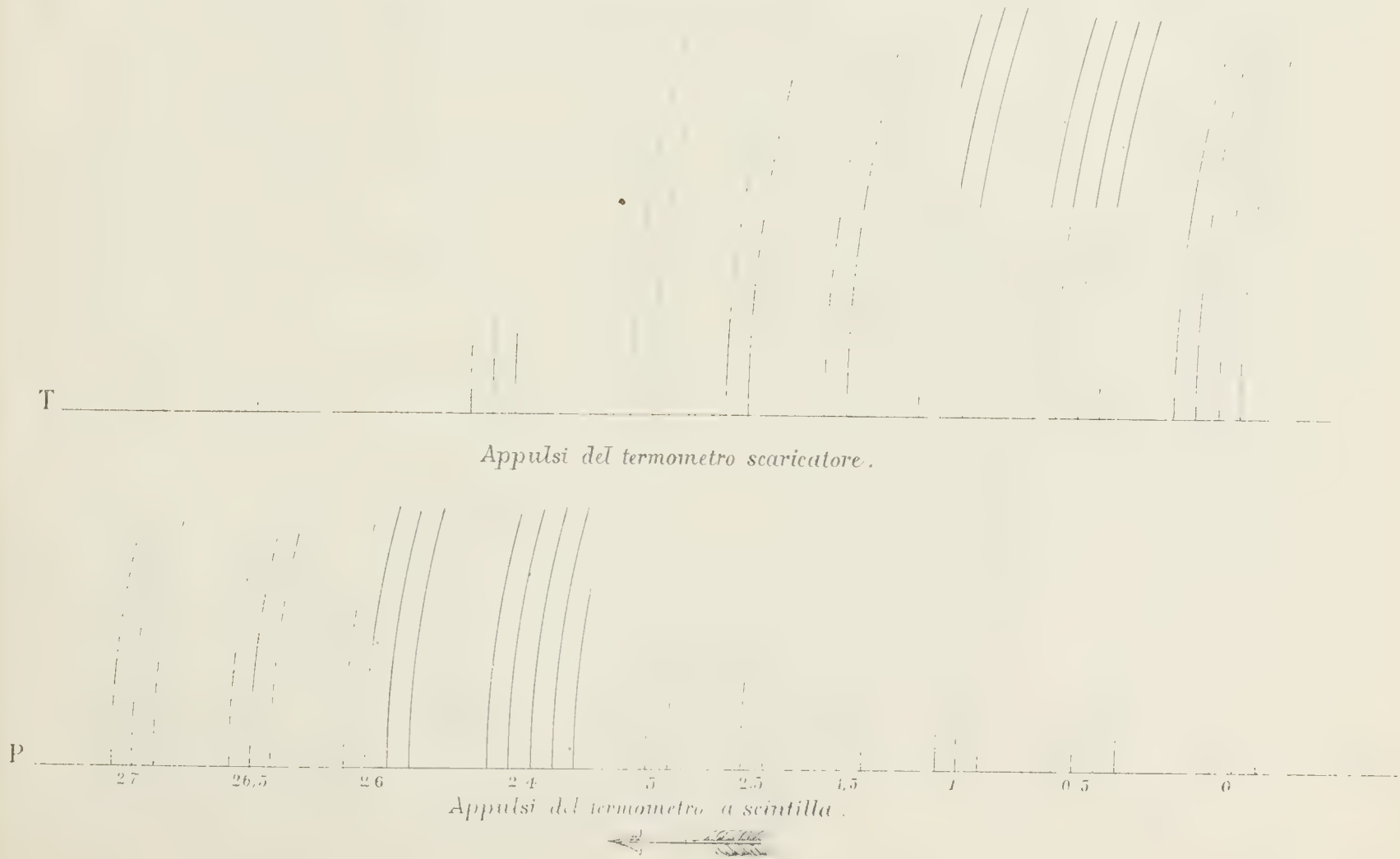
Appulsi del termometro scaricatore.

Appulsi del termometro a scintilla.

QUADRO **C** .

Appulsi del termometro scaricatore.

Appulsi del termometro a scintilla.

Lit. G. Wenk

Alcaloidi venefici e sostanza amiloide dall'Albumina in putrefazione.

Nota del Socio corrispondente FRANCESCO SELMI

letta nella seduta del 1 giugno 1879.

In sulla fine dell'aprile del 1876 introdussi in ampia storta 60 albumi di ova, indi chiusi il tubolo e congiunsi il collo, mediante tappo di gomma elastica, con una boccia contenente una soluzione neutra di nitrato d'argento puro; lasciai a sè l'apparecchio in una stanza bassa, fresca, non soleggiata, essendo mio intendimento di osservare se per la lenta putrefazione dell'albumina si producessero quegli *alcaloidi cadaverici* o *ptomaine,* di cui aveva già conosciuto il sussistere alcuni anni prima nelle materie molli dei cadaveri.

Debbo avvertire che prima di introdurre gli albumi li aveva lasciati per qualche giorno in un'ampia cassula scoperta e che vi si era iniziato il processo putrefattivo.

Scorsi sei mesi la soluzione argentica, già annerita, erasi evaporata al punto, che l'estremo del cannello unito alla storta rimase allo scoperto e perciò l'aria vi si potè introdurre liberamente; nel quale succedere di tempo, ma assai innanzi, la parte vuota della storta si coprì a poco a poco, nell'interno, di un sublimato bianco avente apparenza cristallina, della cui natura, come di quella del precipitato nero nel nitrato d'argento feci un esame, di cui tenni parola in una Memoria letta all'Accademia delle Scienze di Bologna nel 6 dicembre del 1877 (1).

Gli albumi formavano una massa liquida scorrevolissima, priva di quella vischiosità naturale che loro è propria; possedevano reazione alcalina manifestissima, ed esalavano, inacidendoli, odore di formaggio guasto. Tolta l'alcalinità ed anzi resi leggermente acidi, li trattai con etere per tre volte, dibattendo con forza, e separando poi il liquido etereo con leggero scaldamento per disfare il misto emulsivo che si era formato.

Tolto l'etere, e distillatolo ne rimase una materia grassa, in quantità piuttosto tenue e possedente in grado elevato l'odore dei grassi cadaverici.

(1) Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, serie 3ª Tomo VIII. Bologna, 1878.

Espulso l' etere ch' era nella massa albuminosa, aggiunsi a questa dell' alcool assoluto, quanto fosse bastevole a non indurvi più verun precipitato (cioè da 7 ad 8 volumi); lasciai deporre e raccolsi il precipitato su feltro, che lavai con alcool concentrato e poscia stemperai in acqua; il coagulo si sciolse in parte ed in parte rimase indisciolto.

Conservai l' una parte e l' altra sotto l'alcool, con che riprecipitò quella sostanza che erasi sciolta nell'acqua (Venne più tardi occasione di cercare se per caso nella parte che si era sciolta nell'acqua si contenesse o del *glucoso* od una *sostanza amiloide,* e se pure qualche amiloide, ma insolubile, fosse riscontrabile nel coagulo che rimase indisciolto nell'acqua; sul quale proposito dico fino da ora che nulla scopersi dell'uno e dell'altra in ciascuna delle due parti).

Affine di separare quei prodotti rimasti sciolti nel liquido alcoolico (da cui si era deposto il coagulo indicato di sopra) che fossero precipitabili coll'acetato basico di piombo, io vi versai tanto di soluzione alcoolica di acetato basico, quanto occorse, finchè si manifestò intorbidamento; raccolsi il precipitato su feltro, lo lavai con alcool concentrato e poscia con acqua; l'acqua ne sciolse una parte; quello che rimase indisciolto era di un bel giallo cedrino.

Trattando con acido solfidrico tanto un poco del composto che si era sciolto, quanto dell'indisciolto, feltrando ed evaporando i due liquidi a parte, ne ebbi da ciascuno un prodotto cristallino, ambedue di reazione lievemente acida.

Il liquido alcoolico, d'onde l'acetato di piombo aveva fatto deporre un precipitato, fu spiombato con una soluzione alcoolica di solfato d'ammoniaca, rifeltrato ed indi cercatovi se vi fossero degli alcaloidi somiglianti a quelli che si hanno dai cadaveri.

Il liquido spiombato rimase a sè per un anno in recipiente chiuso; possedeva reazione alcalina e conteneva ammoniaca. Scacciato l'alcool per distillazione nel vuoto, alcalizzai forte con barite il residuo e lo esaurii con etere, il quale ne separò una sostanza possedente forte reazione alcalina, sapore un po' amarognolo e producente un senso di torpore sulla lingua. Saturata la soluzione eterea con acido cloridrico, ricuperato l'etere, e purificato il cloridrato, ritrattandolo con barite e ripigliandolo con etere, ne ottenni due basi, una volatile che distillò coll'etere ed una fissa che rimase nella storta.

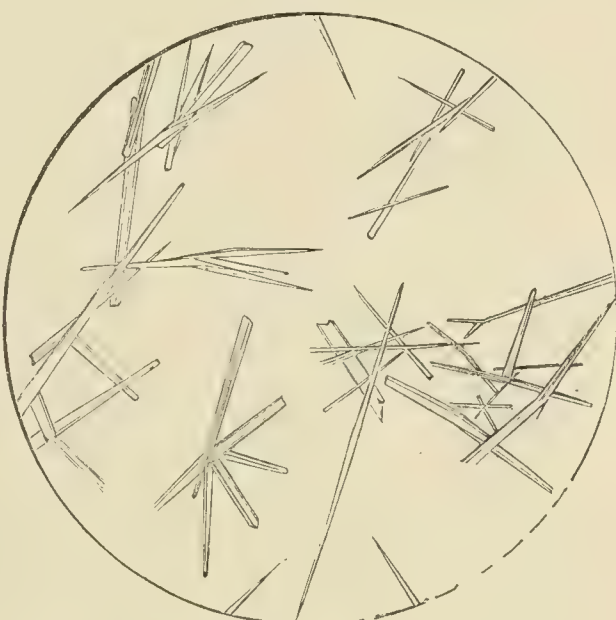
Avendole trasformate ambedue in cloridrati, li ebbi cristallizzati. Il cloridrato della base volatile s'intorbidava col *tannino;* precipitava in giallo bruno senza cristallizzare coll'*acido iodidrico iodurato;* precipitava copiosamente coi *cloruri di platino* e d'*oro* e coll'*ioduro di potassio* e *bismuto;* non precipitava col *bicloruro di mercurio*, ma col tempo deponeva dei cristalli di aspetto perlaceo; precipitava in giallo col *solfato d'oro* e l'*acido picrico* ed i singoli sedimenti cristallizzavano col tempo: conteneva in mescolanza traccie di trimetilammina.

Desiderando di conoscere quale fosse la sua azione fisiologica e se venefica, ne consegnai quel poco che mi rimaneva al mio chmo collega prof. Ciaccio, il quale lo sperimentò sulla rana insieme col suo assistente dott. Rossi; ma non ne ottenne effetti tali da doverne tener conto. Forse sarebbe occorsa una quantità maggiore della sostanza per conseguirne resultati apprezzabili abbastanza.

Il cloridrato dell'alcaloido fisso cristallizzava a rami di lunghe spine (fig. 1). S'intorbidava coll'*acido tannico*, precipitava in bruno coll'*acido iodidrico iodurato* ed il precipitato cristallizzava a poco a poco in lamine brune, come dalla (fig. 2). Dava precipitato lieve col *cloruro di platino*, copioso col *cloruro* e *solfato d'oro*, coll'*acido picrico*, coll'*ioduro di potassio* e *bismuto*, col *bicloruro di mercurio*, col *bicromato di potassio* e col *fosfotungstato di sodio;* diveniva opalino col *reattivo di Meyer* e non dava reazione coll'*acido iodico*.

Consegnatine 18 milligr. ai nominati professori Ciaccio e Rossi ne fecero prova con una rana sulla quale, come essi conclusero, operò veneficamente a somiglianza di quello che fa *il Curaro* (Vedi documento I).

Da ciò emerse adunque, che l'*albumina* messa a putrefare nell' aprile del 1876, a temperatura ordinaria ed in recipiente in cui per mezz'anno fu impedito l'accesso dell'aria, fornì un alcaloido fisso che si potè ottenere in cloridrato puro, e

Fig. 1. Fig. 2.

che possedeva azione deleteria in alto grado. Debbo rammentare che, rispetto al medesimo, credetti opportuno di farne menzione in un breve discorso pronunciato all'Accademia delle Scienze di Bologna [1].

Nel 23 novembre 1877 aveva disposto un nuovo apparecchio con entro 60 albumi d'uovo, osservando tutte quelle cautele che mi parvero le più opportune, acciò nulla turbasse l'andamento regolare o putrefattivo od altro che fosse dell'albumina, a temperatura bassa e coll'esclusione dell'aria atmosferica durante il periodo delle decomposizioni che fossero per succedere. Storta, canne di congiunzione, bottiglia in cui contenere il nitrato di argento, erano nuove, furono lavate accuratamente con acqua stillata e sgocciolate.

Introdotti gli albumi nella storta mediante imbuto di collo lungo, chiuso subito il tubulo, infissi nel collo della medesima con tappo una canna di vetro piegata a

[1] Sessione del 10 dicembre 1878.

gomito per congiungerla con due bottigliette connesse insieme, con entro una soluzione acquosa di nitrato d'argento neutro e puro, e con tale avvedimento che il nitrato non potesse salire per la canna scendente dal collo della storta.

Trascorsi alcuni giorni, il nitrato d' argento cominciò ad annerire appena, ed anche si condensarono sul collo della storta vapori acquosi in goccioline. Il tappo del tubolo e quello del collo chiudevano a perfetta tenuta; di tempo in tempo si videro sviluppare bolle gazose e si può dire che la tensione interna si mantenne tale costantemente da impedire l'ingresso dell'aria.

Passato un anno, le gocciole acquose condensate entro il collo della storta scomparvero a poco a poco, e invece di esse si cominciarono a formare dei cristallini bianchi che andarono crescendo; erano maggiori dal lato della luce e partivano dal pelo del liquido albuminoso, protraendosi lungo tutto il collo e lungo la canna che scendeva nella bottiglia susseguente. Il loro aumentare divenne maggiore per un 5 mesi; erano bianchi, di forma stellare, ed osservati con lente sembravano uniformi. Tagliata la storta vicino al limite del liquido albuminoso e procurando di scioglierli in solvente addatto, essi si scomposero, sia che si adoperasse o l'acqua o l'alcool assoluto o l'etere. Su di essi basti il qui detto, come pure nulla esporrò sulla natura del composto nero di argento, restringendomi solo ad accennare che nello scomporsi lasciarono solfo libero, fornirono una materia grassa, solida e sublimabile a temperatura poco elevata, e che contenevano del fosforo; come pure riscontrai solfo libero e fosforo nella materia bruna formatasi nel nitrato d'argento.

Il liquido albuminoso era scorrevole come quello dell'operazione antecedente; possedeva reazione alcalina e svolgeva odore ammoniacale con un alcali, ed odore butirrico con un acido.

Sul fondo della storta eravi un sedimento avente l'aspetto di una sostanza gelatinosa di color leggermente giallo verdiccio; separato il liquido dal sedimento ed esaminato questo col microscopio, si vide che constava di una moltitudine di cilindretti, per lo più uniti insieme a modo di palma, senza che vi si scorgessero frammezzo micrococchi, sferole fornite di movimento browniano, ed altre forme di esseri organizzati che più o meno si mostrassero semoventi. Anche il liquido albuminoso ne conteneva in sospensione. Raccolto il detto sedimento fu lavato con acqua e messo a seccare dentro campana con calce viva per conservarlo ([1]).

Inacidito il liquido albuminoso col sufficiente di acido tartarico (vi occorsero 2 gr.), fu trattato replicate volte con etere. Posto ad evaporare in ampio vetro d' orologio un poco di questo etere, lasciò un residuo bianco amorfo, insolubile nell'acqua e di un odore suo proprio, se non gradevole, non tale almeno che punto sentisse il cadaverico.

Avendo voluto separarne l'etere per distillazione bastò il lieve calore occorrente perchè il residuo s'imbrunisse forte e diventasse quasi pecioso.

([1]) Per quanto curassi di ottenerlo in tale stato che non si dovesse alterare, non giunsi tuttavia ad impedirne una manifesta modificazione, e fu, che i cilindretti si risolsero in micrococchi, mobili, non appena stemperati nell'acqua, e subito esaminati col microscopio. Ne misi una parte in un pallone quasi pieno di albumi, che tosto chiusi con cannello di sfogo, impedendo l' ingresso dell'aria: essi provocarono la fermentazione dell'albumina in tempo assai più breve di quello che avvenga negli albumi da soli, e posti in condizioni uguali.

Dopo l'esaurimento etereo feci succedere un trattamento coll'alcool assoluto.

L'alcool fece deporre un coagulo bianco, che separai per decantazione, lavai con alcool concentrato e poscia ripresi con acqua. Questa ne disciolse una parte. Il lavacro fu continuato fino a che cessasse di sciogliere qualche cosa.

La parte del coagulo che rimase indisciolta nell'acqua non produsse reazione col liquido cupro-potassico neppure dopo che fu bollita con acido solforico diluito.

Evaporando l'acqua contenente la parte del coagulo che vi si sciolse, ne rimase una sostanza bianca che ripresi con alcool alquanto acquoso; separando l'alcool da ciò che non si era disciolto, indi evaporandolo per cercare se contenesse qualche materia zuccherina, o qualunque altra che fosse capace di ridurre il reattivo di Fehling, non ne ebbi il più che tenue indizio.

L'opposto successe per la materia che l'alcole non era stato capace di ridisciogliere, perchè fatta bollire con acido solforico diluito al 3 $^0/_0$ in volume, mi diede una fortissima riduzione. Congetturai che insieme con una sostanza albuminosa sussistesse glicogeno o qualche corpo amilaceo di natura somigliante, e procedetti a farne la separazione col processo di Abelès, cioè col cloruro di zinco.

Scaldando si formò un coagulo col detto cloruro; feltrando ed aggiungendo alcool al feltrato acquoso, ne precipitò una sostanza bianca ed amorfa, che fu lavata con alcool e ridisciolta in acqua e rifeltrata, essendochè una parte rifiutò di ridisciogliersi. Riprecipitata la parte disciolta, un poco di precipitato fu bruciato su lastrina di platino e diede odore puro di amido torrefatto.

Un'altra parte, bollita con acido solforico diluito e provata col reattivo di Fehling produsse un precipitato copioso di protossido di rame.

Una terza parte ridotta a secco e polverizzata, poi scaldata in campanella con pezzettini di sodio, manifestò a malappena la reazione dell'azoto.

Senza pretendere di affermare che la detta sostanza sia glicogeno, rimane però fuori di dubbio che per la sua natura gli assomiglia, e che, comunque fosse, sembra appartenere al gruppo degli amiloidi.

Fatte queste ricerche passai a sperimentare sul *liquido alcoolico albuminoso* da cui era stato separato il coagulo (come dissi) con 8 vol. di alcole assoluto; esso depose un precipitato caseoso, quando vi aggiunsi della soluzione alcoolica di acetato basico di piombo, che fu versata in eccedenza affine di aver certezza che nulla rimanesse di non precipitabile col detto reattivo.

Questo precipitato, lavato con alcool, indi trattato con acido solfidrico, fornì una soluzione acquosa di reazione acida e che esalava odore somigliante a quello dell'acido acetonico: non fu maggiormente esaminato.

Siccome il feltrato alcoolico, separato dal precipitato piombico, s'intorbidava, perciò vi fu diretta una corrente di acido carbonico con che si formò un secondo precipitato copioso d'idrocarbonato di piombo, il quale raccolto su feltro e lavato con alcool, quando fu trattato con acqua vi si sciolse circa per metà.

Decomponendo con acido solfidrico questa soluzione piombica acquosa e feltrando, ebbi un liquido quasi scolorito, che evaporando lasciò un residuo vischioso ed incristallizzabile, non riducente il reattivo di Fehling, che si sciolse completamente nell'alcool, soluzione che trattata coll'etere precipitò, mentre nel liquido etereo rimase

un alcaloido, poichè precipitava copiosamente col *tannino*, col *cloruro d'oro*, col *fosfomolibdato*, e produceva cristallini minuti e bruni coll'*acido iodidrico iodurato*.

Anche questo fu messo a parte per un esame più specificato.

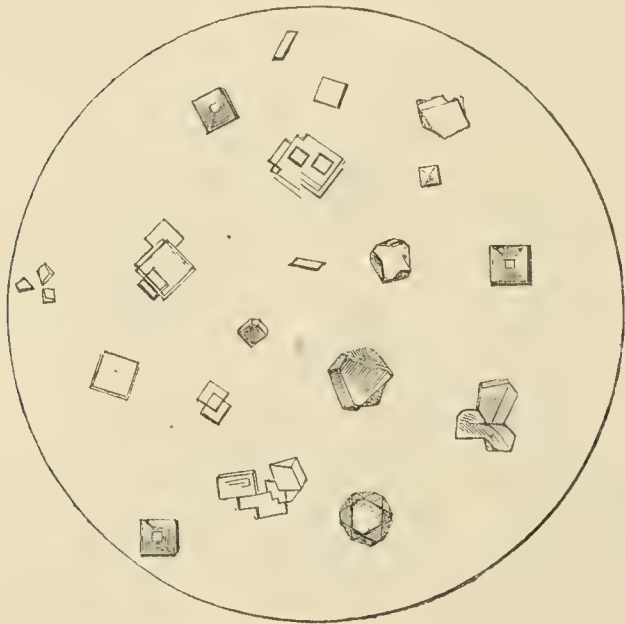
Il *liquido alcoolico albuminoso* decantato dal secondo precipitato piombico, trattato con acido solforico diluito nell'alcool, ingenerò un terzo precipitato che non era solo di solfato piombico, ma conteneva il solfato di un alcaloido, insieme con solfato di ammoniaca, i quali si sciolsero nell'acqua e rimasero per evaporazione coll'aspetto di un sale bianchissimo. Ridisciogliendo il sale nell'acqua ed indi aggiungendovi della barite e poi dell'etere, questo sciolse l'alcaloido coll'ammoniaca, la quale si dissipò durante l'evaporazione del solvente.

Ciò che rimase era una sostanza, avente reazione alcalina e che possedeva proprietà identiche a quelle dell'alcaloïdo che poscia fu fatto precipitare dall' *alcool albuminoso* collo stillarvi e mescervi fino ad un certo punto dell'altro acido solforico alcoolico ed in appresso $\frac{1}{2}$ volume di alcool a 99°, con che apparve un discreto intorbidamento il quale col tempo si dissipò, mentre si depose sulle pareti del recipiente un sedimento cristallino che gli stava aderente.

Siccome il *liquido alcoolico albuminoso* dopo di averlo decantato da questo sedimento cristallino s'intorbidava per aggiunta di etere, perciò ve ne versai tanto quanto occorse a crescere l'intorbidamento; lasciato a sè, si depose un nuovo sedimento cristallino che pure raccolsi ed indi esaminai.

Tanto il sedimento prodotto coll'acido solforico e l'alcool, quanto quello che si formò per l'aggiunta dell'etere, contenevano solfato d'ammoniaca insieme al solfato di un alcaloido, ma i due alcaloidi erano diversi; il primo però non differiva punto da quello che riscontrai nel precipitato del solfato di piombo.

Noto a questo punto, che in questa serie di indagini per la ricerca degli alcaloidi non mai si svolse un odore che rammentasse neppure da lontano o taluna delle metilammine o la propilammina, onde credo che nel caso presente di putrefazione chiusa dell'albumina, la sola base volatile che s'ingenerasse sia stata l'ammoniaca.

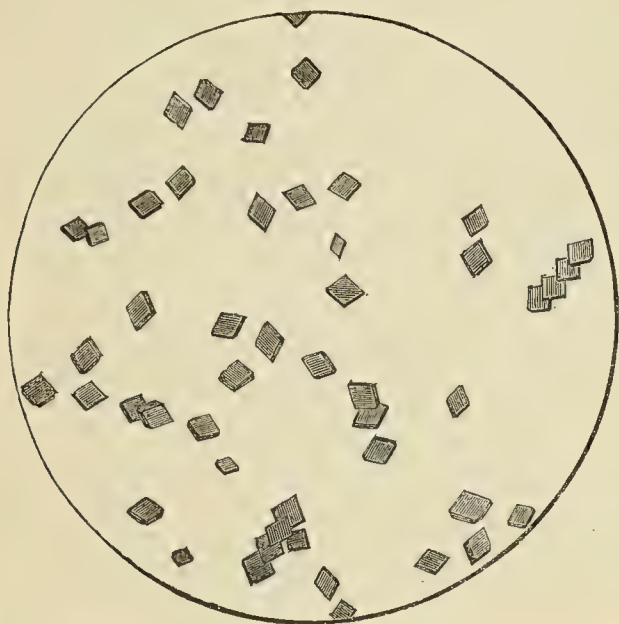
Fig. 3.

Circa all'alcaloido primo dirò, che possedeva leggera reazione alcalina, sapore che intorpidiva la lingua, non era amaro, e formava un sale cristallizzabile in aghi coll'acido solforico.

Il suo cloridrato era deliquescente e di cristallizzazione difficile. Quale la forma si vede nella fig. 3.

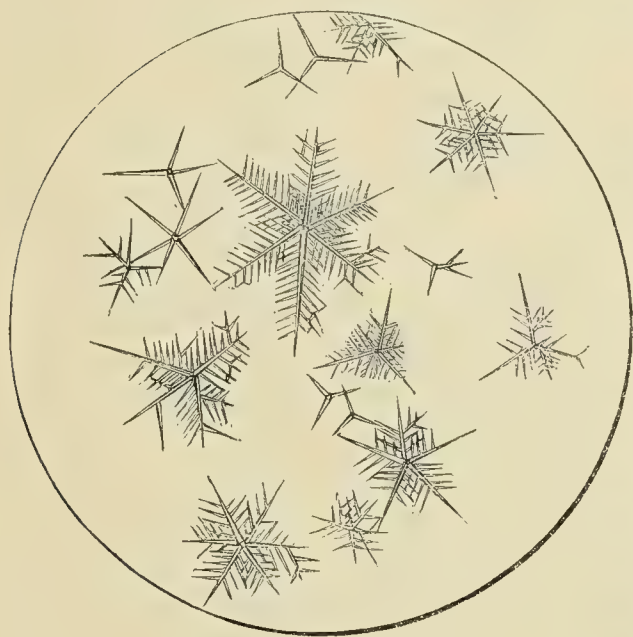
Coi reattivi si comportò nel modo seguente:

S'intorbidò col *tannino;* precipitò col *cloruro* e col *solfato d'oro*, col *bicloruro di mercurio*, col *fosfomolibdato di sodio* e coll'*acido picrico;* non precipitò nè

cristallizzò col *tetracloruro di platino*. Coll'*acido iodidrico iodurato* diede un precipitato immediato in belle tavole rombiche, come dalla fig. 4.

Fig. 4.

Manifestò azione venefica gagliarda; consegnatine 7 milligr. da prima, poi altri 7 al mio chmo collega prof. Vella, questi in unione al dott. Ravaglia, lo sperimentò sulla rana, e quali i risultati ottenuti è detto nel documento II.

Il sale che l'etere aveva fatto deporre, era colorito di bruno e, come accennai di sopra, conteneva un altro alcaloido, che cristallizzava diversamente coll'*acido iodidrico iodurato* (fig. 5), accompagnato però da solfato d'ammoniaca e da una certa quantità di solfato del primo alcaloido. Sciogliendolo in acqua ed aggiungendovi a poco a poco dell'alcool, si deponeva dapprima un liquido giallo bruno, che cadeva al fondo in gocciole; il solfato dell'altro alcaloido con buona parte del sale ammoniaco rimanevano disciolti nel liquido sovrastante, per cui decantando ed indi aggiungendogli dell'alcool precipitavano insieme.

Fig. 5.

Il liquido denso e bruno messo ad evaporare sotto campana coll'acido solforico, nel concentrare depose cristalli scolorati, imbevuti di una materia vischiosa e bruna. Tentai di separarli in massima parte trattando la mescolanza con un misto di acqua e di alcool, se non che si ricompose il liquido bruno, in cui si era condensato, per così dire, il secondo alcaloido.

Nondimeno continuando i trattamenti nel detto modo, lasciando a sè il liquido, un po' torbidiccio, per un giorno, tolsi finalmente il solfato di ammoniaca, per cui estraendo con barite ed etere, e saturando con acido cloridrico il residuo dell'evaporazione eterea mi rimase un sale cristallizzato come nella (fig. 6), e perfettamente scolorito. Esso pure agì veneficamente come risulta dal documento III.

Un'osservazione curiosa fu la seguente:

Allorquando aggiunsi a qualche goccia del liquido bruno tanto di idrato di barite

da svolgere l'ammoniaca, per indi poi ripigliare con etere, lasciando a sè la poltiglia baritica fino a che l'ammoniaca si disperdesse, sentii in sulla fine succedere all'odore ammoniacale un odore manifesto di conina, il quale venne crescendo quando la cassula fu posta a blanda temperatura su bagno-maria.

Fig. 6.

Nato il sospetto che la conina si formasse per ossidazione del detto alcaloido o di taluno di altri prodotti ignoti esistenti nel liquido bruno, feci prova con varî ossidanti, cioè con *acido solforico* e *bicromato,* con *permanganato di potassa,* con *acido solforico* e *biossido di piombo* ed anche con *acido solforico* ed *ossido di cerio*: in tutti questi casi saturando l'acido colla *soda* si palesò evidentissimo l'odore di conina (misto dapprima con quello dell'ammoniaca) e che sempre più andò facendosi evidente di mano in mano che l'ammoniaca si dissipava.

Mi piace ricordare a questo punto che l'odore di conina fu incontrato da me parecchie volte durante le mie ricerche sugli alcaloidi cadaverici.

Volli tentare di ottenere la conina separata e determinarla col mezzo di taluna delle sue reazioni caratteristiche. Per isfortuna ci è noto, che non ne possiede di quelle per cui si possa riconoscere quando è in minime quantità, e che le più sicure consistono nell'esaminarne i cristalli del cloridrato colla luce polarizzata, nel farla reagire col *cloruro d'oro* e col *fosfomolibdato d'ammonio.*

Estratta coll'etere la supposta conina, ed essendo accompagnata da molta ammoniaca, convertii le due basi in cloridrati, evaporai l'etere e ridisciolsi il residuo nell'alcool, precipitando la soluzione alcoolica con una quantità insufficiente di *tetracloruro di platino* affine di separare la maggior parte dell'ammoniaca. Feltrai e sottrassi l'alcool dal feltrato tenendolo sotto campana nel vuoto con acido solforico. Ne rimase un residuo gialliccio non cristallino, che esalava odore di finocchio e che con una goccia di soda svolgeva odore di ammoniaca unito però ad un forte odore di conina.

Trattandone una parte con *fosfomolibdato di ammonio,* scaldando a blanda temperatura si formò un cerchio azzurro.

Non essendomi stato concesso per la scarsezza della materia di spingere più innanzi le osservazioni, non mi è dato neppure di affermare con certezza, che si trattasse di vera conina, mentre rimase fuor di dubbio che si trattava di una base volatile, avente l'odore di essa e l'azione riducente sull'*acido fosfomolibdico.*

Non sarà inopportuno di avvertire, che nel processo di ossidazione col bicromato e l'acido solforico s'ingenera insieme colla base volatile un acido pure volatile, il quale in una delle operazioni manifestava l'odore dell'acido butirrico, ed in altra, in cui l'ossidazione fu spinta un po' più innanzi, quella dell'acido acetico.

La formazione dell'acido butirrico sarebbe una conferma, che realmente era *conina* o fors'anche la *metilconina*.

Il liquido alcalino contenente i prodotti di ossidazione, tra cui la base volatile di odòre di conina, lasciato a sè per una notte con un poco di etere affine di procedere ad un esaurimento successivo, aveva colorato di verdiccio lo strato di etere sovrastante, il quale, separato e messo ad evaporazione spontanea, lasciò un residuo di un giallo d'oro, solubile parzialmente nell' acqua, di forte reazione alcalina, di sapore pungente amarognolo e che meglio sciogllevasi aggiungendo una traccia di acido acetico lasciando tuttavia un po' di sostanza peciosa di colore del chermes.

Aveva odore aromatico ed uguale a quello di certi alcaloidi cadaverici. Precipitò col *tannino*, coll'*acido iodidrico iodurato*, coi *cloruri d'oro e mercurio* e coll'*acido picrico;* precipitò pure col *cloruro di platino* ma meno copiosamente.

Dirò pure di un altro fatto meritevole di essere ricordato in questa Nota, cioè, chè il liquido alcoolico-etereo d'onde erano stati separati coi trattamenti piombico, solforico ecc., i varî prodotti che venni divisando, messo ad evaporare a blandissima temperatura, lasciò un residuo gialliccio, gommoso, che in contatto dell'aria esalava odore di bianco spino, il quale si fece acutissimo quando vi aggiunsi la mescolanza ossidante di bicromato e di acido solforico.

OSSERVAZIONI

Dal confronto dei due modi onde si sdoppiò l'albumina tenuta nelle due condizioni diverse che accennai, cioè con ingresso di aria dopo un certo tempo dacchè la putrefazione chiusa aveva proceduto, e senza che l'aria potesse introdursi nella seconda prova di putrefazione chiusa, appare evidente, che, se tra i prodotti ottenuti ebbi risultati concordi fino ad un certo punto, ne ebbi pure dei differenti, come dal riassunto che segue:

Albumina putrefatta, col concorso dell'aria dopo un certo tempo.	Albumina putrefatta senza concorso di aria.
Sublimazione di una materia cristallina che in contatto degli acidi si risolse in solfo libero, in una sostanza solida, cristallizzabile, di aspetto grasso, solubile nell'etere e nel solfuro di carbonio, in ammoniaca ed in un acido contenente del fosforo.	La sublimazione avvenne come di contro, tranne che la materia cristallina era in cristalli meglio formati e di composizione e portamento poco diversi.
L' *etere acido* estrasse una sostanza, insolubile nell'acqua e di un puzzo fetente di grasso cadaverico.	L'*etere acido* estrasse una sostanza insolubile nell'acqua, di odore non gradevole ma non cadaverico, che per azione di blando colore s' imbrunì e diventò peciosa.
L'*alcool* fece deporre un coagulo albuminoso, una parte del quale si disciolse	L'*alcool* precipitò un coagulo bianco formato in parte di materia albuminosa

nell'acqua; ma in cui non si riscontrò nè sostanza amiloide nè glucoso.

L'*acetato basico di piombo* vi produsse un precipitato che si divise coi lavacri acquosi in un sale solubile nell'acqua, rimanendo indisciolto un altro sale piombico di color giallo citrino. Decomponendo i due sali piombici se ne separarono due corpi acidi e cristallizzabili, ciascuno di forma cristallina e di proprietà differenti.

Precipitando il piombo eccedente dal liquido alcolico e togliendo l' alcool per distillazione nel vuoto, trattando il residuo con barite ed etere, questo s'impossessò di due basi una delle quali volatile che distillò con esso insieme ad ammoniaca, e che per le proprietà differiva dalla metilammina e dalla propilammina.

Il residuo del distillato etereo fornì un alcaloido fisso e venefico che agiva come il *curaro*.

ed in parte di una sostanza amiloide, somigliante alquanto al glicogeno ne' suoi portamenti. Nè il precipitato coaguloso, nè il liquido rimanente contenevano glucoso.

L'*acetato basico di piombo* ingenerò nel liquido un precipitato piombico contenente un acido che possedeva l'odore dell'acido acetonico.

L'*acido carbonico*, fatto prendere dopo, fornì un secondo precipitato piombico, che poi spiombato lasciò un residuo acido e non cristallizzabile.

L'*acido solforico* determinò un terzo precipitato piombico accompaganto dal solfato di un' primo alcaloido.

L'*alcool assoluto*, aggiunto al liquido alcolico spiombato e inacidito con SH^2O, fece deporre un misto di solfato di ammonio e di solfato del primo alcaloido. Questo primo alcaloido era venefico in alto grado, e agiva come l'aconitina.

L'*etere* sovraggiunto al liquido alcoolico produsse un nuovo precipitato contenente solfato di ammonio, un po' di solfato del primo alcaloido ed il solfato di un secondo alcaloido.

Di *basi volatili* riscontrate immediatamente non si trovò che *ammoniaca*.

Il *precipitato dei solfati* fatto deporre dall' etere, quando fu sciolto in acqua e ripreso a poco a poco con alcool si divise in due strati, uno dei quali più denso, perfettamente liquido, di un giallo bruno e che in contatto di un alcali svolgeva dapprima odore d'ammoniaca a cui susseguiva quello della conina: cogli ossidanti l'odore della conina si rendeva assai più acuto.

Il misto trattato col bicromato e l'acido solforico per formare la conina, trattato con soda e poi esaurito con etere cedeva ammoniaca e la base coninica; ma lasciato a sè e ripreso con etere, colorava questo di giallo verdiccio, e gli cedeva un

alcaloido di sapore amarognolo pungente, di odore simile a quello di certe ptomaine.

L'ultimo residuo fornito dal liquido d'onde l'alcole e l'etere avevano precipitato i solfati degli alcaloidi, reagendo cogli ossidanti svolgeva odore di fiori di bianco spino come fa l'atropina.

Dal confronto dei prodotti ottenuti nei due casi diversi si vede come lo sdoppiarsi dell'albumina avvenga differentemente secondo che l'aria interviene o no, poste uguali le altre condizioni.

Tra i prodotti mi paiono notevoli:

1. La *sostanza amiloide* somigliante al glicogene, formatasi nello sdoppiamento avvenuto in apparecchio sempre chiuso;

2. La formazione di alcaloidi venefici, d'onde è dimostrata la genesi degli alcaloidi cadaverici [1];

3. Lo sviluppo per ossidazione di una base volatile coninica, che pure conferma quanto io aveva asserito nella mia Memoria *Sulle Ptomaine*;

4. La successiva formazione di un'altra base di forte alcalinità e coll'odore di altri prodotti basici cadaverici;

5. L'ingenerarsi per ossidazione di una sostanza volatile dell'odore del bianco spino dalle materie che rimasero sciolte, dopo tutte le precipitazioni operate coll'*acetato di piombo*, coll'*alcool* ed *acido solforico* e coll'*etere*; sostanza che per ossidazione fu pure ottenuta nella ricerca degli alcaloidi cadaverici.

Non debbo dimenticare un riflesso, ed è, che i prodotti ottenuti dall'albumina in putrefazione chiusa o sono identici o somigliano a quelli che incontrai nelle mie ricerche anteriori sulle materie cadaveriche.

La difficoltà di trovare la via di separare tali prodotti in istato possibilmente integro, e di conseguirli assolutamente puri tranne che in piccola quantità, m'impedì per ora d'instituire l'analisi elementare di qualcuno di essi, il che però non dispero di fare sopra due almeno, avendone potuto raccogliere in proporzione un po' discreta.

Riponendo nuovi albumi ed in copia maggiore a decomporsi in recipienti chiusi ed altri in recipienti aperti, nutro speranza che giovandomi di tutte le cognizioni pratiche acquistate in queste prime ricerche, di riuscire alla statica approssimativa degli sdoppiamenti a cui soggiace l'albumina.

È mia intenzione di operare nelle seguenti maniere:

A) Di ripetere la prova in recipienti sempre chiusi ed anche in apparecchi in cui l'aria possa introdursi a stento.

[1] Avendo riconosciuto che l'albumina nel decomporsi in fuori del vero processo putrefattivo dà origine a prodotti venefici come apparisce dalle esperienze citate in questa Nota si può spiegare come fosse verificato dal Lautenbach, che legando la vena posta immediatamente prima della sua entrata nel fegato, si abbiano contrassegni di avvelenamento, quasi fosse stato amministrato un narcotico, e come ragionevolmente egli abbia supposto che il tossico pigli nascimento negli animali e venga poi distrutto, nelle condizioni normali, nell'atto del passaggio del sangue nel fegato. Lautenbach avverte che invano si tentò di ottenerlo isolato; ciò non ostante non gli rimase dubbio del sussistere di esso, dacchè le rane, in cui s'iniettò del sangue estratto da cani in dette condizioni sperimentali, morirono dopo tre ore.

B) Di tentare pure altre prove nelle mentovate condizioni, tranne quella della temperatura cioè operando al grado di calore del corpo umano.

C) Di mettere in esperienza l'albumina con principii infettivi, come sarebbero sangue putrefatto, sangue carbonchioso e simili, investigando quali i prodotti che hanno origine in tali casi, di che natura e di che indole siano e come agiscano fisiologicamente. Da ciò potrebbesi forse conoscere se i principii infettivi operino eccitando gli albuminoidi degli umori ad un' alterazione più o meno rapida e profonda, con formazione di prodotti d'indole tossica, ed atti perciò a provocare il veneficio interno; da ciò, forse, qualche induzione pel metodo di cura più efficace.

Il campo è vasto; ma fruttuoso, promettente di spargere qualche luce sulla genesi e l'influenza malefica di certe malattie, che si dicono septicemiche o di avvelenamento interno.

Nel chiudere questa Nota rendo grazie al mio assistente sig. Cesare Stroppa, che mi aiutò di continuo nelle lunghe e penose ricerche.

Documento I.

Alcaloide purificato estratto dall'albume di uovo putrefatto.

Esperienza fatta in una rana il 7 di dicembre 1878 con 18 milligrammi del cloridrato dell'alcaloide purificato, estratto dall'albume di uovo putrefatto.

La rana era di mezzana grandezza, e bastevolmente vivace. Ed era, prima che in essa si sperimentasse l'alcaloide, stata poco più di mezz'ora in una stufa riscaldata a 18 C°. La temperatura della stanza era 12 C°.

Si ferma la rana su di una assicella, e si contano i movimenti di respirazione ch'ella fa, che sono 49 per minuto. Poi le si scuopre il cuore, e similmente si contano quanti battiti ei dà al minuto, e trovasi che sono 39. Si nota, che i movimenti respiratorî sono estesi e regolari, e il cuore ampio e di colore pendente al vermiglio. Alle 2, 5 pom. s'injetta con lo schizzetto del Pravaz tutta la soluzione dell'alcaloide sotto la pelle di ambe le cosce.

Dopo 10 *minuti*: — Movimenti respiratorî 0
Battiti cardiaci 24

Il cuore si contrae lentamente, ma con forza. La regione milojoidea è gonfia, immobile, e solo di quando in quando avvengono in alcuni de'muscoli di questa regione piccole contrazioni subitanee, che durano pochissimo. La rana fa fatica ad allontanare la mascella inferiore dalla superiore. La sensibilità della pelle e della cornea sembra diminuita: La pupilla è larga. Pizzicate con le mollette le estremità delle membra sì di dietro, come d'avanti, succedono de'movimenti riflessi in molte parti del corpo, ma non forti.

Dopo 28 *minuti:* — Movimenti respiratorî 0
Battiti cardiaci 18

Le membra della rana sono tutte rilasciate, ed altresì la mascella inferiore. La regione miloioidea continua ad esser gonfia, e senza moto; e cotesta gonfiezza pare che provenga dall'aria che si raccoglie nella cavità della bocca e della laringe, non potendo essere mandata giù ne'polmoni, perchè i muscoli deputati alla deglutizione

sono paralizzati. A volte succedono de'leggieri movimenti convulsivi alle dita de'piedi e delle mani. La cornea è appena sensibile, e la pupilla larghissima.

Dopo 45 *minuti:* — Movimenti respiratorî 11
Battiti cardiaci 11

La sistole e la diastole sono compiute, ma lentissime. Pizzicate le dita delle membra posteriori fortemente con le pinzette, ovvero tocca la membrana interdigitale con acido acetico, si veggono muovere leggiermente alcune delle dita della membra suddette.

Dopo 1 *ora:* — Movimenti respiratorî. 0
Battiti cardiaci 10

Si scuopre lo sciatico, ma esso non reagisce nè agli stimoli meccanici, nè a'chimici. La faccia interna della pelle e i muscoli di ambedue le cosce, dove fu fatta l'iniezione dell'alcaloide, sono oltremodo arrossati; ed oltracciò tutti i muscoli delle membra sono flosci.

Da questa esperienza si scorge manifestamente, che questo alcaloide ha una virtù 'enefica grandissima, e che l'operare suo è simile a quello del curaro.

Prof. Ciaccio

Documento II.

Esperienza fatta in una rana il 20 maggio 1870 con 3 millig. e $\frac{1}{2}$ di solfato puro di un alcaloide estratto dall'albume d'ovo putrefatto in apparecchio chiuso.

Per tale esperimento si adopera una rana piuttosto piccola, ma assai vivace. Fissatala con 4 spilli sopra un'assicella di legno, le si scopre il cuore che è d'un bel colore vermiglio e batte 46 volte per minuto — le respirazioni sono 92.

Mediante uno specillo a spatola si pone sotto la cute dell' addome la sostanza, che si mostra di natura assai irritante avendo determinato una fortissima scossa dell'animale che emise anche buona copia di urina.

Dopo 15 *minuti:* — Movimenti respiratorî 70
Battiti cardiaci 36

Il cuore è diventato più piccolo, e i suoi movimenti sono imperfetti, tanto che il ventricolo nella diastole nè si empie, nè nella sistola si vuota completamente. La sensibilità della pelle non è diminuita. Nessuna alterazione nel diametro pupillare.

30 *min. dopo:* — Battiti cardiaci 22 appena percettibili; diastole più lunga della sistole.

Alla regione miloioidea non si avverte più nessun movimento di deglutizione (Mot. respirat.). La rana si mantiene sensibile, ma avverte meno le impressioni portate sulla pelle che sulla cornea. Qualche scossa convulsiva spontanea; leggieri movimenti. Succedono pure alle estremità pizzicando fortemente le dita con una pinzetta. La pupilla si offre sempre del diametro naturale.

Dopo un'ora la rana muore presentando tutti i muscoli delle membra flosci.

Scoperti prontamente i flessi lombali e tentandone la eccitabilità mediante la *corrente elettrica*, si trova squisitissima. Essi però non rispondono agli eccitamenti meccanici. Applicati i reofori di una pila direttamente sui muscoli, questi si contraggono, meno però di quando i reofori stessi sono portati sui loro nervi.

2 *ore dopo:* — Persiste l'eccitabilità nervosa colla corrente elettrica sui nervi recentemente isolati dalle masse muscolari che li circondano.

3 *ore dopo*: — Ogni traccia di eccitabilità nervosa e muscolare è spenta. Il cuore stesso tocco dai reofori della pila non risponde con alcun movimento.

Da questa e da altra simile esperienza fatta con altri 3 milligr. e ½ dell'alcaloide stesso parmi chiaro emerga, che esso abbia un'azione *cardioplegica* (come l'aconitina ad esempio) e non analoga a quella del *curaro*, il quale, mentre lascia intatto la irritazione muscolare, e il cuore anche dopo la sospensione dei moti respiratorî continua a battere ritmicamente, estingue prontamente l'eccitabilità motoria dei nervi, di guisa che applicata la corrente elettrica direttamente sui nervi, non si ottiene reazione di movimenti sui muscoli, i quali per contro reagiscono benissimo, se eccitati dalla corrente. Prof. VELLA

DOCUMENTO III.

Esperienza fatta in una rana il 28 maggio 1879 con 7 mill. del solfato del 2° alcaloido, ricavato dall'albumina.

Ore 2 30 *pom.* — Messo a nudo il cuore si notano pulsazioni 36
Movimenti respiratorî 120

Rana assai piccola. Appena portatata la sostanza a contatto del tessuto sottocutaneo la rana si è scossa vivamente, come se la medesima sostanza fosse di natura assai irritante.

Dopo 10 *minuti*: — Battiti cardiaci 42
Moti respiratorî 86

Il cuore è un poco meno vermiglio di quando fu scoperto; qualche scossa convulsiva non tetanica; sensibilità perfetta tanto sulla pelle che sulla cornea: nessuna alterazione nel diametro pupillare.

Dopo 20 *minuti*: — Respiri regolari 76
Battiti cardiaci 22

Il cuore si è fatto più piccolo e più scuro. La diastole più lunga della sistole e si compie come in due tempi. La sensibilità è molto viva, anzi la rana si direbbe iperstepia. La pupilla è un poco più ampia di prima ma mantiene pur sempre la sua forma triangolare.

Dopo 1 *ora*: — Battiti cardiaci 20
Moti respiratorî 0

La regione milojoidea è un poco più depressa del normale, e in essa non si verificano più se non leggerissimi movimenti determinati da parziali contrazioni dei muscoli della medesima.

La eccitabilità è alquanto scemata, il pizzico della pinzetta alla estremità non determina movimenti riflessi in tutte le parti del corpo come prima, ma solo alla estremità toccata.

Dopo 1 *ora e* ¹/₄: — La rana muore. Scoperti i nervi lombali non reagiscono nè agli stimoli meccanici, nè chimici; però con una forte corrente elettrica d'induzione si determinano movimenti nei muscoli a cui detti nervi si distribuiscono; ma in minor grado di quando i reofori si applicano direttamente ai muscoli. Prof. VELLA

Nuovi processi d'imbiancamento delle fibre tessili vegetali e animali e in special modo delle Lane meccaniche.

Memoria del dott. P. E. ALESSANDRI

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia
nella seduta del 4 maggio 1879.

Esperïenza . . . .
Ch'esser suol fonte a' rivi di vostre arti.
(DANTE)

L' industria delle *Lane meccaniche* si può annoverare tra quelle poche che maggiormente han progredito tra noi e lo sviluppo dato a quest'arte, viene giustificato dalla facilità di subiti guadagni che seppe offrire ed offre tutt'ora, relativamente alla crisi commerciale che traversiamo.

Tra le poche città d'Italia, per industria siffatta fiorenti, va precisamente annoverata Prato in Toscana, piccola ma operosissima e che conta nel suo circondario ben 40 opifici Lanieri, che quasi tutti possono disporre della forza idraulica loro somministrata dalle copiose e perenni acque del *Bisenzio* opportunamente e saviamente deviate [1].

Molto sviluppata appo noi questa industria, è per converso poco conosciuta e saria prezzo dell'opera, parmi, lo spendervi alcune parole, intente a descrivere, almeno le operazioni e i principali apparecchi che sono in uso nei grandi stabilimenti, ma il limite ch'io mi sono imposto, male comporterebbe quest'ampia digressione.

È perciò ch'io mi limito ad accennare brevemente le principali azioni chimiche a cui si sottopongono *gli stracci* e quindi i fili e i tessuti che ne derivano e che debbono essere imbiancati. Altre descrizioni io dovrei fare, di apparati puramente meccanici, come *telai, fole, garzatoi* ecc. ma invaderei un campo che non mi è riserbato.

Se io studiai precipuamente lo imbiancamento delle *Lane meccaniche,* varie ne furono le ragioni in tra le quali noto:

1° La estensione data tra noi a tale industria.

2° La necessità e la difficoltà di ottenere un imbiancamento perfetto.

3° La impossibilità di avere un prodotto buonissimo con i metodi odiernamente conosciuti.

[1] Vedasi il mio lavoro: *Idrologia Chimica della Valle di Bisenzio.*

Dimorante in Prato da oltre due anni, io potei visitare i principali stabilimenti stanziati nella fertile e ridente vallata e mi dovetti convincere che dovunque pochissimo lo imbianchimento si cura, con la certezza che nulla di meglio si possa ottenere con i metodi attualmente conosciuti. E fu perchè convinto io pure, dopo molteplici prove, di questa verità, che mi detti a studiare indefessamente, con la fiducia di riescire nell'intento. Le mie speranze non andarono fallite e i risultati dei miei studî feci conoscere a vari industriali, i quali ebbero per me lusinghiere parole di incoraggiamento e di encomio, che per essere spassionate e sincere e rivestendo il carattere di certa autorità, vivamente apprezzai.

Sicuro dunque che i miei poveri studî possano recare grandi e reali vantaggi ad una delle migliori industrie fiorenti nel nostro paese, espongo i miei nuovi procedimenti procurando, per quanto mi sarà possibile, di riuscir chiaro e conciso.

Gli *stracci* quali sono ricevuti in commercio, si dividono a seconda della loro provenienza e qualità. Essi sono *bianchi* e *coloriti* e non occupandomi di questi ultimi, dirò dei primi e mi servirò per la loro classificazione dei nomi stessi commerciali coi quali vengono indicati

Stracci a maglia o tessuti	1ª Qualità	bianco
	2ª »	mezzo bianco
	3ª »	mezzo giallo
	4ª »	giallo

Un'altra distinzione si fonda sopra il pelame, il quale viene classificato perciò in

Stracci a maglia o tessuti	Pelame	sopraffino
	»	fino
	»	mezzano
	»	ordinario (*bozzone*)

Per questa divisione che costituisce la *Cernita* degli stracci, sono occupati quotidianamente centinaia di donne e di uomini; le prime sopraintendono più specialmente alla separazione di quelli bianchi, in genere, dai coloriti e al così detto *Spuntimento,* operazione la quale consiste nel togliere alla lana quei vari pezzi di cotone che qua e là vi sono frammisti e le cuciture stesse. Gli uomini invece, come che più pratici, si destinano alla *vera scelta,* sia del grado di bianchezza che dei pelami e alla separazione dei tessuti (flanelle) dalle maglie.

Eseguite queste operazioni, tutt'affatto manuali, gli *stracci* a qualunque categoria appartengano debbono essere sottoposti al *lavaggio* ed allo *stracciamento,* lo che si compie per mezzo di un cilindro dentato, messo in moto per forza idraulica e per ore continue, il quale riduce le lane in un fiocco il più possibilmente leggiero. Ma la forza del cilindro non è del tutto sufficiente alla buona riescita del lavoro e il fiocco conserva tutt'ora delle parti grossolane che debbono essere tolte, affinchè non abbiano a recare nocumento alle operazioni ulteriori.

A ciò soccorre benissimo un'altra macchina denominata la *spelazzina* e il fiocco che questa fornisce è omogeneo in tutte le sue parti.

Per alcune confezioni, segnatamente per le *flanelle,* occorre adoperare anco una certa quantità di lana nuova, questa allora, viene prima ridotta per mezzo di un altro

apparato meccanico denominato la *lupa* e la lana così preparata, mista alla vecchia, in gran maggioranza sempre, viene passata alla *spelazzina.*

Lo straccio che si passa al cilindro subisce inoltre un completo lavaggio, trovandosi esso immerso per varie ore nell'acqua corrente, in sulle prime addizionata di sale di soda e sapone ed è perciò che il cilindro chiamasi con linguaggio comune, *cilindro a guazzo.*

Altre volte usasi di unire una certa quantita di olio, negli ultimi momenti della operazione e ciò per rendere le lane più dolci al tatto.

Il fiocco che si produce è destinato alla filatura e operazioni preliminari a questa sono le *cardature* eseguite in due serie di apparecchi, l'uno detto *cardo grosso,* l'altro *cardo fino* e che hanno per scopo la formazione delle ovatte.

Ho detto che per certi lavori è necessario fare una mistione di Lana vecchia con la nuova; posso assicurare che ciò non si effettua che in casi di strettissima necessità e in generale la miscela, mai supera le quantità qui appresso:

Lana vecchia . . . . P. 80
» nuova . . . . » 20

Quantità non bastevole ad ottenere un filo resistente, capaee di reggere alla filatura. A questo inconveniente si rimedia con lo *inoliare* le ovatte che sono così rese più molli, vischiose ed elastiche.

Ritornando alle prime lavature che si fan subire alle lane vecchie, mediante sale di soda, io ho fatto le seguenti osservazioni.

Ho preso alquanti fili di lana bianchissima, nuova e li ho posti in tre diversi tubi d'assaggio respettivamente contenenti soluzioni deboli di potassa, di soda e di ammoniaca. Scaldati partitamente, ho portato i primi due all'ebullizione, dopo di che ho osservato che la lana posta nella soluzione sodica si era colorita in giallo. Tolti i fili dal loro bagno, ben lavati e sottomessi a fumigazioni solforose, mi accorsi facilmente che quelli trattati con cristalli di soda, e come dissi ingialliti, non riacquistavano la primiera bianchezza.

Da questo fatto semplicissimo ne deduco: che il trattamento che si fa subire alle lane con il sal di soda ordinario è grandemente dannoso alla fibra, colorandola in modo, che le solfature non valgono dipoi a procurare un perfetto bianchimento, oltre a ciò ne diminuisce la elasticità, quindi la resistenza alla trazione, in una parola la solidità.

È vero che per le operazioni di digrassamento, viene anco per la lana nuova consigliata la soda, ma ciò non vuol dire che la pratica è buona, e poi in tal caso, quando lo elemento alcalino non sia prevalente, l'azione caustica è in qualche modo attenuata dalle materie emulsionanti.

Trattandosi di lane vecchie, è necessario adoprare quantità assai rilevanti di soda, relativamente alle poche materie untuose, quindi si rende indispensabile l'uso della potassa, anco sotto forma di lissivia di ceneri, come che di poca azione (a quantità uguali) violentemente caustica sopra i tubi lanosi.

La lana in fiocco non s'imbianca quasi mai e la ragione ne è chiara, pensando a quanto testè ho riferito riguardo alla filatura, cioè che per necessità le ovatte debbono andare miste ad una certa quantità di *olio,* in media il 10 per cento della

lana impiegata. Ciò che di preferenza dunque si sottopone all'imbianchimento è il filato e in certi casi il tessuto e la maglia confezionata; tuttavia io posso assicurare, dietro esperienze fatte, che il massimo effetto si otterrebbe sottoponendo il fiocco stesso allo imbianchimento e immergendo poi il tessuto che ne deriva, nuovamente nei bagni da me proposti.

Non insistendo ulteriormente su questo soggetto che credo di avere in seguito convenientemente sviluppato, mi fermerò sopra una parte importantissima, e dirò ancora assai trascurata, della fabbricazione delle *Lane meccaniche*, voglio dire la *disoliatura* sia dei fili che dei tessuti, operazione importantissima, ripeto, perchè a senso mio dal modo con cui si compie, dipende il buon esito dello imbianchimento successivo, cosa a cui sino ad ora non si avea pensato e ch' io dimostro con sufficiente corredo di esperienze e di fatti.

Nello stato attuale della industria laniera, la *disoliatura* si effettua nel seguente modo, cioè immergendo le matasse o i tessuti entro un bagno bollente alcalino preparato con cristalli di soda e lasciandoveli soggiornare per qualche tempo, dopo di che si estrae il tutto, si lava in acqua corrente e si fa asciugare al sole.

L'azione della soda in questo caso, si fa sentire violentemente sul tessuto e impedisce perciò di ottenere un buon prodotto.

Sotto l'influenza di quell'alcali i fili ingialliscono e a questo fatto contribuisce maggiormente la temperatura a cui la operazione del disoliamento si compie, temperatura d'altronde necessaria perchè tutta la quantità dell'olio possa in modo completo saponificarsi. Nè si creda che la saponificazione osteggi l'azione caustica del bagno, poichè la soda deve per ragioni che facilmente si comprendono essere in quantità assai rilevanti.

L'olio che viene adoperato in questa industria non è come può credersi di qualità commestibile, in certi casi usasi dell'olio ordinario e in generale si trae profitto di quello di sansa estratto al solfuro di carbonio e che si dà alle lane commisto ad acqua od anco a debole soluzione alcalina. Il sapone sodico che si forma viene gettato insiememente alle acque e a tutti i detriti di sostanze organiche; questo fatto che potrebbe risultare a prima vista di poca entità, acquista invece un immenso valore quando si pensi che soltanto negli opifici della *Valle di Bisenzio* consumansi annualmente circa 500 mila kilogrammi di olio, del valore di altrettante migliaia di lire, il consumo poi del combustibile e dei cristalli di soda è adeguato, nè io qui posso fare delle esatte statistiche.

E se ho citato queste cifre ufficiali ch'io debbo alla gentilezza di un autorevole componente l'Associazione laniera pratese, fu per fare risaltare l'importanza della operazione e i vantaggi grandissimi che si otterrebbero col porre in opera i miei procedimenti i quali permettono:

1° Di economizzare quantità grandissime di combustibile.

2° Di recuperare la maggior parte dei prodotti secondari con una spesa insignificante.

3° Di ottenere il tessuto molto meno colorito, in guisa che si può dire meglio preparato all'imbianchimento.

Della verità di quanto espongo, più che delle mie povere parole parleranno i

fatti e la ispezione dei campioni che fan corredo a questo lavoro, spero che varrà a cerziorare come il terzo solo dei citati vantaggi basterebbe a persuadere i nostri industriali sulla necessità di sostituire al processo alla soda, il metodo ch'io vado ad esporre.

I miei processi sono fondati sopra quel piccolo esperimento già riferito, riguardante l'azione comparativa degli alcali sopra i fili di lana, ed è per quello che fui condotto a concludere come l'ammoniaca, perchè non avente sulla lana alcuna influenza dannosa, poteva e doveva esercitare una gran parte nel disoliamento.

Preparisi dunque una soluzione molto diluita di ammoniaca liquida del commercio ed in essa si immergano i tessuti od i fili inoliati. Si lasci il tutto a sè per varie ore in recipiente ben chiuso, operando sempre senza l'intervento del calore.

La materia oleosa si esaurisce così in massima parte; si ritirano quindi le stoffe, si spremono fortemente e si immergono di nuovo in un bagno caldo composto di carbonato di potassa e sapone bianco o meglio ancora sapone molle potassico. Non presento una vera e propria formula perchè le proporzioni dell'uno e dell'altro materiale variano col variare: 1° *della qualità del tessuto;* 2° *della qualità e quantità di olio adoperato.*

Tali operazioni, potrebbero a prima vista sembrare piu dispendiose di quelle oramai in uso, lo che *assolutamente* non è per due validissime ragioni. Primieramente *perchè la soluzione saponosa e potassica, non avendo per effetto che di terminare completamente la disoliatura e trovando i tessuti già spogliati di olio mercè l'ammoniaca, è rispetto alla soda in quantità piccolissima, ragione per cui il consumo del combustibile viene diminuito, a calcoli fatti, del* 75 *per cento.* Secondariamente poi, *perchè tutti i materiali, a cominciare dalla ammoniaca, vengono ripristinati e recuperati ed ecco in qual modo.*

La disoliatura si compie in ampie tinozze ove si passano le stoffe una dopo l'altra, trattenendole varie ore nel bagno, turando il meglio possibile, come dissi, il recipiente. Tolte dalla soluzione ammoniacale e bene spremute, si immergono per poco tempo nel bagno potassico, riscaldato per mezzo del vapore.

I saponi ammoniacale e potassico che separatamente formaronsi, io li decompongo trattandoli con latte di calce. Aggiunto di questo una certa quantità, a freddo, alla prima soluzione agito vivamente; la calce si unisce così agli acidi margarico, stearico ecc. formando un sapone calcare il quale perchè insolubile e assai pesante, si precipita e l'ammoniaca ripristinata resta disciolta in condizione di purezza tale, che può servire per le successive operazioni. Il sapone calcare si separa con cura, anco mercè di un sifone e si fa passare la soluzione ammoniacale, che è limpidissima, in un'altra tinozza nella quale nuovi fili e nuovi tessuti si immergono.

Il liquido contenente il sapone potassico, lo sottopongo al medesimo trattamento, però a caldo; nè si creda che ciò implichi nuovo dispendio di combustibile, avvegnachè il latte di calce io lo infondo nel bagno potassico subito dopo estratte le stoffe e cessato il getto del vapore. Anco in questo caso abbiamo precipitato il sapone calcare e ripristinato dello idrato potassico che resta in soluzione segnante pochi gradi all'areometro Baumé. Separato con cura il sedimento, il liquido alcalino viene utilizzato per ripetere la disoliatura sopra nuovi fili e nuovi tessuti.

Ben utilmente applicabile sempre, io ho esperimentato questo processo anco su vasta scala e debbo anzi aggiungere, per ulteriori esperienze, che il trattamento che si fa subire ai *filati* può essere diverso da quello seguito per i tessuti o le maglie.

Le matasse impregnate di materie oleose, cedono queste più facilmente di quello che facciano le strette maglie di un tessuto; i fili sono più facilmente penetrabili ed è perciò che bastano poche ore di immersione in acqua ammoniacale, perchè l'olio si saponifichi completamente. Ciò avvenuto, si estraggono i filati, si spremono fortemente mediante torsione e si immergono di nuovo in un' altra acqua ammoniacale più debole, che io chiamo *Bagno di riserbo*, e ciò allo scopo di verificare se il disoliamento avvenne completo. Ciò eseguito, non resta che a lavare le matasse in acqua corrente e farle asciugare.

Ai vantaggi incontestabili che questo modo di operare ha sopra quello ora in uso, potrebbe opporsi un aumento di mano d'opera, e se vi fosse, d'altronde verrebbe ampiamente compensato. Ma aumento non havvi, purchè gli apparecchi sieno ragionevolmente disposti e le operazioni si seguano in modo regolare e continuo, tutto allora riducendosi alle precipitazioni del sapone calcare e alla separazione del liquido che si ottiene ugualmente con poco dispendio di lavoro. Basta a tal uopo munire le tinozze di uno o più robinetti, situati nella loro parte laterale inferiore e che servono a dividere il sapone dalla massa liquida [1].

Mi sembra di essermi esteso sufficientemente sopra questo soggetto perchè con chiarezza se ne intendano le manualità relative, senza ch'io abbia a spendervi altre parole.

Come aggiunta però e per provare quali e quante sieno le materie che annualmente si gettano nelle cloache, riporto un'analisi chimica da me eseguita l'anno decorso, sopra il deposito dei bagni disoliatori e sul liquido stesso.

Sopra 100 parti di deposito ottenuto per filtrazione semplice su tela.

Acqua	P[i]	40	a	50
Carbonato di soda	»	5	»	8
Margarati, stearati sodo-potassici	»	16	»	22
Sostanze organiche animali	»	15	»	20

Sopra 100 parti del liquido.

Acqua	P[i]	85
Carbonato di soda	»	4
Sapone sodico	»	7
Sostanze organiche animali	»	3
Glicerina ecc.	»	1
Totale	P[i]	100

Le sostanze organiche sono rappresentate da cascami lanosi che nel processo di disoliatura alla soda, vengono a costituire una perdita inevitabile e non indifferente.

[1] Il sapone calcare può essere come tale venduto ai fabbricanti di stearina oleina ecc. o decomposto con acido solforico anco nella fabbrica stessa.

In altro mio lavoro, proponeva che tali avanzi venissero opportunamente raccolti, sembrandomi che potessero essere capaci di compiere un ufficio importante nella economia della natura. Consigliava poi di decomporli per mezzo dell'acido nitrico allungato il quale avrebbe formato del nitrato di soda, l'azoto del quale unito a quello della sostanza organica, ascenderebbe, secondo le mie ricerche e le analisi ch'io ne feci, a circa P[i] 9.750 sopra 100 parti di residuo. Si comprende che questa quantità assai significante di azoto verrebbe a costare pochissimo e potrebbe quindi servire alla agricoltura sotto forma di ingrasso unendo le suddette materie ai residui lanosi che si hanno nella operazione della *garzatura* dei panni e ad altri eccipienti organici. Non essendo consentaneo all'argomento del presente lavoro il diffondersi sopra questo proposito, volli semplicemente accennare il fatto per illustrazione maggiore del soggetto.

Dopo la disoliatura, la lana si sottopone all'imbianchimento propriamente detto, che si opera, a seconda delle circostanze, o sopra il filo o sopra il tessuto. I fili o passano alla tessitura inoliati, o no; nel primo caso e la disoliatura e l'imbianchimento si operano posteriormente, così come succede per le maglie con cui si confezionano i così detti *farsetti* o *camiciuole*, nel secondo caso si può imbiancare il filo direttamente.

Tutto il sistema attuale si riduce alla semplice solforazione, metodo antichissimo di cui ci parla anco Plinio (libro 25. §§ 50 e 57) e che consiste nello esporre le lane entro una camera isolata, senza cammino, avente in alto un'apertura che si può aprire e chiudere a volontà, e in basso una porta ad altezza d'uomo con due piccole aperture negli angoli, destinate a ricevere i recipienti che contengono lo solfo. Delle pertiche sono stabilite nello interno a circa tre metri di altezza e poste trasversalmente ed è sopra di esse che si dispongono le stoffe inumidite. Dopo aver così riempito l'interno della camera, si chiude la porta e si lutano le commessure, quindi si introduce lo solfo infiammato per le due aperture, chiudendo poi ancor queste ermeticamente.

In generale per 100 kil. di lana, si adoprano da 6 a 10 kil. di solfo e in alcuni casi anco una quantità doppia. Dopo circa 24 ore, si aprono le fessure, si lascia entrare l'aria e quando ogni traccia di gas acido solforoso è scomparsa, si permette agli uomini di entrare nella camera ad estrarre le stoffe. Si lavano queste con acqua fredda o calda ed in alcuni casi si immergono in un leggero bagno di sapone, mal permettendo la qualità e il colore sempre brunastro della lana meccanica, di adoperare il carminio d'indaco com'è prescritto, per darle un tuono bleuastro o meglio per mascherare la tinta oscura che conservano in modo abituale.

In nessun opificio pratese adoprasi l'acido solforoso liquido, quindi come ben può supporsi, non è nemmeno conosciuto il metodo di Persoz con l'apparato di Kopp. Si tentò da alcuni il processo di M. Pion, vale a dire l'immersione delle stoffe nel solfito di soda addizionato con acido cloroidrico, ma senza successo alcuno; non perchè l'acido solforoso in tal modo prodottosi non agisca sulla lana, ma per altre ragioni di economia e per l'azione troppo violenta dell'acido cloroidrico (e talvolta anco duratura) sopra la fibra. Io ho instituito vari saggi di imbiancamento con questo metodo ma ai danni che ho lamentati, aggiungo la perdita grande che si fa del

gas sviluppatosi e il miglior resultato lo ottenni agendo nel modo opposto; tuffando cioè prima le stoffe in un bagno di *solfito sodico-acido* e immergendole poi così imbevute, in una soluzione di *acido idroclorico* allungatissima.

In questa maniera l'acido cloroidrico non ha il tempo di reagire violentemente sopra la lana essendo la sua azione attenuata dal solfito di soda su cui precipuamente si porta. Essendo poi la stoffa bene imbevuta di solfito, la decomposizione avviene lenta sopra un'estesa superficie e in ogni punto ugualmente, per cui regolarissima è la produzione e l'azione dell'acido solforoso che reca così il massimo effetto. Invece, ponendo, secondo il metodo di Pion, le stoffe nella miscela dei due corpi, la violenza con cui la reazione si compie e il gas solforoso si svolge, non dà il tempo necessario perchè questo agisca in modo uniforme, senza contare che parte dell'acido cloroidrico reagisce anco sulla lana e una quantità di gas inutilmente si versa nell'aria.

Uno dei principali difetti della comune solfatura delle lane meccaniche, è la poca uniformità di bianchezza; questo fatto difficilmente si può evitare con questo processo, a causa delle diverse qualità del pelame e per altre cause.

Intento a risolvere codesto problema dovetti più volte e con dispiacere tralasciarne lo studio, fino a che la ispezione di un fatto, rimasto sinora inosservato, mi die' lume non solo per esplicare il fenomeno, che talvolta è causa di forti perdite per lo industriale, ma fu la base fondamentale delle mie ricerche e dei miei studî.

Nella confezione delle lane vecchie, hanno, come esposi, gran parte gli apparati meccanici; ora quasi sempre accade di ritrovare nascoste infra le strette maglie di un tessuto delle esiguissime punte di ferro o di acciaro qualche volta visibili solo con lente di ingrandimento. Or bene; dagli studî intrapresi debbo osservare che *questi detriti metallici esercitano una parte importantissima nel bianchimento e sono la cagione precipua della non uniformità del colore.*

Suppongasi di avere una maglia p. e. di un metro quadrato di superficie e sopra essa in date posizioni, sieno rimaste aderenti alcune di quelle punte di acciaro. Dopo la solforazione si vede lungh' esse una larga striscia, ben pronunciata, di un bianco molto superiore a tutto il resto della maglia.

Esaminando allora attentamente le punte, si ritrovano tutte ossidate ed è facile rendersi ragione che lo imbiancamento migliore deve ad esse la causa e per la loro disposizione e per la relazione con le parti imbiancate.

Questo fatto mi sorprese e inteso a dargli una plausibile spiegazione, volli prima ripeterlo disponendo degli esperimenti distinti.

Presi un largo pezzo di maglia che solforai, quindi la divisi in quattro parti che tutt' ora umide le posi, una sotto una campana di cristallo a fianco di un piccolo recipiente contenente della limatura di ferro passata alla calamita, la seconda in uguali condizioni di ambiente, escludendo il ferro metallico, la terza disposi sopra un piano, accomodandovi ad un centimetro di distanza una piastra sottile di ferro ben forbita, la quarta infine, la feci asciugare all'aria libera.

Dopo ventiquattr' ore ebbi a notare una molto sensibile differenza nei quattro campioni e i due che erano stati posti in contatto col ferro, erano decisamente più bianchi e più belli.

Niun dubbio allora circa l'azione che il ferro esercita sopra lo imbianchimento e da un fatto particolare che poteva benissimo essere anco un'eccezione, ne ritrassi, dopo le prove fatte, una conclusione generale. Ripresi allora a studiare il fenomeno sotto altro punto di vista, per vedere se potevasi trarne partito industrialmente, creando un processo economico, facile e applicabile su vasta scala.

Per verità, dopo un tale esperimento, la prima idea che mi si affacciò alla mente fu che l'ossidazione del ferro fosse prodotta dall'ossigeno dell'acido solforoso, almeno era logico il pensare così, e che quest'ossigeno tolto così bruscamente dalla combinazione, si ozonizasse e reagisse in parte sulla lana, viemaggiormente imbiancandola. A questa ipotesi davami un valido appoggio la sollecita ossidazione del ferro e la deposizione di una certa quantità di solfo che andava ad imbrattare gli orli del campione sottoposto allo esperimento. D'altra parte le cartoline ozonoscopiche poste vicinissime alla lana, anco sotto la campana, non mi offrirono dati sufficienti per potere ammettere la produzione dell'ozono.

Disposi allora tre apparecchi nel modo seguente, per studiare l'azione dell'anidride solforosa sopra il ferro metallico.

Ad un palloncino in cui poneva a reagire mercurio ed acido solforico, faceva seguito un tubo adduttore del gas che si innestava in una specie di allunga che presentava nella parte media un rigonfiamento ove aveva situato della limatura di ferro inumidita. Faceva seguito un altro tubo slargato in prima, che poi terminava con foro sottile e andava a pescare nell'acqua di un cilindro.

L'altro apparecchio era simile a questo, se non che l'allunga un poco più grande, non rigonfiata e conteneva dei pezzi di ferro anzichè limatura, asciutti e non inumiditi come nel primo esperimento.

Il terzo era ancora più semplice, non consistendo che nel solo palloncino da cui svolgevasi acido solforoso che andava a gorgogliare nell'acqua.

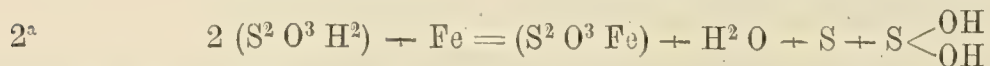
Questi apparecchi funzionavano contemporaneamente e nei cilindri aveva posto un campione di *Lana meccanica*. È da notarsi che i tre palloncini erano uguali, e così pure le quantità di mercurio e di acido solforico in essi contenute, uguali i cilindri e l'acqua che contenevano, come pure uguali le sorgenti di calore, la durata dello svolgimento ecc. Nei primi due apparati l'anidride solforosa era costretta a subire l'influenza del ferro metallico; dopo un quarto d'ora circa, cessato il calore feci rientrare l'aria nei tubi, ed esaminai il ferro la soluzione e la lana in essa contenuta.

Il ferro lo trovai, com'è naturale, cangiato, rinvenni la formazione di ossido, di iposolfito e solfuro e molto solfo depostosi allo stato semplice e brunastro nel primo apparecchio. Nel secondo, diminuiva considerevolmente la quantità di questi composti e segnatamente del solfito, iposolfito e solfuro e il ferro trovavasi maggiormente ossidato.

I cilindri ove erano le soluzioni acquose del gas prodottosi, li turai ermeticamente e li lasciai a sè per 24 ore, dopo di che estrassi la lana contenutavi, la lavai e la feci asciugare. La soluzione dei primi due cilindri era divenuta torbida e lasciò depositare dello solfo; la lana esaminata dopo che fu bene asciutta, presentava nel grado di bianchezza delle differenze oltremodo apprezzabili; il campione più bello era quello estratto dal cilindro del secondo apparecchio, il più scadente quello del terzo.

Dopo gli esami instituiti sopra i liquidi, mi convinsi che i fatti osservati debbono dipendere dalla formazione degli acidi *idrosolforoso* $\left(S<^{OH}_{OH}\right)$ e *iposolforoso* $\left(S<^{S-OH}_{O-OH}\right)$ i quali avrebbero un maggior potere decolorante. E la loro formazione è possibile ricavarla dall'azione dell'anidride solforosa sopra il ferro metallico producendosi prima dell'acido iposolforoso e reagendo questo a sua volta con nuovo ferro, acido idrosolforoso.

1ª $$7\,(SO^2) + \left.\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\right\}O + 4\,Fe = 2\,(O^3\,Fe^2) + 3\left(S<^{S-OH}_{O\;\;OH}\right) + S$$

2ª $$2\,(S^2\,O^3\,H^2) + Fe = (S^2\,O^3\,Fe) + H^2\,O + S + S<^{OH}_{OH}$$

o in altro modo ancora se vuolsi, che non è utile qua dimostrare. Ma per l'azione prolungata sul ferrŏ di nuova anidride solforosa, avveransi reazioni più complesse per cui si producono dell' idrogeno solforato e dell' acido tritionico in gran parte uniti al ferro, composti tutti che con l'analisi ho ritrovato.

Queste reazioni, verificansi ancora trattando col ferro una soluzione di anidride solforosa, satura o no ed in questo caso si forma da prima dell' acido iposolforoso che ben tosto decomponendosi, dà luogo alla formazione di iposolfito ed acido idrosolforoso, con deposizione di solfo libero. Quando però il ferro è in prevalenza, allora si può formare acido idrosolforoso che si scinde ben tosto e si unisce a sesquiossido di ferro.

La delimitazione tra acido solforoso idrato e iposolforoso, potrà in questo caso farsi assai nettamente, ma al contrario così non succede quando grandi quantità di anidride solforosa trovansi in contatto o combinata con la lana e in presenza di poco ferro. È allora, che secondo la mia opinione, formasi dell'acido iposolforoso che reagendo sulla lana vi spiega una maggior forza decolorante in unione all'acido idrosolforoso che si va successivamente formando.

Spiegare a mezzo di formule questa teorica interpretazione, che a me sembra assai razionale, saria facile, ma siccome poco gioverebbe al soggetto, noterò soltanto come dall'azione reciproca di questi corpi si abbia per effetto finale:

1° L'ossidazione del ferro.

2° Deposizione di solfo.

3° Effetto di molto maggiore alla semplice anidride solforosa, per ciò che riguarda l'imbianchimento della fibra animale.

Adesso dirò come resomi ragione del fenomeno osservato, abbia tentato di trarre da queste esperienze argomento per stabilire un nuovo processo industrialmente applicabile. E i risultati del metodo facile ed economico ch' io propongo, sono ampiamente testimoniati dai campioni annessi a questo lavoro.

Primo Processo.

Gli studî ch' io ho eseguiti sopra l' imbianchimento delle lane, mi han condotto a trovare ben quattro processi, dei quali tre concernono l'applicazione di composti solforosi, il quarto, oltre l'anidride solforosa, ha per base i permanganati alcalini di cui in appresso andrò a stabilirne il valore.

Il primo si fonda sopra la scomposizione, operata a freddo per mezzo del ferro metallico, della anidride solforosa.

Svolto questo gas mediante l'azione del solfo sul solfato di ferro, secondo quanto consiglia Persoz, con l'apparecchio di Kopp già ricordato, e operatane la soluzione in vaso chiuso, vi si gettano dei ritagli di ferro metallico, si agita per pochi momenti e si lascia riposare. È necessario che la soluzione non sia satura di anidride solforosa per evitare la colorazione del liquido e la formazione parziale di solfato ferrico per ossidazione operata anco a mezzo dell'ossigeno atmosferico. E per stabilirne convenientemente il limite, piuttosto che determinare le dosi, in tali casi mal sicure, io mi attengo al seguente metodo che se non è rigorosamente scientifico, ha il vantaggio di essere facile, pratico e quindi eseguibile da chiunque e dovunqne.

Si estrae una piccola porzione (circa 100 grammi) del liquido acido per mezzo di un bicchiere da saggio e vi si immergono dei frammenti di ferro; se questi v'inducono ben tosto una colorazione, allora è necessario aggiungere dell'acqua alla soluzione gazosa, se il liquido non si colorisce, ma tarda moltissimo a deporre lo solfo, o meglio ancora a dealbarsi, allora è necessario far gorgogliare nell'acqua, altra quantità di gas.

Trovato così il giusto valore della soluzione, si infondono i ritagli di ferro nel tino, si agita, si lascia al riposo per circa un quarto d'ora e poi mercè di un sifone o meglio ancora di un robinetto si fa passare il liquido in altro recipiente nel quale sieno già situate le pezze di stoffa che si destinano all'imbianchimento. Dodici a venti ore di quiete nel bagno, sono sufficienti per ottenere una perfetta bianchezza, del resto la durata della immersione varia col variare della stagione, della qualità delle lane, del grado di soluzione ecc. per cui ritengo ovvio lo insistere sopra il tempo preciso, che solo la pratica può sicuramente indicarlo, non nuocendo gran fatto una durata maggiore.

In due altri modi anco più comodi e spediti si può operare, il secondo dei quali ha per di più il vantaggio di non portare la benchè minima traccia di ferro in contatto delle lane.

1° Adoprando l'anidride solforosa disciolta nell'acqua, in luogo di ricorrere al travaso del liquido posteriormente alla affusione del ferro, si può fare uso di speciali *gabbiette*, contenenti grossi frammenti di questo metallo, le quali appese ad una cordicella si immergono nel liquido agitandovele in tutti i sensi per qualche minuto. Ciò fatto, si estraggono e sollecitamente si pongono nel bagno così preparato, le lane che debbono essere imbiancate.

2° Se per economia o facilità di lavoro, si volesse invece fare uso di anidride solforosa gazosa svolta dallo solfo in combustione, in una parola si desiderasse porre in opera la comune solfatura, allora è necessario, per raggiungere lo scopo, disporre le camere nel seguente modo:

Si costruisce un solforatoio sul sistema *Darcet* vale a dire con cammino aspirante, destinato a far passare i prodotti solforosi in un lungo tubo che si apre nell'atmosfera dopo che la operazione del bianchimento è cessata.

Però tra le pezze della stoffa e i recipienti destinati alla combustione dello solfo, si interpone una rete di ferro posta orizzontalmente oppure ancora delle verghe

che più facilmente possono essere mantenute scevre di ruggine. A tal' uopo, compiuta la solforazione, alla estrazione delle stoffe deve far seguito, tutte le volte, la politura delle verghe stesse e ciò per la buona riescita delle operazioni ulteriori.

Tanto la rete, quanto le verghe metalliche, debbono essere situate vicinissime alla lana senza toccarla però e nulla osta che oltre tale disposizione, si possano situare altre bacchette di ferro verticalmente; anzi una tale aggiunta non può che riescire più vantaggiosa.

Un tal modo di operare porta seco un consumo un poco esagerato o, dirò meglio, oltre il bisogno, di ferro metallico, ma basterebbe saper conciliare il numero e la grossezza delle verghe di ferro con la quantità di lana che si ha bisogno di sottoporre alla solforatura. Nè si creda che tali reti o verghe abbiano ad avere grossezza esagerata e lunghezza pari a quella delle camere, bastando a tal' uopo *un telaietto metallico da sovrapporsi al recipiente ove abbrucia lo solfo.* Ciò che debbesi avere di mira, fu chiaramente esposto, vale a dire che l'anidride solforosa invada il ferro prima di portarsi sopra la lana. Del resto, dalle mie esperienze risulta che bastano piccole quantità del metallo comparativamente al gas che si svolge e alla lana che si deve imbiancare, quindi l'ultimo metodo maggiormente consiglio, anco perchè di maggiore speditezza e perchè risolve la quistione economica in modo soddisfacentissimo.

E debbe anco tenersi a calcolo che l'anidride solforosa, svolta per combustione semplice dello solfo, costa assai meno di quella prodotta col metodo di Persoz, nè implica il corredo di apparecchi, nè tutte le relative manualità; quindi tenendo a calcolo ogni cosa, svanisce il timore di un lieve aumento di spesa, lievissimo poi se si considerano i vantaggi che se ne ottengono.

La durata della solfatura è presso a poco uguale all' ordinaria, se si fa uso di anidride solforosa in soluzione, allora il tempo richiesto è minore, ma subordinato a varie circostanze.

Dopo che le stoffe sono imbiancate, si lavano a grand'acqua, si fanno asciugare o meglio, si distendono facendole sgocciolare all' aria, alla luce diffusa, e si lavano quando cominciano ad asciugarsi. In tal modo si ottiene che l'anidride solforosa reagisca sulla lana per qualche altra ora, impedendo poi a mezzo del lavaggio prolungato che lo eccesso resti sulle stoffe ove potrebbe formarsi acido solforico per assorbimento dell'ossigeno atmosferico.

Secondo Processo.

A rendere maggiormente proficua, più sollecita e meno dispendiosa l' applicazione del gas acido solforoso, io faccio subire alle lane un trattamento particolare che ha per scopo di preparare la fibra a ricevere più efficacemente la solfatura.

Ho oramai provato che la disoliatura delle lane meccaniche operata secondo i miei procedimenti, ha il vantaggio di rendere i fili molto più belli di colore e dolci al tatto. In tale maniera preparati si prestano viemaggiormente alle operazioni ulteriori di imbianchimento anco comune, ma meglio ancora si raggiunge lo scopo immergendo le matasse, o le stoffe che sieno, entro un bagno preparato con *acido ossalico.*

Io ho ritrovato che quest'acido organico ha un' azione potente sui fili e sui tessuti di lana e specialmente sopra le flanelle e le maglie che per tal modo si

imbiancano con grande facilità. L'azione dell'*acido ossalico* sopra le materie coloranti delle lane è energica e per nulla dannosa alla solidità del filo, tuttavia esso deve essere parcamente usato ed anzi in soluzione così diluita che in verità sorprende.

Io adopro infatti un bagno così costituito:

Acqua . . . . P^{i} 1000
Acido ossalico . . . . » 3

entro il quale immergo le lane e lascio in quiete. Trascorso il tempo necessario e già accennato, le tolgo dal bagno, le faccio spremere e quindi lavare ad acqua corrente.

Il bagno poco si depaupera, non s' intorbida che leggermente per precipitazione di ossalato calcare delle acque e di tanto in tanto rinvigorito con un poco di acido, perdura lunghissimo tempo. Quando si credesse opportuno, si può rinnuovare il bagno precipitando il vecchio con della creta e raccogliendo l'ossalato calcareo prodottosi.

Debbo dichiarare che alcune qualità di lane semplicemente trattate con la suddetta soluzione o con altra un poco più forte, divengono più belle che con la solfatura ordinaria, e ciò purchè i fili sieno disoliati col mio metodo all' ammoniaca, per cui non esito a credere che questo processo anco usato da solo, possa rendere grandi servigi all' industria laniera.

Ma le lane con le quali si confezionano le maglie e i tessuti sono di qualità diverse e quindi allorchè *l'acido ossalico* agendo sopra le stoffe non le ha condotte al gradò di bianchezza desiderato, si pone in opera la solfatura comune. Allora, con la metà di solfo e una molto minore esposizione alla camera, si ottiene un imbianchimento perfetto molto superiore all' usuale.

Anco in questo caso, non havvi neppure da discutere la parte economica, sia per la tenuità delle dosi dell'acido posto in opera e per il suo lieve prezzo, sia per la diminuzione nella quantità dello solfo.

Scoperta ch'io ebbi l'azione dell'*acido ossalico* sopra la materia colorante, mi si aprì la via ad altre più importanti ricerche e incominciai a verificare il caso contrario al suesposto, vale a dire che tentai l'applicazione di quell'acido organico posteriormente alla solfatura. Da questo modo di agire, ebbi effetti non sperati e dirò ancora *sorprendenti,* per cui un simile procedimento lo ritengo destinato a un grande sviluppo, per la speditezza e economia nel lavoro e per i risultati sempre migliori che incontestabilmente offre, ed a testimoniare il fatto varranno, lo spero, i presentati campioni.

Ecco il modo con cui si opera.

Disoliate le lane e ben lavorate, si solforano tutt'ora umide nella camera di Darcet; dopo di essere lavate completamente e asciugate, si immergono in una soluzione debolissima di acido ossalico, nella quale si fanno soggiornare non più ventiquattr'ore come nel primo caso, ma bensì da un'ora a sei ore soltanto secondo i casi. Il bagno va così preparato:

Acido ossalico . . . . P^{i} 1—3
Acqua . . . . » 1000

Si chiude il meglio possibile il recipiente che contiene e l'acido e le lane, agitando un poco la massa e lasciando poi il tutto a sè per il tempo voluto.

In altro modo anco più semplice e di più sorprendente riescita, si può agire sulle lane solforate, risparmiando cioè l'asciugamento dopo la loro escita dal solforatoio, ed anzi in questo caso, riducesi di molto l'esposizione alla camera, potendo essere di 5 a 6 ore anzichè di 24 come nel caso usuale, con risparmio perciò di tempo e di spese.

Allora, quando si estraggono le stoffe dalla camera, si immergono subito nel bagno ossalico. Un odore fortissimo di acido solforoso si sviluppa ben tosto e va grado a grado diminuendo, lo che ci avverte del tempo utile per la estrazione della stoffa. Il colore gialliccio-scuro che ha il tessuto quando lo si toglie dalla solfatura va a scomparire per dar luogo ad un colore bianco giallastro di bellissimo effetto e tal quale, desiderato vivamente, non erasi sino a qui per anco raggiunto dai nostri industriali.

Verificato il fatto, tentai di interpretarlo teoricamente e in sulle prime io pensava che fosse devoluto unicamente alla sostituzione dell'acido ossalico al gruppo (SO.O) combinato con la materia colorante. Ma studiando le decomposizioni che avvenivano in contatto dei due corpi, ebbi presto a convincermi che molto probabilmente havvi una reazione chimica o meglio varie e complesse reazioni chimiche per le quali nascono dei corpi gazosi, alcuni dei quali reagiscono sulla fibra in un modo molto più sentito e vigoroso di quello che faccia l'anidride solforosa. Questi corpi sono a parer mio, *l'acido idrosolforoso* e *l'acido iposolforoso* dei quali potei notare la presenza sia esaminando il liquido dopo l'avvenuta completa reazione, sia ponendo in opera uno speciale apparecchio, consistente:

In quattro aspiratori ad acqua portanti ciascuno un tubo ad U, il primo dei quali conteneva una soluzione di *carbonato di potassa*, il secondo, una soluzione di *cloruro baritico ammoniacale*, il terzo del *cotone scardassato* imbevuto di *acetato piombico*, il quarto infine una soluzione di *colla di amido* con aggiunta di *iodato di potassa*. A ciascun aspiratore faceva seguito un tubo e tutti poi andavano a terminare nel turacciolo, bene assicurato e lutato, di un grandissimo vaso di cristallo entro cui aveva posto la lana solforata col bagno ossalico.

Mi accorsi per ciò che le reazioni sono evidentemente complesse e così in tesi generale dirò: che si ha produzione degli acidi idrosolforoso e solforoso, sviluppo di gas acido carbonico, di anidride solforosa non decomposta, buone tracce di ossisolfuro di carbonio ed in ultimo la presenza anche di idrogeno solforato. Nel bagno notasi inoltre deposizioni di solfo libero e tracce di acido solforico e la quantità di questo aumenta in ragione della quantità di acido ossalico adoperato; lo stesso dicasi dello idrogeno solforato che si presenta quando si prolunga moltissimo l'azione dell'acido sopra la lana.

Resta per me spiegato dunque che avveransi reazioni chimiche tra l'anidride solforosa e l'acido ossalico, in presenza della materia organica della lana, in virtù delle quali si producono corpi complessi alcuni dei quali reagendo poi a vicenda, si sdoppiano e si combinano dopo aver portato la loro azione direttissima sopra la fibra lanosa. E se ottiensi un effetto grandissimo, ciò si deve a parer mio dall'essere l'anidride solforosa estesa sopra grande superficie, in tutti i punti della lana stessa ed è là dove l'acido ossalico la trova ed è là dove succedono le reazioni, direi quasi atomo per atomo, molecola per molecola.

Vari esami comparativi, istituiti con lane ugualmente solforate e soluzioni gradatamente crescenti di acido ossalico, mi hanno dimostrato che soluzioni di acido ossalico più forti di quella additata, anzichè riescire utili sarebbero dannose. A tali prove io dovetti *per necessità* devenire, per poco che si consideri, che non conoscendo l'azione di quell'acido organico, la prima volta che tentai le esperienze abusai alquanto nelle dosi, senza ottenere che resultati imperfetti, anzi notando sempre lo ingiallimento della fibra.

Come si può spiegare ciò? Io credo, e parmi con fondamento, che lo ingiallimento possa avere relazione con la presenza dell'acido solforico nel bagno. Aumentando l'acido ossalico aumenta l'acido solforico, e questo è un fatto che più volte ho constatato, e aumenta lo ingiallimento. L'acido solforico per quanto in soluzione diluitissima, potrebbe reagire assai energicamente per le cagioni anzidette, vale a dire per il fatto che le reazioni chimiche si compiono proprio a contatto dei fili.

Non insistendo ulteriormente sopra questo argomento, aggiungerò soltanto come le equazioni chimiche ci possano prestare un efficace aiuto per la esplicazione teorica di questa interpretazione che qui volli soltanto accennata perchè, male comporterebbesi una simile disquisizione in un lavoro di un'indole tutt'affatto pratica.

Terzo Processo.

Il terzo dei miei processi, consiste nel sottoporre le lane all'azione diretta dell'acido iposolforoso nascente, oppure anche degli acidi solforoso e idrosolforoso, facendo uso dei respettivi sali cioè iposolfito, solfito e idrosolfito di soda.

Sventuratamente quest'ultimo non trovasi in commercio, nè si conoscono metodi facili ed economici per procurarsene in grandi quantità e stabilmente. Lo iposolfito ed il solfito trovansi invece in commercio a modico prezzo e tra questi due sali il primo è quello che maggiormente mi corrispose.

Noi sappiamo che l'iposolfito sodico trattato con gli acidi fornisce acido iposolforoso della serie tionica, il quale si decompone subito formando anidride solforosa, acqua e deponendo solfo.

Agli acidi energici, i quali avrebbero un'azione corrosiva sulle lane, io sostituisco l'acido ossalico in soluzione diluita, agendo nel modo seguente:

Fatta una leggiera soluzione di questo acido, circa il 4 per mille secondo i casi e le qualità delle lane, vi si immergono le stesse per circa 24 ore; quindi si tolgono e senza sgocciolare si immergono in altra soluzione fatta con dosi proporzionali di iposolfito di soda. In tal modo l'acido agisce lentissimamente sopra l'iposolfito e la lana risente con efficacia e uniformemente l'azione dell'acido che si sviluppa. Lo stesso succede con l'idrosolfito e l'uso dell'acido ossalico in simili operazioni ha i seguenti vantaggi:

1.° È innocuo alla lana. 2.° Ha un'azione di per se stessa decolorante (secondo quanto io trovai e descrissi) e quindi la fibra meglio si presta a ricevere l'azione degli acidi solforosi e questi in minor quantità possono essere applicati sopra le lane. 3.° Il suo modo di agire sopra i sali è completo ma lento, ciò che contribuisce molto alla buona riescita del lavoro. 4.° Si può facilmente ricavare dai materiali residui.

Dopo alcune ore di immersione, in recipiente chiuso, si tolgono le stoffe, si

spremono, si immergono di nuovo in acido ossalico, e quindi ancora una volta nell'iposolfito. Si aggiunge alquanta soluzione acida all' altra e si abbandona (dopo avere agitato per venti minuti), il tutto a sè per alquante ore. La durata dell'immersione è varia e quando si giudica il lavoro terminato, si lava accuratamente in acqua corrente la stoffa e si fa asciugare alla luce riflessa.

Nelle tinozze resta un liquido costituito in totalità da ossalato sodico e al fondo del recipiente si va adagio adagio deponendosi lo solfo, il quale poi si separa travasando il liquido chiaro in altro tino, o con altri metodi che facilmente si comprendono.

Per 100 parti di acido ossalico adoperato, necessitano p[i] 175 di iposolfito di soda affinchè la reazione avvenga in modo completo e si formano p[i] 149 di ossalato sodico. Il bagno residuale che contiene disciolto quest'ultimo sale, chiarito per riposo e separato dal sedimento solfureo, si tratta con latte di calce, agitando vivamente per più giorni.

Si produce perciò dell'ossalato calcare il quale si lascia depositare, si passa quindi per panno, si pone su mattoni refrattari e quando è in dose sufficiente, si tratta con acido solforico per ripristinare l'acido ossalico il quale può essere adoprato in soluzione, senza che c'imbarazzi la cura della cristallizzazione. Il soluto alcalino che resta misto a un lieve eccesso di acqua di calce, può servire sia al disoliamento dei fili, misto a potassa o ad ammoniaca, sia allo spurgo degli stracci come meglio si vuole.

Mi resterebbe adesso, di aggiungere alcune considerazioni circa la parte economica dei miei processi, ma la tenuità della spesa di fronte ai vantaggi che se ne ottengono è così palese che mi autorizza a spendere pochissime parole intorno a questo argomento.

Col primo processo non havvi che un limitato consumo di ferro sia in tornitura che in scaglie o in verghe. Nel secondo si pongono in opera piccole quantità di acido ossalico oltre la comune solfatura. E dico piccole e potrei dire anco *esigue*, avvegnachè tali sieno effettivamente quelle che prendono parte alla reazione.

Infatti: non tutto l'acido ossalico contenuto in una soluzione capace di bagnare fino al ricuoprimento p. e. un quintale di lana, viene consumato. Una porzione ne resta sempre indecomposta che può, come dissi, venire precipitata con della creta in polvere o avvalorata con nuove quantità, ma più piccole, di acido, ogni volta che ripetesi la immersione della lana.

Ed è necessario osservare la tenuità delle dosi anco per evitare una certa ruvidezza nei fili, ove ciò per avventura avvenisse, giova, come io l'ho esperimentato, un bagno prolungato in acqua fredda o tepida, semplice o tutt'al più con aggiunta di poco savon bianco di Marsiglia. La lana in tal modo trattata acquista apparenza bellissima e tale che solo un buonissimo pratico potrebbe, dalla sola ispezione fisica, riconoscerla per lana meccanica.

Col terzo processo mentre adopransi materiali relativamente costosi, quali sono l'acido ossalico e lo iposolfito di sodio, l'anidride solforosa non costa che poco più di quella prodotta con i metodi usuali, potendosi con facilità ottenere i tre prodotti secondari bene utilizzabili sempre e cioè: 1° *L'ossalato calcareo* destinato alla ripristinazione dell'acido ossalico adoperato, quasi in totalità. 2° Lo solfo precipitato. 3° La

soluzione alcalino-sodica utile in special modo alle prime lavature degli stracci o al disoliamento.

Ed allorquando si volesse persistere nell'applicazione della anidride solforosa alla lana, giova sempre decomporre il solfito sodico con acido ossalico, avendo questo metodo immensi vantaggi sopra quello di M. Pion, che il prefato sale vuole trattato con acido muriatico dannoso alla fibra e non recuperabile dipoi.

Dirò infine, per terminare, che l'aggiunta dell'acido ossalico alla lana solforata alla camera (vedi secondo procedimento) non ne aumenta, a calcoli esattamente fatti, di una lira e mezzo il prezzo di 100 kilogrammi e che l'anidride solforosa svoltasi dallo iposolfito e necessaria per un quintale di tessuti o di filati è circa $^2/_3$ di quella che fa mestieri produrre, per ottenere effetto minore, dalla combustione dello solfo; che infine la quantità di questo, combusto alla camera, si può ridurre alla metà se appena tolte le lane del solforatoio si immergono nel bagno ossalico.

Io ho sottoposto la lana da me imbianchita ad esperienze particolari, la ho esaminata cioè al microscopio ed ho fatto prove comparative sulla elasticità e sulla forza di trazione (dinamometrìa).

Siccome però non vorrei che lo estendermi a descrivere tali importanti ricerche e i loro resultati, fosse reputato una soverchia lode di vantaggi ottenuti, così mi limiterò a dire come al microscopio abbia effettivamente riscontrato che mentre la lana meccanica proveniente da puro straccio ha perduto quasi del tutto la sua apparenza, quindi le strie caratteristiche, queste in gran parte ricompariscono dopo il trattamento con acido ossalico in soluzione debolissima. Circa la resistenza eseguii delle prove con fili multipli e non isolati perchè male lo comporta la fattura della lana meccanica, ed i risultati sono tali, da potere assicurare che l'acido ossalico ha sopra la lana un'azione dirò così ricostituente e quindi i fili riescono molto più resistenti. Tali esperienze l'ho eseguite con fili di diametro uguale e di uguale lunghezza, ai quali attaccava dei piccoli scodellini di rame sottile nei quali introduceva dei piccoli frammenti di piombo che poi diligentemente pesava. Potei in tal modo constatare che la resistenza della buona lana meccanica usuale, sta a quella solforata e trattata con acido ossalico (purchè disoliata col mio processo) come 17 : 23. Altre lane mi diedero invece come 17 : 19 : 20 ecc.

Esaminai quindi se la stoffa veniva a subire restringimento o avesse a patire difetto nel peso; infine provai con ogni cura, se da questi trattamenti potevasi verificare qualche cangiamento, benchè lieve, che fosse per riescire dannoso alla commerciabilità del prodotto.

Dichiaro in modo assoluto che non soltanto il peso, il restringimento, l'elasticità, nè qualunque siasi altra qualità della lana viene ad essere corretta, ma che per lo contrario si hanno dei non dubbi miglioramenti (Vedansi i campioni presentati).

Quarto Processo.

Il quarto dei miei processi è fondato sopra il potere riduttore dei permanganati alcalini e in particolare del *permanganato di potassa*.

Non vi ha certo alcuno che ignori l'uso che si è fatto di questi prodotti come sostanze decoloranti, ma siamo costretti a convenire però, ch'essi non hanno

generalmente corrisposto sin qui, alla fiducia grande ch'erasi in loro sui primi tempi riposta.

Se ne introdusse l'uso verso il 1866 da M. Pochez di Rouhen, ma il prezzo troppo elevato di quei composti non permise che venissero usati su larga scala. Oggi questa causa è eliminata, ciò non pertanto li vediamo trascurati nelle operazioni di imbianchimento, perchè in realtà tra i vari processi indicati, non ve ne ha alcuno che offra resultati invidiabili o tali almeno da corrispondere alle giuste esigenze del commercio.

Passa però molta differenza tra l'azione dei permanganati sopra la lana nuova e la lana vecchia essendo sopra quest'ultima, nello stato attuale delle cose, assolutamente inapplicabili. Sopra la lana nuova, se pure alquanto migliori sono i resultati, il loro uso non è davvero preferibile.

Pur nullameno, il loro modo di agire, la economia, la speditezza nel lavoro ecc., mi fecero nascere il desiderio di studiare un poco meglio lo effetto prodotto da questi *camaleonti* sopra le lane meccaniche e incominciai col porre in pratica i processi sino ad ora conosciuti, i quali più o meno, consistono nello immergere le lane in una soluzione di permanganato potassico, acidulata con acido solforico, oppure in soluzione di permanganato, misto a solfato di magnesio od altri sali in prima e poscia in altra di acido debole ecc. ecc.

Ho sottoposto varie qualità di lane meccaniche a simili procedimenti, tanto in piccola che grande quantità e nessuno mi offrì un prodotto non che bello, soddisfacente.

Tuttavia io non mi scoraggiai e tentai di associare al permanganato potassico, sia l'acido ossalico, sia l'acido solforoso. L'esito fu felice, ed oggi oso credere di aver creato un processo tale, che sia per la speditezza nel lavoro e per i risultati incontestabili che offre, possa essere industrialmente apprezzato. Tutte le lane meccaniche si prestano al mio processo al permanganato, il quale ancora ben si può estendere alle lane nuove dopo di essere disgrassate.

Ecco senz'altro, il modo con cui io opero.

La lana in fiocco, in filato, in maglia o in tessuto che sia, si immerge in una soluzione assai diluita di Camaleonte minerale, nella quale si lascia soggiornare per 24 ore. Trascorso questo tempo, la lana è divenuta color marrone scuro e il liquido giallognolo; allora mediante robinetti praticati alla parte laterale inferiore del tino ove si è compiuta la operazione, si fa scolare il liquido che viene gittato, si rinnuova anco una volta il trattamento se occorre e ciò fino a che il tessuto o il filo, non si mostri ben colorito e dopo altre 24 ore si tolgono le lane dal bagno, lavandole a più riprese nell'acqua corrente. Fatte dipoi sgocciolare, si pongono in un altro tino contenente una soluzione di acido ossalico

Acqua	Pⁱ	994
Acido ossalico	»	6

la quale agisce sopra la sostanza organica che risentì l'azione del permanganato, in modo veramente singolare.

Infatti; dopo alcune ore, le lane sono divenute di un magnifico colore uniforme che volge dal rosa vaghissimo al puro amaranto; in tale stato si estraggono, si spremono, si lavano ancora ad acqua corrente e, o si espongono all'aria libera o meglio ancora si tuffano in soluzione di anidride solforosa.

Basta un' ora di immersione anco in un bagno contenente pochissima quantità di acido solforoso perchè le lane meccaniche acquistino un bellissimo bianco, uniforme, brillante e molto duraturo.

A simile procedimento si possono e si debbono sottoporre le lane dell' infima qualità e quelle che hanno una tinta oscurissima che persiste anco dopo la disoliatura. E per esperienza conobbi che i tessuti e le maglie in cotal modo trattate, ingialliscono con minore facilità e quindi dopo un tempo maggiore.

Ho cercato di rendermi ragione dei fatti suaccennati e brevemente espongo i risultati a cui io devenni.

La lana affusa in una soluzione di permanganato potassico, determina lentamente la sua scomposizione in idrato di manganese, ossigeno e idrato potassico.

L'ossigeno si porta sulla materia colorante ed il perossido di manganese resta aderente ai fili.

Interviene allora l'acido ossalico; l'idrato di ossido di manganese si trasforma in ossido manganoso-manganico che solvendosi nell'acido forma ossalato di manganese.

Resterebbe a spiegare quel nuovo corpo di color rosa che si forma posteriormente all'affusione dell'acido ossalico e *non in altre contingenze*. Sono dolente di non averlo potuto studiare come avrei desiderato, avendomi fatto difetto il tempo, ma credo ch' esso debba nascere da aggruppamenti speciali di ossido manganico con ossigeno svoltosi dall' idrato manganoso e un acido particolare formatosi da decomposizione parziale dell' acido ossalico.

Qualunque sia per essere questo nuovo corpo ch' io mi auguro di poter studiare in seguito, egli non è superficialmente adeso alle lane, ma ne invade la massa, in qualunque forma sia la lana, cioè di fiocco, filo, tessuto ecc. È insolubile nell'acqua distillata e se molto aereata, allora a lungo tempo si decompone. È solubile in acqua addizionata di potassa caustica, conservandone il colore.

È decomponibile da soluzioni potassiche molto forti, dalla ammoniaca e da acque ammoniacali di qualsiasi gradazione. È decomposto dall'ossigeno, dall'ozono, dal biossido di azoto, dall' anidride solforosa e dall' acido ossalico, senza lasciar traccia di colore.

Difatti: quando le lane divennero per lo esposto trattamento così colorite, si può agire in tre modi diversi: 1° Si espongono all'aria libera; 2° Si pongono in soluzione di acidi solforosi; 3° Si lasciano soggiornare ancora in una soluzione ossalica.

Esse imbiancano in tutti e tre i casi, ma il migliore resultato si ottiene dall' anidride solforosa od ancora meglio dall' acido iposolforoso ed anzi a tal' uopo io mi servo utilmente dei bagni in cui già venne svolto l' acido iposolforoso per mezzo dell' acido ossalico, potendo servire allo scopo anco debolissime soluzioni.

1° Caso. — Quando si espongono le lane arrossate alla luce riflessa, l' imbiancamento è lentissimo, non così avviene, quando sieno esposte alla luce solare. Prescindendo dalla durata dell' esposizione, in amendue i casi ecco che cosa succede. Prima la lana diviene decisamente gialla, forse per la trasformazione del composto in altro di maggiore ossidazione; poi seguitando la esposizione, il color giallo sparisce, le lane acquistano reazione patentemente acida e trattate con acqua distillata la soluzione precipita i sali di calce in presenza dell' ammoniaca. Quando la lana è perfettamente asciutta, abbandona ai lavaggi buone tracce di carbonato manganoso.

Anco l'acqua corrente e molto aereata determina a lungo andare queste reazioni che si verificano poi quasi istantaneamente nell'acqua ossigenata, ma in tal caso la lana imbianca senza passare al color giallo.

2° Caso. — Quando sopra le lane trattate al permanganato e all'acido ossalico si agisce con anidride solforosa o con acido iposolforoso, verificansi reazioni analoghe, ma un poco più complesse.

L'anidride somministrando ossigeno produce quei cangiamenti notati e che sia l'ossigeno che anco in tal caso prende viva parte alla reazione, lo dimostra la deposizione di solfo ch'io ho dovuto sempre notare. La lana imbianca perfettamente forse perchè a tale azione si unisce quella del composto solforoso e gli effetti finali sono diversi poichè trovasi nella soluzione dell'acido solforico, e quindi del solfato manganoso, e non acido ossalico se non che in dose tenuissima.

3° Caso. — Lasciando le lane arrossate ancora per altre dieci o dodici ore in soluzione ossalica, il colore pure varia dal rosa pallido al giallastro. A tal punto estratte ed esposte all'aria tornano bianche e lo stesso succede facendole soggiornare per qualche altra ora nel bagno primitivo, con decomposizione parziale di acido ossalico, tanto che in ultimo troviamo che si è formata una sostanza zuccherina capace di ridurre i sali di rame in presenza della potassa e ch'io sono dolentissimo di non aver potuto non solo isolare, ma neanche studiare.

Non oso pronunciarmi *seriamente* in proposito sulla natura del nuovo corpo e per quanto le formule chimiche mi prestassero aiuto ad emettere un' ipotesi, che a me sembrerebbe razionale, pur tuttavia non lo faccio, non potendo per adesso escludere tutto quanto sa di problematico intorno a questa quistione.

Nullameno ho creduto necessario citare questi esami incompleti, ma sufficienti per togliere di mezzo un dubbio che pure in me sorse da bel principio, cioè che la colorazione rossa nella lana, fosse nè più nè meno che devoluta a ripristinazione di *Permanganato potassico.*

Ma questo, una volta decomposto la mercè delle sostanze organiche, non si può ripristinare, segnatamente con acido ossalico. In secondo luogo poi non potrebbe restare nemmeno pochi minuti in contatto della lana nè tampoco resistere ai lavacri con l'acqua nella quale passerebbe con facilità.

Le lane arrossate nell'anzidetto modo, mantenute umide fuori del contatto dell'aria, anco involtate in carta od in tela, conservarono per più giorni il loro colore, tenute sopra delle sostanze organiche, si scolorì soltanto quella parte esposta alla luce.

Una soluzione di permanganato non possiede il colore ch'io ho verificato, non si decolora poi istantaneamente per potassa caustica nè per *esigue* quantità di acidi minerali segnatamente di acido solforico. E finalmente se il permanganato facesse parte della colorazione rosea delle lane, queste si colorirebbero in bruno esposte che fossero all'aria e a contatto di sostanze organiche.

Per questi motivi, io sono indotto a credere alla formazione di un corpo speciale che ha un'importanza nell'imbiancamento delle lane e che merita quindi una speciale attenzione e mi auguro in breve di sottoporlo ad altre ricerche un poco meno incomplete.

Senza perdermi in altre considerazioni, dirò che le lane le più scure e le più rozze, trattate al *permanganato, acido ossalico* e *anidride solforosa* riescono

bellissime, molto bianche, dolci al tatto e ingialliscono dipoi difficilmente (Vedansi i campioni presentati).

Prima di terminare sopra questo soggetto, non posso a meno di fare rilevare altri vantaggi che i miei processi di imbiancamento possono recare alla industria laniera.

Già dissi come le *Lane meccaniche* bianche servono più particolarmente alla confezione delle flanelle e delle maglie e una grande quantità di queste si destinano per i così detti *Farsetti da militari.*

Sono le officine pratesi che più specialmente hanno la fornitura del r. esercito e della r. marina, per il corpo Reali equipaggi.

Or bene: le infime qualità di maglie, il di cui consumo è incalcolabile, vengono confezionate in un modo tutto particolare. In esse si pongono: stracci di lana misti a cotone e per di più la lana che è aderente alle pelli destinate alla conciatura e che si conosce col nomignolo di *lanino.*

Ma questo lanino, viene tolto dalle pelli mediante *la calce caustica*, per cui una certa quantità di questa si ritrova poi nelle maglie, per quante siano le operazioni di spurgatura, solfatura, ecc. che loro fecersi subire.

Io ho incenerito varie qualità di queste maglie e ritrovai quantità di calce oscillanti tra il 14 e il 20 per mille. Per cui in un comune farsetto (camiciuola) che pesa in media grammi 585, ritrovasi circa 7-10 grammi di calce.

Io non voglio adesso discutere se e quanto può portare nocumento alla pelle questo materiale eterogeneo, ma è certo che con i metodi usati sin qui non si giunge a toglierlo a meno che non si ricorra alle lavature con acido cloroidrico che grandemente danneggiano la fibra; e spogliare completamente le lane del materiale calcareo è in questo caso non soltanto commercialmente utile, ma igienicamente doveroso.

La quantità di calce che esiste nella lana mista a lanino prima di passare alla solfatura è assai grande; in parte si combina agli elementi dell'olio per formare un sapone insolubile che resta strettamente adeso alle maglie del tessuto, una porzione viene assorbita mercè il trattamento sodico, altra si combina all'acido solforoso per formare solfito di calce, che si cangia poi in solfato nelle camere a solfare, il quale resta imprigionato nei fili. Mentre però in teoria si dovrebbe ammettere intero il passaggio della calce in solfato, in pratica le cose volgono diversamente e la maggior parte, dopo la solfatura, ritrovasi allo stato di calce caustica e di solfito.

Basta, per assicurarsene, trattare quelle lane solfate con soluzione di *acido ossalico,* per veder formarsi una grande quantità di ossalato calcare.

Questo solo fatto è sufficiente per dimostrare come, con i miei processi di imbianchimento, giungasi a privare onninamente la fibra del composto calcico, senza danneggiarla non solo, ma comunicandole maggior bianchezza e tenacità. Anco la tenue porzione di solfato, viene per lunga digestione a disciogliersi nell'acqua e a convertirsi in ossalato e a tal'uopo soccorre assai bene un fatto che si riscontra nelle lane commerciali. Vo' dire; che queste, per incompleta lavatura, ritengono talvolta del carbonato sodico che mercè la solfatura si converte in solfito e quindi in ossalato cooperando in tal modo all'intiera precipitazione dei materiali calcarei.

Anco il trattamento al permanganato alcalino giova a questo scopo, dappoichè l'ossigeno che si svolge converta tutto il solfito in solfato. Se poi vengono trattate

al permanganato potassico, secondo il mio processo, le lane suddette, dopo la sola spurgatura, allora l'ossido di calcio si converte tutto in ossalato che passa quindi nelle acque di lavatura e quel poco che vi rimane, si trasforma in solfito e in solfato nei bagni solforosi nei quali poi lo troviamo depositato.

È dalla considerazione, che oltre lo imbiancamento decisamente migliore, havvi la totale espulsione della calce dalla fibra, che mi lusingo di aver recato dei miglioramenti a questa industria anco dal lato igienico.

Come corollario dei miei studî, aggiungo che l'uso dell'acido ossalico ci permetterà da qui innanzi di renderci ragione dei 4 fatti seguenti, difficilmente sino ad ora determinabili.

1° Se le lane furono imbiancate per mezzo della solfatura alla camera, vale a dire con anidride solforosa gazosa.

2° Se furono imbiancate con anidride solforosa disciolta nell'acqua.

3° Se a mezzo dei permanganati alcalini.

4° Se contengono *lanino* e in quali proporzioni.

Infatti: facendo una soluzione diluita di acido ossalico e immergendovi un grosso frammento di tessuto od anco un intiero *farsetto*, questo se fu solforato anco da più che un anno, imbianca notevolmente dopo pochi minuti svolgendo in copia anidride solforosa e deponendo solfo libero. In tal modo si ha la certezza che il materiale solforoso venne somministrato a quella lana mercè la combustione dello solfo.

Se non si può porre in opera grandi pezzi di tessuto che lascerebbero, dopo il trattamento ossalico, riconoscere anco all'olfatto l'anidride solforosa svolgentesi, allora si fa uso di un vaso chiuso munito di un tubo facente capo ad altro tubo ad U con colla d'amido iodata, nel quale si fan passare i prodotti gazosi per mezzo di un aspiratore semplice.

Se in cotal modo trattata la lana resta intatta o ingiallisce sviluppando, soltanto dopo due ore circa, un leggiero odore di gas solforoso, saremo certi che lo imbianchimento venne effettuato a mezzo di bagni o soluzioni solforose.

Se l'anidride solforosa non si manifesta e non se ne avverte l'odore neppure accostando la lana alle narici (dopo il bagno ossalico s'intende) ed aspirando fortemente, essa fu imbiancata coi permanganati.

L'esperienza non deve durare più che due ore, sufficientissime per verificare i suesposti fatti, prolungandola molto tempo si avverte la formazione di un poco di idrogeno solforato.

Ora siccome le lane quanto più sono vecchie e d'inferiore qualità tanto più necessitano di acido solforoso e più ne assorbono, e quanto più ne assorbono tanto più ne sviluppano col trattamento acido, così si potrà fino ad un certo punto decidere, in specie con esperienze comparative, se e quanto il campione analizzato contenga di lana meccanica.

In quanto al *lanino* altro non aggiungo, la sola calce dimostra la sua presenza e raccogliendo l'ossalato con cura, decomposto e pesato, può con grande approssimazione dircene la quantità.

Mi auguro che tali processi semplici ed esatti siano per riescire di qualche vantaggio, pensando anche alle grandi forniture dei militari e all'ordine dei contratti per cui si esigono qualità di lane determinate e determinati metodi di imbiancamento.

Imbiancamento delle fibre tessili vegetali.

È noto come le fibre tessili vegetali quali il cotone, il lino, la canape, non si imbianchino con lo solfo ma bensì vero col cloro (in gaz o in soluzione) o con gli ipocloriti.

Io aveva già da qualche tempo stabilito sopra l'uso dell'acido ossalico un eccellente e razionale processo d'imbianchimento dei tessuti di cotone, quando or sono due mesi la *Deutsche Industrie Zeitung* [1] riportava un articolo del sig. C. Beyrich il quale faceva noto un procedimento che è in qualche parte affine col mio.

Questo fatto parvemi che venisse a menomare l'importanza dei miei lavori e me ne duolsi assaissimo. Pur nullameno ho dovuto convincermi, per prove fatte, che se uguale è in apparenza la base, diversi ne sono in sostanza gli effetti, il modo di operare e i resultati.

Dirò dunque e brevemente, che il processo del sig. di Beyrich consiste nel decomporre il cloruro di calcio con acido ossalico e tutto quanto concerne la relazione coi miei lavori è riferibile soltanto all'uso di quest'acido. Ma nel processo del chimico tedesco, non si ottiene tutto lo effetto possibile da una determinata quantità di cloro, avvegnadiochè egli consigli di gettare l'acido ossalico entro la soluzione di ipoclorito calcico e quindi immergervi le matasse o i filati di lino o di cotone.

Egli trascura in cotal modo una parte importantissima e che forse gli è sfuggita ed è l'azione decolorante propria di quell'acido.

L'acido ossalico agisce prontamente sopra l'ipoclorito, energicamente quasi come un acido minerale diluito, quindi il cloro si sviluppa con facilità e prima ancora che abbia il tempo di agire sulla fibra lo che è a danno manifesto della economia. Secondariamente poi, con lo ipoclorito di calce e l'acido ossalico, abbiamo per prodotto oltre il cloro, l'ossalato di calce, la cui formazione è assolutamente necessario di evitare per la sua facile aderenza alle fibre vegetali e la difficoltà con cui si elimina dipoi, specialmente dai *fili*, dai *cotoni scardassati* ecc.

I miei studî su questo soggetto, differiscono dunque da quelli del prefato chimico e sempre ne dovetti riscontrare un migliore e più efficace resultato pratico, senza contare che i lamentati inconvenienti mai si verificano e che da una data quantità di ipoclorito, trar se ne puote tutto lo effetto possibile.

Io consiglio prima di tutto, di tenere immersi per più di ventiquattr'ore, in una soluzione di acido ossalico debole, i fili o i tessuti di cotone o di lino, ben lavati si intende. Come sulle lane così sul cotone e lino, l'acido ossalico ha un' azione propria, decisa ed efficace, decolorandosi d'assai e qual corollario a questo fatto ne deriva, che per lo imbianchimento perfetto è necessario ad esperienze e calcoli fatti, la metà del cloro che si sarebbe inevitabilmente adoprato se il cotone ecc. non fosse stato sottoposto al bagno acido.

D'altra parte si prepari una soluzione di ipoclorito di calce entro cui se ne versa un'altra di carbonato di soda e di potassa nelle seguenti proporzioni:

[1] Fascicolo di decembre 1878.

Carbonato di soda (cristalli) . . .	Kg.	16
» di potassa.	»	3
Acqua di fonte.	»	45

La soluzione di ipoclorito calcico deve essere così preparata:

Cloruro di calce (a 100° clorom.) .	Kg.	10
Acqua.	»	95

Si versano dapprima kil. 90 circa di acqua, si lascia a sè il misto, si filtra per tela e si aggiungono poi al residuo gli altri kil. di acqua, riunendo poscia le soluzioni.

Si sa che il cloruro di calcio commerciale è un misto di cloruro e di ipoclorito, per cui la formula che gli viene assegnata, dietro gli studî di Kolb e Bobierre, è la seguente $Ca'' Cl^2 . (ClO)_2 Ca''$ — Quindi trattato che sia con i carbonati alcalini, producesi un cloruro doppio di soda e di potassa. Si toglie con cura il precipitato e nella soluzione del doppio cloruro, si immergono le matasse e i fili imbevuti di acido ossalico.

La decomposizione ha luogo lentissimamente ma con efficacia grandissima, perchè si verifica al contatto dei fili e il cloro e l'ossigeno svolti dall'acido agiscono precipuamente all'istante del loro svolgimento.

La reazione va distinta in due parti. Nella prima l'acido ossalico reagendo sopra gli ipocloriti e cloruri (Cl Na. ClK. ClO Na. Cl OK) ne svolge acido ipocloroso e in minor quantità acido cloroidrico. Nella seconda, l'acido cloroidrico reagendo sopra l'acido ipocloroso fornisce il cloro.

È vero che l'acido ossalico nelle condizioni normali, non è valevole a decomporre i cloruri, ma la reazione devesi intendere in tal modo, perchè i cloruri decoloranti non sono già un semplice misto di cloruri e ipocloriti, ma sono a senso mio una combinazione speciale, un gruppo a sè, nel quale concorrendo l'acido energico, non può sdoppiarsi lo ipoclorito senza concorrere nella reazione anco il cloruro. E sono forse queste considerazioni, tra le altre, che indussero il Fresenius ad ammettere il cloruro calcico decolorante formato da una molecola di ipoclorito $(ClO)_2 Ca''$ e una di ossicloruro $(Ca Cl_2, 2 Ca O)$ e il Bobierre a considerarlo formato dalla combinazione del cloro con lo idrato calcico. Senza discutere queste idee, dirò come l'azione dell'acido ossalico sopra i cloruri decoloranti dimostri ancor più, con la sua integrale decomposizione, l'associazione intima dei composti.

Alloraquando i tessuti imbevuti di acido ossalico, furono immersi nella soluzione decolorante, si versa in questa a reiterate porzioni ed agitando, la rimanente e poca soluzione acida, lasciando poi il tutto a sè nel recipiente chiuso fino al perfetto imbiancamento.

Stando ai pesi molecolari, le quantità in peso necessarie perchè la reazione avvenga completamente, sarebbero p. 100 di cloruro e p. 76 di acido ossalico (essendo i corpi tra loro come 254 : 180), ma praticamente ritrovai che sopra 20 di cloruro, ne abbisognano 16,5 di acido cristallizzato. Ecco dunque le quantità equivalenti:

Per peso molecolare.	Cloruro calcico	P[i] 25,40	Praticamente	P[i] 10
»	Carbonato di soda	21,20	»	18,5
»	» potassa	26,20	»	16,5
»	Acido ossalico	18	»	8,5

Si comprende la differenza, a quali cause è devoluta.

Quando si estraggono i tessuti dal bagno, si lasciano bene sgocciolare, si spremono e si lavano ad acqua corrente.

Formatosi durante la reazione l'ossalato doppio di soda e di potassa, non vi ha più bisogno di ricorrere al doppio carbonato per decomporre l'ipoclorito calcico e formare gli ipocloriti decoloranti alcalini, necessari per le future operazioni. Infatti: la reazione avviene benissimo tra lo ipoclorito calcico (in soluzione s'intende), e l'ossalato doppio che va formandosi durante l'imbianchimento.

Dopo 24 ore di riposo, si separa l'ossalato di calce prodottosi, si pone dapprima sopra un panno, poscia sopra mattoni refrattari e serbato quindi in luogo asciutto, si decompone, quando che sia, con acido solforico, ripristinando così l'acido ossalico.

Questo metodo io lo raccomando sia per la sua semplicità che per i resultati straordinari che offre potendo per di più essere posto in opera anco sopra gli stracci che si destinano alla fabbricazione della carta con molto successo, mentre il surriferito metodo di Beyrich non può in questa importante industria figurare a causa della quantità di ossalato di calce che andrebbe perduto e cosa peggiore ancora, che resterebbe commisto alla fibra con danno manifesto della commerciabilità del prodotto.

Quando i pesti da carta sono fatti con materie legnose, da applicarsi alla fabbricazione dei cartoni, cartoncini ecc. io li ho sottoposti con molto vantaggio al trattamento della solfatura mercè il solfito sodico e l'acido ossalico ed ho riscontrato che lo imbianchimento si eseguisce con prontezza e con effetto superiore talvolta a quello del cloro.

Scopo precipuo di questo lavoro essendo lo imbiancamento delle fibre tessili, mi sono limitato a questo breve cenno sulla pasta da carta, poichè il trattare come vorrei, di questo soggetto, escirebbe dai limiti ch'io mi sono imposto.

Imbiancamento della Paglia.

Anco le paglie, che costituiscono come è noto un prodotto di attivissimo commercio, specialmente per la nostra Toscana, formarono subbietto delle mie ricerche. Esse si prestano a questo genere di studî.

1° Perchè difficili e tarde ad imbiancarsi.

2° Perchè non si richieggono propriamente bianche, ma di un color giallastro speciale, detto appunto *paglierino*.

Sotto questo punto di vista, potrebbesi discutere se e quanto valga il dire « *Imbiancamento della paglia* » mentre in effetto il bianco nè si ottiene, nè commercialmente si desidera, ma passi questo verbo divenuto oramai convenzionale ed io pure lo adotterò perchè già in uso nel linguaggio industriale.

La paglia prima di essere intrecciata sia con mezzi manuali che meccanici, ha già subìto l'azione dell'aria e della rugiada, ma è sempre colorita in modo più o meno intenso e tendente al rossigno. È allora che si destina alle vere operazioni di imbianchimento per ottenere prodotti finissimi e quindi ricercati, operazioni sempre varie e molteplici e ch'io cercai di rendere uniformi, semplici per quanto mi fu possibile.

1° Io opero il così detto *spurgamento*, operazione preliminare che consiste nel tenere immerse in una soluzione di solfito acido di soda le matasse di paglia intrecciata, per più ore di seguito, agitando di tratto in tratto.

2° Dopo di ciò, tolgo le matasse dal bagno e così bene inbevute le trasporto in un altro formato con acqua e poco acido ossalico nel quale le lascio soggiornare da 10 a 15 ore.

3° Di là estratte, le trasporto nella camera a solfare esponendole all'anidride solforosa gazosa per circa 20 ore.

La camera è costruita come quella da me descritta parlando delle lane, e provvista di rete metallica a grosse maglie che ha il doppio ufficio e di trattenere lo solfo che può sublimarsi e di formare una certa quantità di acido idrosolforoso.

Sul pavimento ed anco a una certa altezza sulle pareti, sono situati dei recipienti di terra ripieni di una soluzione di cristalli di soda la quale assorbe l'anidride solforosa prevalente ed il *solfito acido* così formatosi, serve per la prima operazione detta di spurgamento.

4° Le trecce tolte dal solfatoio le immergo poi in un altro bagno di acido ossalico, le lascio a sè per vario tempo nel recipiente chiuso, dal quale poi tolte si lavano a grande acqua e si fanno asciugare.

Certe qualità di paglia e specialmente i così detti *pedali* vengono da taluni trattate con una soluzione di acetato basico di piombo che poi l'anidride solforosa va trasformando, riducendolo parzialmente in solfato.

Questo imbianchimento ch'io chiamerei meccanico-chimico è da evitarsi assolutamente. Io mi sono accertato della esistenza del piombo in molte qualità di paglie con cui si fabbricano i cappelli ed anco in cappelli già confezionati. Alcune volte la presenza era disvelata da una prolungata digestione in soluzione solfurea, ma quando questa reazione mancava, ho incinerito le paglie e nelle ceneri ho ritrovato o solfato od ossido di piombo.

Accenno a questo fatto, perchè lo ritengo importantissimo anco per gli effetti igienici e sarebbe desiderabile che tali processi di imbiancamento segnatamente quelli non diretti da abili operatori venissero a cessare.

E se da un lato sembra un poco difficile lo abbandono del preparato piombico perchè dà sulle paglie ordinarie dei resultati mediocri, l'uso di esso viene temperato d'assai per causa di una operazione che necessariamente deve il fabbricante far subire alle paglie confezionate. Vo' dire la stiratura a cui si sottopongono i cappelli, poichè l'azione del calore unita alla sostanza organica, tende a decomporre parzialmente il sale di piombo ed a cangiarlo in ossido che somministra alla paglia un colore rossigno di bruttissimo effetto.

Non credo necessario lo estendermi a cercare la ragione del fatto ch'io ritengo analogo a quanto riferii riguardo alle lane, per certi dati analitici che pur tuttavia non son sufficienti a togliere quel tanto di ipotesi che resta alla intiera soluzione del problema e soltanto accenno che avendo sostituito al solfito lo iposolfito, ottenni effetto pari e talvolta superiore e quindi opino che anco in tal caso debbasi il migliore imbiancamento riferire all'azione più decisa degli acidi idrosolforoso e iposolforoso.

Sul potere assorbente, sul potere emissivo termico delle fiamme e sulla temperatura dell'arco voltaico.

Memoria del Socio corrispondente F. ROSSETTI

letta nella seduta del 15 giugno 1879.

La lieta accoglienza fatta alla mia Memoria intitolata *Indagini sperimentali sulla temperatura del sole* [1], che ebbi l'onore d'inviare a questo illustre Consesso verso la fine dello scorso anno, mi diede animo di occuparmi di un altro problema non ancora risoluto, quello cioè di determinare la temperatura dell'arco voltaico e delle due estremità polari dei carboni nell'atto che producono la luce elettrica.

In una comunicazione fatta di recente all'Istituto veneto ho già dato una indicazione sommaria del metodo usato nella ricerca della temperatura dei due carboni e dei risultati con esso ottenuti. Ma per poter determinare con sufficiente probabilità di esattezza la temperatura dell'arco voltaico ho dovuto far degli studî sul potere assorbente termico ed emissivo delle fiamme luminose e di quelle poco lucenti e azzurrognole, quali ci vengono offerte dai bruciatori di Bunsen.

E mi affretto ora a render conto dell'esito di queste mie indagini nella presente Memoria che può essere riguardata come una continuazione ed un complemento di quella sopracitata e che spero che venga da Voi, illustri Colleghi, accolta come un segno della mia riconoscenza per l'onore fattomi colla recente mia aggregazione fra i Socî di questa Accademia.

Dividerò la Memoria in due parti: nella prima dirò delle esperienze fatte per determinare il potere assorbente ed il potere emissivo termico delle fiamme; nella seconda esporrò i risultati delle esperienze eseguite per determinare la temperatura delle estremità polari dei due carboni nel momento che producono la luce elettrica, e infine dedurrò i valori della temperatura dell'arco voltaico.

PARTE I.

Sui poteri assorbente ed emissivo delle fiamme.

§ 1. *Cenno sul metodo usato.*

Tanto nelle indagini fatte sul raggiamento delle fiamme quanto in quelle dirette a determinare la temperatura dell'arco, del polo positivo e del polo negativo dei carboni nel momento che producono la luce elettrica, usai lo stesso metodo e gli

[1] Atti della R. Accademia dei Lincei. Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. II p. 169. Anno 1878.

stessi strumenti che mi servirono a misurare la temperatura del sole. Sia per la esposizione di questo metodo, come per la descrizione degli strumenti io debbo riferirmi a quanto ho detto nella anzidetta mia Memoria. Tuttavia rammenterò qui che il metodo consiste nell'accogliere i raggi inviati da una superficie raggiante di determinata grandezza sulla faccia di una pila termoelettrica collocata a una opportuna distanza e nel misurare l'effetto termico prodotto da quel raggiamento col mezzo di un sensibilissimo galvanometro a riflessione del Wiedemann. L'effetto termico è rappresentato dal numero di divisioni lette sulla scala del galvanometro. Noto che sia questo numero, si ricava facilmente il valore della temperatura posseduta dalla superficie raggiante desumendola dalla formola che rappresenta l'effetto termico in funzione della temperatura. La formola da me stabilita è la seguente

$$\text{A)} \qquad Y = m\,T^2\,(T - \theta) - n\,(T - \theta),$$

nella quale Y indica la lettura galvanometrica, T la temperatura *assoluta* del corpo caldo raggiante, θ la temperatura pure assoluta dell'ambiente ove è collocata la pila termoelettrica, m ed n due costanti che dipendono dalla sensibilità della pila e del galvanometro. Cogli stromenti da me adoperati i valori di quelle due costanti erano

$$\log.\ m = 1{,}2466\ 088 - 10$$

$$\log.\ n = 5{,}525\ 41\ 89 - 10,$$

colla condizione che la pila si intenda collocata ad una distanza dal disco raggiante eguale a 107, 17 volte il diametro di questo, così che il corpo apparisca alla faccia della pila sotto l'angolo visuale di 31′ 3″, 6 al pari del sole.

Come dissi, in queste ricerche mi valsi dei medesimi strumenti, e per conseguenza rimane applicabile alle stesse la formola anzidetta cogli indicati valori delle costanti m ed n. Solo debbo notare che mediante un piccolo spostamento di quella calamita, che nella bussola di Wiedemann serve a neutralizzare in parte la forza direttrice del magnetismo terrestre, venne resa ancor più sensibile la bussola stessa. La sensibilità fu accresciuta nel rapporto da 0, 933 a 1, in guisa che le letture Y_1 che ora si fanno alla bussola devono essere moltiplicate per 0, 933 per averne i valori di Y da introdurre nella formola; cioè si ha

$$Y = Y_1 \times 0{,}933.$$

Aggiungerò che la formola del raggiamento, tale qual'essa è, esige che la superficie raggiante sia dotata del massimo poter emissivo, come il nero fumo.

§ 2. *Esperienze sulle fiamme azzurrognole poco luminose.*

Le esperienze vennero fatte sulle fiamme poco luminose che si ottengono coi bruciatori di Bunsen, solamente, in luogo dei soliti, feci uso dei bruciatori a ventaglio. Questi riescono sommamente giovevoli perchè presentano un largo tratto di fiamma limitata da superficie parallele, e si può quindi conoscere con sufficiente precisione la grossezza della parte della fiamma di cui si misura il raggiamento termico e di cui si vuol determinare la trasparenza e quindi anche l'assorbimento esercitato sui raggi di una fiamma collocata al di dietro di essa. Uno schermo a doppie pareti metalliche munito di un foro circolare del diametro di un centimetro veniva collocato fra la pila termoelettrica e la fiamma a piccola distanza da questa, in guisa che ogni elemento della pila termoelettrica riceveva un fascio di raggi da una equivalente

porzione circolare della fiamma. Le fiamme usate erano, come si disse, a ventaglio di ampiezza non minore di 15 centimetri quadrati: perciò per una distanza invariabile della pila dal diaframma, in virtù della legge dei quadrati inversi delle distanze, l'effetto termico prodotto dal raggiamento si manteneva costante anche se la fiamma era portata a diverse distanze dallo schermo, purchè il campo limitato dal foro del diaframma apparisse interamente occupato dalla fiamma ad ognuno degli elementi componenti la faccia della pila. Insomma ogni elemento della pila termoelettrica riceveva i raggi provenienti da una porzione della fiamma a ventaglio di volume sensibilmente eguale a quello del tronco di cono che si ottiene prolungando il cono avente per vertice il centro della pila, e per base il foro circolare del diaframma, fino a tagliare le due faccie anteriore e posteriore della fiamma stessa. Ne conseguiva che l'effetto termico prodotto separatamente da due fiamme a ventaglio di eguale grossezza era quasi sempre eguale, quantunque le due fiamme fossero collocate una dietro all'altra a differenti distanze dal diaframma e dalla pila. Le piccole differenze che si riscontrarono talvolta tra le intensità del raggiamento ottenute separatamente da due fiamme a ventaglio allineate una in seguito all'altra dipendevano da una eventuale piccola differenza fra le grossezze delle fiamme stesse. Ho procurato però, e vi sono quasi sempre riuscito, di avere fiamme di eguale grossezza, la quale misurata colla maggior possibile esattezza, riuscì di un centimetro. Dirò in qual guisa si ottengono facilmente le fiamme a ventaglio, e come si possa, entro certi limiti, variarne la grossezza.

Se ad un ordinario bruciatore di Bunsen di forma cilindrica, che suol dare la ben nota fiamma conica poco luminosa, azzurrognola e assai calda, si sovrapponga un pezzo metallico avente la forma di ventaglio colle labbra discoste di circa cinque o sei millimetri, si avrà appunto una fiamma a ventaglio della grossezza di un centimetro circa, e si ottiene poi la grossezza precisa di un centimetro collo stringere più o meno le labbra del pezzo metallico.

Dopo aver così preparati i bruciatori sui quali si volle sperimentare, si incominciò col misurare mediante la bussola del Wiedemann l'effetto termico prodotto dal raggiamento della fiamma più vicina al diaframma, che diremo *prima* fiamma; e poscia l'effetto termico prodotto dal raggiamento della fiamma più discosta, che chiameremo *seconda* fiamma; da ultimo l'effetto termico del raggiamento simultaneo d'ambedue le fiamme, che risultava sempre minore della somma degli effetti termici prodotti dal raggiamento di ciascheduna fiamma sperimentata separatamente. La differenza rappresenta evidentemente l'effetto dell'assorbimento prodotto dalla prima fiamma sui raggi provenienti dalla seconda fiamma, e quindi riesce facile di calcolare il rapporto fra quella differenza e l'intensità del raggiamento della seconda fiamma, il quale rapporto rappresenta il coefficiente di assorbimento della fiamma sperimentata sul raggiamento proveniente dall'altra fiamma; e sottraendo dall'unità la frazione ottenuta si ha il coefficiente di trasparenza della fiamma stessa.

La massima parte delle esperienze vennero eseguite sopra fiamme di eguale grossezza o quasi; tuttavia non sempre si potè avere soddisfatta appieno questa condizione, che del resto non è necessaria.

Prima di riferire i dati delle esperienze debbo notare che mentre nella massima

parte di esse si fece uso del diaframma col foro circolare di 10 millimetri di diametro, in quelle dei giorni 24 e 25 aprile il foro era tanto largo e così vicino alla pila che la fiamma tutta intera poteva inviare i suoi raggi sulla faccia della pila; per conseguenza l'intensità del raggiamento era molto più grande e notevolmente maggiore l'effetto prodotto dalla prima fiamma più vicina che non quello della seconda più lontana.

Data dell' esperienza	Raggiamento			I + II	Differenza	Assorbimento	Trasparenza
	I fiamma	II fiamma	Due fiamme I e II				
7 Maggio	12,5	12,5	23,5	25,0	1,5	0,120	0,880
9 »	38,0	37,5	71,5	75,5	4,0	0,106	0,894
21 »	7,0	8,0	14,0	15,0	1,0	0,125	0,875
» »	15,0	15,5	28,5	30,5	2,0	0,129	0,871
28 Aprile	37,0	33,8	66,1	70,8	4,7	0,139	0,861
26 »	38,2	35,0	68,0	73,2	5,2	0,149	0,851
» »	38,8	35,6	69,2	74,4	5,2	0,146	0,854
24 »	163,25	141,0	286,0	304,2	18,2	0,129	0,871
» »	141,0	98,0	228,0	239,0	11,0	0,112	0,888
25 »	170,5	144,0	297,5	314,5	17,0	0,118	0,882
» »	170,5	96,5	254,0	267,0	13,0	0,134	0,866
» »	144,0	86,5	219,5	230,5	11,0	0,127	0,873
» »	96,5	69,0	158,5	165,5	7,0	0,101	0,899
					Medio	0,13	0,87

Risulta dalle esperienze sovra esposte che una fiamma poco luminosa avente la grossezza di un centimetro assorbe $\frac{13}{100}$ dei raggi provenienti da altre fiamme; ossia del totale raggiamento inviato da una fiamma attraverso un'altra fiamma di eguale natura avente un centimetro di grossezza, solamente $\frac{87}{100}$ può emergere da questa: o ciò che torna lo stesso, i coefficienti di assorbimento e di trasparenza delle fiamme poco luminose dei beccucci di Bunsen per la grossezza di un centimetro sono rispettivamente rappresentati dai due numeri 0,13 e 0,87 [1].

§ 3. *Calcolo dell' intensità del raggiamento termico delle fiamme azzurrognole.*

Passiamo ora a calcolare il raggiamento termico inviato da una fiamma grossa un centimetro a traverso un foro circolare del diametro di un centimetro sulla faccia della pila termoelettrica situata alla distanza di 107,17 centimetri dal diaframma.

[1] Io aveva già compiuto le mie esperienze quando mi fu dato di leggere gli studî di Allard, *Sulla trasparenza delle fiamme luminose*. Le sue esperienze si riferiscono non al raggiamento termico, ma al luminoso e vennero naturalmente eseguite con metodo ottico. Per un centimetro di grossezza egli ha trovato pel coefficiente di trasparenza luminosa i valori 0,72; 0,80; 0,86. Veggasi, *L'intênsité et la portée des Phares* par M. E. Allard. Paris, 1876.

Il potere emissivo termico delle fiamme è così piccolo che per avere una sufficiente deviazione alla bussola è necessario di tenere la pila termoelettrica ad una piccola distanza dal foro del diaframma. Invece le costanti della formola da me stabilita, furono, come già si disse, calcolate nella supposizione che la faccia della pila sia situata ad una distanza di 107, 17 volte maggiore del diametro del disco raggiante. Convenne dunque fare un calcolo di riduzione sui risultati delle singole osservazioni. Riferirò il calcolo per una di esse.

Nell'esperienza del 7 maggio la deviazione ottenuta fu 12, 5, essendo la pila situata alla distanza di 134 millimetri dal foro del diaframma del diametro di 10 millimetri. Se la pila fosse stata collocata alla distanza di 10 × 107, 17 millimetri, la deviazione sarebbe stata

$$12{,}5 \cdot \left(\frac{134}{1071{,}7}\right)^2 = 0{,}1954\,;$$

ma essendo la sensibilità della bussola più grande di quella, cui si riferisce la formola, nel rapporto di 1 a 0, 933, si avrebbe la deviazione

$$Y = 0,1954 \times 0,933 = 0,1823.$$

Cioè una porzione di fiamma non luminosa corrispondente ad un tronco di cono, di cui la base anteriore sia un circolo del diametro di un centimetro, e la cui altezza o distanza delle due basi sia pure un centimetro, invia un tal raggiamento termico, che, misurato col mezzo della mia pila termoelettrica collocata alla distanza di 107, 17 centimetri, e della bussola di Wiedemann nelle condizioni in cui si trovava quando vennero eseguite le esperienze sul raggiamento solare, e stabilite le costanti della formola è espresso da $Y = 0,1823$.

Come questa, si fecero molte altre esperienze in giorni differenti, variando la distanza della pila, ma avendo però cura di conservare eguale la pressione del gas e quindi anche sensibilmente costante la grossezza della fiamma, che fu di un centimetro. Come valore medio di diciotto determinazioni risultò

$$Y = 0,1882,$$

del quale ci serviremo in seguito.

§ 4. *Esperienze sulle fiamme luminose bianche.*

Analoghe esperienze vennero fatte sulle fiamme del gas-luce per determinare la loro trasparenza e l'assorbimento esercitato sul raggiamento termico proveniente da fiamme di eguale natura.

Si fece uso di fiamme a ventaglio, cosidette a farfalla. Ne furono collocate due, una dietro l'altra. Ognuna di esse era protetta lateralmente da una custodia metallica avente la forma di parallelepipedo a base rettangolare. Le due faccie parallele alla fiamma distavano circa quattro centimetri e la fiamma per conseguenza si manteneva tranquilla in posizione verticale, occupando la sezione mediana della custodia. In ognuna di quelle due faccie era stato praticato un foro circolare di grandezza differente: il diametro del foro anteriore era minore di quello del posteriore. Così era tolta la causa di errore che avrebbe potuto derivare dalla riflessione della faccia posteriore. Siccome le fiamme erano due, e due quindi le custodie, quattro erano i fori circolari coi centri allineati sulla medesima orizzontale: il primo foro aveva

il diametro di un centimetro, gli altri dei diametri successivamente crescenti, in guisa che da qualunque punto della pila termoelettrica guardando attraverso il primo foro si vedeva lo spazio libero, quando non era accesa alcuna fiamma, e appariva poi il campo totalmente illuminato, quando ardeva l'una o l'altra delle fiamme. Si ebbe cura di collocare queste a tale altezza, che nel campo apparisse la parte bianca splendente della fiamma, e perciò come fiamma posteriore si fece uso di una di quelle fiamme a farfalla che hanno maggiori dimensioni.

Uno schermo a doppie pareti metalliche munito di fori opportuni proteggeva la pila dall'irradiamento della faccia anteriore della prima custodia.

Ci limiteremo a riferire una sola esperienza, quantunque ne siano state fatte parecchie, le quali diedero risultati pressochè identici. La pila era collocata alla distanza di 117 millimetri dal primo foro circolare del diametro di un centimetro e si ebbero le seguenti deviazioni alla bussola:

I.ª fiamma.	21,25	divisioni
II.ª »	21,75	»
Tutte due le fiamme .	41,75	»

Se non vi fosse stato assorbimento alcuno, il raggiamento complessivo delle due fiamme avrebbe dovuto dare alla bussola una deviazione eguale a 43,0 divisioni. Dunque l'assorbimento prodotto dalla prima fiamma sui raggi provenienti dalla seconda è rappresentato da

$$\frac{1,25}{21,75} = 0,057,$$

e per conseguenza la trasparenza della fiamma è data dal numero

$$0,943.$$

Ossia se il raggiamento termico proveniente da una fiamma di gas-luce avesse una intensità eguale a 1000, e dovesse attraversare una fiamma di gas-luce della grossezza posseduta dalla prima fiamma, all'emersione da questa l'intensità del raggiamento diverrebbe solamente 943, mentre una quantità di raggiamento corrispondente all'intensità 57 sarebbe assorbita da quella fiamma.

Era necessario conoscere con sufficiente precisione la grossezza della fiamma. Il mezzo che ci parve migliore, dopo varie prove, è il seguente. Si prende un sottile cilindro di grafite (più sottile di quelli che servono da matita) e si introduce normalmente a traverso quella parte della fiamma che è più lucente, e di cui prima era stato misurato il raggiamento. Mantenendolo immobile per pochi istanti quel cilindretto si copre di un anello di nerofumo, la cui larghezza corrisponde alla grossezza della fiamma: sicchè ritirandolo colla debita cautela, si ha poscia un modo comodo di misurare, col mezzo di quella traccia di nerofumo, la grossezza della fiamma. Ripetute prove assai concordanti diedero in media la grossezza di 4 millimetri.

Dunque per una fiamma luminosa della grossezza di 4 millimetri il coefficiente di assorbimento esercitato da essa sui raggi provenienti da fiamme di eguale natura è espresso da

$$0,057,$$

e la trasparenza è rappresentata da

$$0,943.$$

§ 5. *Calcolo della intensità del raggiamento termico delle fiamme bianche del gas-luce.*

Coi dati contenuti nel precedente paragrafo si trova facilmente che se la pila termoelettrica fosse stata collocata alla distanza di 107,17 centimetri dal primo foro, avente il diametro di un centimetro, e se la bussola avesse conservato la primitiva sensibilità le deviazioni lette in luogo di 21,25 e di 21,75, ossia in media in luogo di 21,50 sarebbe stata eguale a 0,24. Con altre esperienze si ebbe 0,25 e 0,26: sicchè puossi ritenere come espressione dell'energia termica del raggiamento inviato da una porzione di fiamma di gas-luce della grossezza di 4 millimetri e che soddisfaccia alle anzidette condizioni (cioè che si sperimenti sulla porzione più lucente bianca della fiamma, e che questa porzione sia di tale grandezza da esser veduta dal centro della pila sotto l'angolo di 31′ 3″, 6) il valore

$$Y = 0,25.$$

§ 6. *Formola atta a rappresentare la intensità del raggiamento in funzione del coefficiente di trasparenza.*

È evidente che al crescere della grossezza della fiamma cresce anche la intensità del raggiamento; in pari tempo devono variare eziandio il totale assorbimento e la trasparenza. Importa di stabilire una formola che possa esprimere l'intensità del raggiamento in funzione della grossezza della fiamma.

A tale intento si potrà considerare la massa gasosa irradiante suddivisa in piccoli strati cilindrici di grossezza infinitesima: chiamando s la sezione sarà $s\,dx$ il volume elementare, essendo x la distanza che separa questo volume elementare dalla superficie anteriore della fiamma (quella rivolta verso la pila termoelettrica). Se si pone eguale ad i la intensità unitaria, cioè la intensità del raggiamento termico prodotto dall'unità di volume della massa gasosa irradiante, sarà $i\,s\,dx$ l'intensità del raggiamento di quel volume elementare. Ma i raggi inviati da questo, prima di uscire dalla fiamma devono attraversare lo strato anteriore x, e se diciamo k il coefficiente di trasparenza, il raggiamento del volume elementare, allorchè emerge dalla fiamma, sarà ridotto al valore

$$i\,s\,dx.\ k^x$$

L'intensità del raggiamento totale della fiamma, la cui grossezza sia ε verrà data da

$$Y = \int_0^\varepsilon i s k^x dx,$$

$$Y = i s \frac{1 - k^\varepsilon}{-\log h k},$$

e ponendo per brevità $i\,s = a$

$$Y = a\,\frac{1 - k^\varepsilon}{-\mathrm{lgh}.k}. \qquad \text{B)}$$

§ 7.

Applichiamo ora questa formola ai risultati delle fatte esperienze.

a) Fiamme azzurrognole. — Per $\varepsilon = 1$ centim. si ottenne

$$k = 0,87, \qquad Y = 0,1882;$$

si ricava facilmente

$$a = 0,20153.$$

Dalla formola stessa si ottengono i valori corrispondenti alle varie grossezze. Per esempio per $\varepsilon = 2$; $Y_2 = 0,3519$.

Or bene, le esperienze fatte sul raggiamento simultaneo di due fiamme a ventaglio della grossezza di un centimetro cadauna, e disposte una dietro l'altra al di là del solito diaframma nelle condizioni accennate nel § 2, diedero come risultato medio di sei esperienze

$$Y_2 = 0,354.$$

Similmente per $\varepsilon = 3$ la formola dà

$$Y_3 = 0,4952$$

e colla diretta esperienza si ottenne in media

$$Y_3 = 0,493.$$

Ciò prova che la formola rappresenta assai bene il fenomeno.

b) Fiamme luminose. — Per le fiamme luminose del gas-luce aventi la grossezza di 4 millimetri, abbiamo trovato

$$Y = 0,25 \qquad k_1 = 0,943.$$

Dalla formola, sostituendo questi valori, e ritenendo per ora eguale all'unità lo spessore di 4 millimetri, si ricava

$$a_1 = 0,25741.$$

Allo scopo di poter fare gli opportuni confronti colle fiamme azzurrognole sarà utile di calcolare il valore del coefficiente di trasparenza k di una fiamma luminosa la cui grossezza fosse un centimetro. Si ottiene facilmente che in tal caso dovendo essere

$$0,943 = k^{0 \cdot 4},$$
$$k = 0,8635,$$
$$a = 0,6435.$$

Dunque il coefficiente di trasparenza di una fiamma di gas-luce della grossezza di un centimetro pel raggiamento termico proveniente da fiamma di egual natura è espresso dal numero $K = 0,8635$, quasi identico al valore 0,87 che abbiamo trovato pel caso delle fiamme azzurrognole.

Sembra quindi legittima la conclusione che: *Le fiamme luminose bianche e le fiamme azzurrognole poco luminose, a parità di grossezza, sono egualmente trasparenti pel raggiamento termico proveniente rispettivamente da fiamme della stessa natura.*

E considerando che l'Allard in una delle Serie di esperienze da lui fatte trovò quale espressione del coefficiente di trasparenza ottica delle fiamme luminose il valore 0,86, ci sembra di essere quasi autorizzati a concludere *l'eguaglianza di trasparenza termica e luminosa delle fiamme, siano esse molto o poco luminose,* purchè i raggi che le attraversano provengano da fiamme della stessa natura.

Il valore del coefficiente di trasparenza dovrebbe essere rappresentato con sufficiente esattezza dal numero 0,865.

§ 8. *Potere emissivo termico delle fiamme.*

Coll'aumentare della grossezza ε aumenta necessariamente la intensità Y_ε del raggiamento. In causa dell'assorbimento gli aumenti di intensità si vanno facendo di mano in mano minori, come lo indica la formola (B), e i valori di Y convergono verso un limite, che praticamente viene ben presto raggiunto, sebbene in teoria non lo si abbia che allorquando la grossezza ε è infinita. Per dare un'idea del modo rapido col quale al crescere della grossezza della fiamma i valori della intensità del raggiamento si avvicinano al valore limite, basterà citare alcuni di questi valori, ricavati col mezzo della formola (B).

Grossezza della fiamma espressa in cent.i	Intensità del raggiamento termico Y_ε	
	fiamme luminose bianche	fiamme azzurrognole poco luminose
1	0,5985	0,1882
2	1,115	0,3519
8	3,023	0,9726
10	3,375	1,088
20	4,152	1,359
80	4,38436	1,4476
100	4,3844	1,4477
∞	4,3844	1,4477

Dal precedente prospetto apparisce ad evidenza che una fiamma della grossezza di un metro ha già in pratica raggiunto il limite massimo dell'intensità del suo raggiamento, perchè coll'aumentare più oltre la grossezza non si apporterebbe un sensibile aumento all'intensità. Ne consegue che una fiamma, che abbia la grossezza maggiore di un metro è atermica per tutti i raggi provenienti da altra fiamma di egual natura.

Il limite massimo di intensità del raggiamento termico ha il valore 4,3844 per le fiamme bianche del gas-luce, e 1,4477 per le fiamme azzurrognole poco luminose dei bruciatori di Bunsen.

Vale a dire se le due fiamme avessero una grossezza infinita (od anche, senza che vi sia sensibile divario, solamente una grossezza maggiore di un metro) il loro raggiamento termico inviato sulla mia pila termoelettrica produrrebbe sulla bussola di Wiedemann da me adoperata le deviazioni suindicate, ritenuto che le fiamme abbiano davanti un diaframma con foro circolare, che la pila termoelettrica sia ad una distanza da esso eguale a 107,17 volte il diametro del foro, e che al di dietro del diaframma la fiamma sia talmente larga da apparire vista da qualunque punto della pila termoelettrica sotto l'angolo di 31′ 3″, 6.

Si può ora indagare qual temperatura dovrebbe avere un disco di nero fumo collocato ad una distanza dalla pila termoelettrica eguale a 107,17 volte il proprio diametro per produrre un raggiamento termico di intensità eguale al limite massimo del raggiamento delle fiamme luminose del gas-luce, cioè $Y = 4,3844$.

Dalla formola (A), supposto che la temperatura dell'ambiente sia 15° C, e che quindi sia $\theta = 288°$, si ricava

$$t = 1188°.$$

Nella mia Memoria *Sulla temperatura delle fiamme* [1] è stampato « che nelle fiamme luminose a ventaglio nello strato sottile ceruleo esterno la temperatura è di circa 1300°, ma lo strato interno luminoso ha una temperatura di circa 1150° C ». La temperatura media della fiamma essendo in essa lo strato luminoso molto più grosso di quello ceruleo che lo avvolge, deve essere più vicina ai 1150° che non ai 1300°, e perciò molto vicina ai 1188° ottenuti dalla formola.

Mi sembra quindi debbasi ammettere che il raggiamento termico di una fiamma luminosa bianca (che produce uno spettro continuo) di grossezza infinita eguaglia la intensità del raggiamento di una superficie solida dotata del massimo potere emissivo, collocata nel posto ove giace la superficie anteriore della fiamma e avente pari grandezza.

Propongo di chiamare *potere emissivo assoluto termico* di una fiamma il rapporto fra l'intensità del raggiamento di una fiamma della stessa natura e di grossezza infinita, e l'intensità del raggiamento termico inviato da una superficie solida dotata dal massimo poter emissivo, avente grandezza e posizione pari a quella della superficie anteriore della fiamma, e una temperatura eguale alla media temperatura della fiamma medesima.

Nel caso della fiamma bianca del gas-luce abbiamo veduto che $Y = 4,344$ rappresenta il raggiamento della fiamma di grossezza infinita, e che lo stesso valore rappresenta anche la intensità del raggiamento inviato da un disco di nero fumo avente pari grandezza e la temperatura da 1188°, che può essere considerato appunto come temperatura media della fiamma. Ne consegue che il *potere emissivo termico assoluto* delle fiamme luminose bianche è eguale all'*unità*.

Quanto alle fiamme azzurre del bruciatore di Bunsen, il limite massimo del raggiamento, corrispondente alla fiamma di grossezza infinita, è $Y_\infty = 1,4477$.

Nell'accennata mia Memoria *Sulla temperatura delle fiamme* al § 3 leggesi che la temperatura dello strato violaceo è di circa 1250°. Un disco di nerofumo che avesse la temperatura di 1250° invierebbe un raggiamento la cui intensità sarebbe

$$Y_1 = 4,4969,$$

come si ricava facilmente dalla formola.

Si avrà dunque

$$\frac{Y}{Y_1} = \frac{1,4477}{4,4969} = 0,3219.$$

Il *potere emissivo termico assoluto* delle fiamme azzurrognole offerte dai bruciatori di Bunsen è dunque rappresentato dalla frazione

$$0,3219.$$

(1) Vol. III degli Atti del R. Ist. ven. (1877).

Il *potere emissivo termico relativo* di una fiamma di determinata grossezza ε sarà rappresentato dal rapporto fra l'intensità del raggiamento di quella fiamma e l'intensità del raggiamento di una superficie di nerofumo avente eguale temperatura. Si può ottenere il valore che rappresenta il potere emissivo termico relativo di una fiamma di determinata grossezza ε, anche cercando prima il rapporto fra il raggiamento di essa e quello che corrisponde al limite massimo (cioè alla fiamma di grossezza $\varepsilon = \infty$) e moltiplicando poscia quel rapporto per il numero che rappresenta il potere emissivo termico assoluto di quella specie di fiamma.

Cerchiamo a modo di esempio, e perchè ne avremo bisogno in seguito, quale è il potere emissivo termico *relativo* di una fiamma azzurrognola di grossezza

$$\varepsilon = 0^{cm}, 4.$$

Dalla formola

$$Y_\varepsilon = a \frac{1 - k^\varepsilon}{- \lg h\, k},$$

nella quale $k = 0,87$, $a = 0,20153$,
si ricava facilmente

$$Y_{0,4} = 0,07844.$$

Si avrà

$$\frac{Y_{0,4}}{Y_\infty} = \frac{0,07844}{1,44777} = 0,05418.$$

Il potere emissivo assoluto per questa specie di fiamma fu trovato $= 0,3219$. Dunque si avrà che il potere emissivo relativo alle fiamme di grossezza $\varepsilon = 4^{mm}$ è rappresentato dal prodotto

$$0,05418 \times 0,3219 = 0,01744.$$

Questo stesso valore si sarebbe ottenuto, come è evidente, facendo il rapporto fra il raggiamento $Y_{0,4} = 0,07844$ della fiamma di grossezza $\varepsilon = 0^{cm}, 4$ e il raggiamento $Y_1 = 4,4969$ di un disco di nero fumo avente la temperatura media della fiamma che è di 1250°.

Una fiamma azzurrognola e poco luminosa, avente la grossezza di 4 millimetri emette un raggiamento termico che è solamente circa 17 millesimi del raggiamento che invia una superficie solida dotata del massimo potere emissivo e portata alla temperatura media della fiamma, ossia il nerofumo emette a parità di temperatura un raggiamento che è $\frac{1}{0,01744} = 57,73$ volte maggiore in intensità di quello inviato dalla detta fiamma.

Se la fiamma fosse luminosa bianca, come quella del gas-luce ed avesse la stessa grossezza $\varepsilon = 4^{mm}$, il suo raggiamento sarebbe $Y_{0,4} = 0,25$, mentre il nero fumo portato alla temperatura di 1188°, media temperatura della fiamma darebbe

$$Y_1 = 4,384.$$

Il potere emissivo relativo di una fiamma luminosa bianca, avente la grossezza $\varepsilon = 4$ millimetri, è adunque

$$\frac{0,25}{4,384} = 0,057,$$

cioè a parità di temperatura il nero fumo emette un raggiamento di intensità $\frac{1}{0,057} = 17,54$ volte maggiore di quello emanato dalla fiamma.

PARTE II.

Sulla temperatura delle estremità polari dei carboni nell'atto che producono la luce elettrica e sulla temperatura dell'arco voltaico.

§ 9.

Già il Foucault e il Fizeau nel 1844 avevano notato una differenza sensibile nella grandezza e nello splendore delle superficie incandescenti nei due poli di carbone, dei quali il polo positivo presenta una superficie più estesa e più brillante del polo negativo ([1]). Era naturale lo ammettere che anche le temperature di quei due poli fossero diverse, e questa è oramai una cosa ritenuta come certa. Ma nessuno ch'io sappia è riuscito fin'ora a misurare ed esprimere in gradi la temperatura dei due poli di carbone, e a dare quindi una indicazione numerica della differenza fra quelle due temperature. Ben è vero però che Edmondo Becquerel fino dal 1862 nella sua importante Memoria ([2]), *Sulla irradiazione dei corpi incandescenti*, accennò alcune esperienze da lui fatte per conoscere la temperatura della parte più splendente dei carboni polari, fra i quali scoccava l'arco voltaico generato da una pila di 80 elementi Bunsen di media grandezza, e trovò che quella temperatura non era inferiore a 2070° C nè superiore a 2100° C. Questa determinazione fu fatta con metodo ottico, ammettendo che la legge con cui varia il raggiamento luminoso al variare della temperatura sia identica a quella del raggiamento termico, ed adottando quindi una formola analoga a quella dei signori Dulong e Petit. Ma io ho già dimostrato che quella formola non è applicabile alle temperature elevate ([3]), e quindi i numeri dati dal Becquerel non possono essere accolti con piena fiducia.

Quanto alla temperatura dell'arco voltaico nulla si sa di preciso tranne che essa è elevatissima e che il platino vi si fonde come fosse cera collocata in una fiamma. Come già dissi in principio, nella comunicazione fatta all'Istituto veneto ho già dato

([1]) *Recueil des travaux scientifiques* de Léon Foucault. Paris 1878, pag. 87. C. R. de l'Ac. de Sc. T. XVIII, pag. 746—880.

([2]) Ann. de chim. et de phys. 1863. Tom. LVIII pag. 139.

([3]) Veggasi la mia Memoria: *Indagini sperimentali sulla temperatura del sole*. R. Acc. dei Lincei 1878.

un'indicazione sommaria del metodo usato nella ricerca della temperatura dei due carboni, e déi risultati ottenuti. Qui credo opportuno di diffondermi maggiormente, tanto più che in appresso feci un'altra serie di esperienze, misurando anche la intensità della corrente voltaica al momento della produzione della luce elettrica.

§ 10.

La maggiore difficoltà da superare in queste indagini è quella di limitare la superficie raggiante e di misurarla con esattezza. Sono riuscito a vincerla per modo che ad ogni esperimento io poteva a mio talento inviare alla pila termoelettrica i raggi emanati dalla punta del carbone positivo, o del negativo o del solo arco voltaico, o di tutte e tre queste sorgenti luminose, e, ciò che importa, ad ogni esperimento potevasi misurare con grande precisione la grandezza della superficie raggiante. Ecco in qual modo:

Io feci uso in queste indagini di due regolatori della luce elettrica, di quello del Foucault costruito dal Duboscq, e più di frequente di quello dell'Archereau. In entrambi i due bastoncini di carbone sono verticali. Pertanto a limitare la superficie raggiante io collocai in prossimità alle punte dei carboni uno schermo metallico a (Tav. fig. I) con una fessura orizzontale, la cui altezza nel senso verticale misurata colla macchina divisoria, era di mill. 3,60, e nelle ultime esperienze di mill. 2,58. Nel senso orizzontale la fessura era larga 15 mill. Altri due schermi metallici b, c, con fessure allineate orizzontalmente, e di altezze alcun poco maggiori, erano posti a piccola distanza dal primo per proteggere la pila termoelettrica da qualsiasi raggiamento estraneo a quello che passava attraverso le fessure.

È facile di comprendere come in questo modo riuscisse limitata la superficie raggiante, e si potesse quindi sperimentare o sul raggiamento proveniente da una porzione del carbone positivo dell'altezza di circa mill. 3,60 o 2,58; o da altrettanta altezza del carbone negativo, o del solo arco voltaico, oppure da una più piccola parte di ciascun carbone, essendo il rimanente del campo occupato dall'arco voltaico.

Per misurare ad ogni esperimento la grandezza della superficie raggiante, collocai dalla parte opposta altri tre schermi a' b' c' muniti di eguali fessure e simmetricamente disposti ed allineati, e, a una distanza dai carboni all'incirca eguale a quella alla quale dalla banda opposta era situata la pila termoelettrica, posi una lente biconvessa, che accogliendo i raggi provenienti dalla luce elettrica, proiettava l'imagine della superficie raggiante sovra uno schermo collocato alla distanza focale coniugata. In questo schermo appariva quindi l'imagine della punta del carbone positivo, o quella del carbone negativo, o dell'arco voltaico solo, o di questo con porzione della punta positiva o della negativa, o infine anche contemporaneamente le due punte e l'arco nel caso che quelle fossero state mantenute ad una distanza minore di 2 o 3 millimetri.

Lo schermo era un foglio di carta quadrigliata, ogni quadretto della quale corrispondeva a 1 mill. quadrato. Con un lapis bene appuntito si poteva segnare di volta in volta il contorno della imagine, la qual cosa riusciva agevole perchè le letture galvanometriche si potevano fare così celermente, che durante quel tempo brevissimo

l'imagine proiettata sullo schermo si manteneva d'ordinario fissa e non mutava di forma. Se ciò accadde qualche volta, quella esperienza venne rigettata e ripetuta.

Per maggior precauzione fu limitata la parte attiva della lente (col mezzo di un diaframma) alla parte centrale della lente stessa, e precisamente ad una porzione di essa pari alla faccia della pila termoelettrica. In tal guisa si poteva esser certi che, mentre un fascio di raggi incidendo sulla faccia della pila termoelettrica produceva un determinato effetto termico misurato alla bussola, un altro fascio di raggi provenienti da superficie di pari grandezza, attraversava la lente e dipingeva sullo schermo la forma e l'area della superficie raggiante aumentata nel rapporto dei quadrati delle due distanze coniugate. In questa maniera si ottiene in vero non già l'area della superficie raggiante, bensì la proiezione di essa sul piano perpendicolare alla retta che riunisce il centro della lente col centro luminoso: ma è appunto questa l'area che importa di conoscere, e che in virtù della nota legge del coseno, rappresenta la superficie raggiante.

Contando poscia il numero dei quadratini occupati dall'imagine, si ha l'area della superficie raggiante espressa in millimetri quadrati, e moltiplicandola per la frazione che rappresenta il rapporto fra il quadrato della distanza della lente dalla sorgente luminosa, al quadrato della sua distanza dallo schermo, si ottiene il valore reale dell'area corrispondente alla superficie raggiante. È il diametro di un circolo di superficie equivalente che conviene moltiplicare per 107,17 per avere la distanza alla quale deve essere collocata la faccia della pila termoelettrica che accoglie il raggiamento. Se la pila si fosse trovata ad una distanza differente da quella, bisogna ricorrere alla legge dei quadrati inversi della distanza per calcolare col mezzo della intensità Y_1 letta alla bussola, il valore Y che si avrebbe avuto qualora la pila fosse stata collocata alla distanza anzidetta come lo richiede l'uso della formola.

§ 11.

Prima di riportare i risultati numerici delle esperienze da me fatte, mi sembra opportuna un'avvertenza. Per quanto piccola sia la superficie raggiante dei carboni, pure è certo ch'essa non possiede una temperatura eguale in tutti i suoi punti. Ciò che si ottiene adunque è la temperatura media posseduta dal carbone nelle parti corrispondenti ai vari punti della superficie raggiante. È evidente che ai punti estremi dei due carboni, là dove sono più assottigliati, la temperatura è più elevata, e per conseguenza la temperatura media risultante deve riuscire tanto più piccola quanto più grande è la superficie raggiante. Questa previsione è pienamente confermata dalle mie esperienze. Una notevole influenza viene esercitata sull'intensità della corrente elettrica, e quindi anche sulla energia degli effetti termici e luminosi dell'arco voltaico dal numero più o men grande delle coppie costituenti la pila, dal modo del loro aggruppamento e dal tempo trascorso dopo che sono caricate. Già il Foucault aveva dimostrato che l'intensità della luce elettrica generata da 80 coppie Bunsen appena montate poteva essere espressa dal numero 238, mentre tre ore più tardi essa discendeva a 159. Scemano del pari gli effetti termici; e quindi a parità di superficie raggiante anche la temperatura dei carboni incandescenti è maggiore quando la pila

è caricata di fresco, che non quando essa è stanca oppure caricata con acidi usati altre volte.

Vedremo però che ove si riesca a determinare la temperatura dei punti estremi dei carboni, questa sembra essere indipendente dalle cause di variazione ora accennate.

Dopo queste considerazioni riuscirà agevole la interpretazione dei risultati contenuti nei seguenti prospetti.

Esperienze del 7 aprile.

N.° d'ordine	Area espressa in mm. q. della superficie raggiante projettata sullo schermo		Lettura alla Bussola	Distanza della pila termoelettrica	Distanze conjugate della lente	Osservazioni
	Carbone positivo	Carbone negativo				
				mm	mm	
I	207	—	77,5	345	413; 1730	Pila di 80 coppie Bunsen di piccolo modello. Fu caricata con acidi che avevano servito il giorno 4 aprile in alcune esperienze preliminari. La temperatura dell'ambiente fu di circa 15 C°
II	—	200	34,5	»	» »	
VI	—	134	29,5	250	» »	
X	186	—	71,0	»	» »	

Nello specchio precedente sono state registrate solamente quelle esperienze nelle quali si ebbe il raggiamento del solo carbone positivo o del solo carbone negativo.

Stimo opportuno d'indicare a mo' d'esempio, il calcolo relativo alla prima esperienza. Moltiplicando per $\left(\frac{413}{1730}\right)^2$ l'area 207 dell'imagine ingrandita, si ha la superficie raggiante $S = 207 \left(\frac{413}{1730}\right)^2 = 11^{mmq},80$. Questa corrisponde all'area di un circolo che ha per diametro $d = 3^{mm},876$. La faccia della pila termoelettrica, che accoglie il raggiamento avrebbe dovuto essere collocata ad una distanza $D = 3,876 \times 107,17 = mm\ 415,4$. Invece la pila era distante soli 345 mm e si ebbe alla bussola la deviazione rappresentata da 77,5 divisioni. Alla distanza D si avrebbe avuto la lettura $Y_1 = 77,5 \left(\frac{345}{415,4}\right)^2 = 53,46$. Colla sensibilità che aveva la bussola quando fu stabilita la formola del raggiamento si avrebbe avuto

$$Y = Y_1 \times 0,933 = 53,46 \times 0,933$$
$$Y = 49,88.$$

Sostituendo questo valore nella formola sopraccennata (A) che esprime l'energia Y del raggiamento in funzione della temperatura assoluta T del corpo raggiante (la qual formola è applicabile senz'altro a questa esperienza, perchè i carboni incandescenti sono al certo dotati del massimo potere emissivo), e ricordando che durante le esperienze la temperatura dell'ambiente oscillò intorno a 15° C, per cui $\theta = 273° + 15° = 288°$, si ricava $T = 3148°$, e quindi $t = 2875°$, C.

Eseguendo un analogo calcolo per le altre esperienze si ottengono i risultati contenuti nel seguente quadro:

N. d'ordine	Area S della superficie raggiante in *mmq.*	Diametro del circolo di area equivalente *d* *mm*	Intensità del raggiamento. Divisioni Y	Temperatura in gradi del Termometro C° *t*	Estremità polari del carbone
I	11,80	3,876	49,88	2875°	Positiva
X	10,60	3,673	52,34	2922	»
II	11,40	3,809	22,98	2184	Negativa
VI	7,637	3,118	30,19	2405	»

Da queste poche esperienze apparisce evidente una notevole differenza di temperatura fra la punta positiva e la negativa dei due carboni; inoltre si vede che quanto più piccola è la superficie raggiante, cioè quanto più sottile è l'estrema punta che invia il raggiamento, tanto più elevata riesce la temperatura di ambedue i poli.

Questi fatti sono comprovati con maggior evidenza ancora dalle esperienze del giorno 18 aprile.

Esperienze del 18 *aprile.*

Furono caricate 160 coppie, delle quali 80 cogli stessi acidi che avevano servito allo stesso scopo nei giorni 4 e 7 aprile. Le altre 80 coppie Bunsen dello stesso modello vennero montate con acidi nuovi. Le misure fatte furono 104. Di queste

dalla 1 alla 7 colle 80 coppie vecchie
» 8 » 24 » 80 » nuove
» 25 » 34 » 160 riunite in tensione
» 35 » 39 » 2 pile da 80 per quantità.

Dopo una sosta di circa un'ora furono ripigliate le esperienze:

dalla 40 alla 56 colle 2 pile da 80 riunite per quantità
» 57 » 63 con 4 pile da 40 disposte per quantità
» 64 » 70 » 2 pile da 80 per quantità
» 71 » 80 colle 160 coppie per tensione
» 81 » 88 con 120 » » »
» 89 » 95 » 80 » » »
» 96 » 101 » 60 » » »
» 102 » 104 » 40 » » »

Si fece uso del regolatore Archereau dalla 1 fino alla esperienza 39 con carboni sottili, dalla 40 alla 63 con carboni assai grossi (11 mill.) e poco compatti; dalla 64 fino all'ultima con carboni sottili (6 mill.)

	Distanza della pila termo-elettrica	Distanze coniugate dalla lente
Dalla 1 alla 40	mm. 460	mm. 415 e 1620 mm.
» 40 » 64	» 415	» » » »
» 64 » 104	» »	» 412 1670 »

Nei seguenti prospetti si mettono a confronto i risultati delle esperienze fatte col solo polo positivo e col solo negativo.

Pila di 80 coppie.

Numero	Carbone Polo	Area imagine S	Superficie raggiante *s*	Diametro *d*	Raggiamento Y	Temperatura *t*	Osservazioni
		mmq.	mmq.	mm			
13, 14, 15	positivo	426	27,97	5,967	29,97	2400°	80 coppie nuove appena montate.
24	»	340	22,31	5,330	48,71	2849	
22	»	110	7,22	3,032	97,35	3633°	
21	»	92	6,037	2,774	119,8	3906	
8, 9, 10	negativo	274	97,98	4,785	23,92	2213°	
3, 4, 5	positivo	142	9,318	3,366	32,16	2460	80 coppie vecchie.
7	negativo	108	7,087	4,004	18,14	2004	
93	positivo	260	16,09	4,527	39,20	2639	80 coppie nuove sei ore dopo caricate.
97	negativo	234	14,48	4,294	19,35	2050	
2 Pile da 80 coppie riunite per quantità							
44	positivo	522	34,26	6,604	31,44	2440°	Carboni assai grossi
45	»	373	24,48	5,583	48,32	2841	» » »
66	»	321	19,87	5,030	63,60	3131	» sottili
35, 36	»	294	19,29	4,956	66,82	3187	» »
65	»	242	14,98	4,367	81,06	3409	» »
64	»	153	9,47	3,472	88,76	3518	» »
56	negativo	326	21,39	5,219	21,55	2138	» assai grossi
40	»	226	14,83	4,346	27,41	2323	» » »
69, 70	»	195	12,36	3,966	34,919	2532	» sottili

§ 12.

I numeri dell'ultima colonna dei precedenti prospetti dimostrano chiaramente la differenza di temperatura fra le due estremità polari dei carboni — la maggior temperatura dei punti estremi dei due carboni — l'influenza dell'intensità maggiore o minore della corrente elettrica.

Non ebbi il comodo in queste esperienze di misurare la intensità della corrente elettrica: ma a dare un'idea del modo con cui varia l'intensità del raggiamento al variare della intensità della corrente potranno giovare le seguenti esperienze fatte il giorno 7 aprile. Da prima si fece uso del regolatore Archereau collocando in prossimità all'arco polare un diafragma munito di foro circolare del diametro di 10 mill.

Il raggiamento inviato sulla pila collocata alla distanza di 412 mill. proveniva dalle punte dei due carboni e dell'arco voltaico.

Si ebbe allora

Numero delle coppie	Lettura alla bussola
80	196
70	174
60	110
50	80
40	62

Nello stesso giorno 7 furono eseguite alcune esperienze con diafragma protetto da doppie pareti metalliche, aventi il foro circolare del diametro di 5 mill. La distanza della pila era di 476 mill. Si ebbero i seguenti risultamenti dal raggiamento totale delle punte dei due carboni e dell'arco voltaico attraverso il suddetto foro circolare.

Numero delle coppie	Lettura alla Bussola	Intensità del raggiamento	Temperatura media
80	51,0	45,59	2784°
70	39,2	35,04	2536
60	31,0	27,76	2334
50	26,0	23,24	2190

I numeri dell'ultima colonna rappresentano la temperatura media della superficie raggiante. Ora siccome questa superficie era costituita dalle due punte polari dei carboni, e dall'arco voltaico, e siccome il potere emissivo di questo è assai piccolo, così è certo che quelle temperature calcolate col mezzo della formola (A) sono più basse delle temperature effettive. Tuttavia quei numeri fanno vedere con qual proporzione all'incirca varii la temperatura al variare del numero delle coppie.

§ 13.

I risultati contenuti nei precedenti prospetti furono comunicati al R. Istituto veneto nella seduta del 5 maggio. Da essi vennero dedotte queste conseguenze:

I. Che il polo positivo del carbone all'atto della produzione della luce elettrica ha sempre una temperatura notevolmente superiore a quella del polo negativo.

II. Che queste temperature variano al variare dell'intensità della corrente (s' intendono le temperature medie d'una porzione della parte incandescente dei carboni).

III. Che sono tanto più elevate, quanto più piccola è la superficie raggiante, ben inteso che in essa sia compresa la estrema punta.

IV. Che pel polo negativo si ebbe una temperatura minima di 2138° C, essendo la superficie raggiante piuttosto grande, ed una porzione di essa poco lucente: come massimo si ebbero 2532° C essendo la superficie raggiante circa metà della precedente (lo che fa supporre che la temperatura dell'estrema punta polare negativa sia ancor più elevata).

V. Che pel positivo si ebbe come temperatura minima 2400° C, essendo il carbone molto grosso e la superficie raggiante assai estesa; e come temperatura massima 3900° allorchè il carbone era sottile e la superficie raggiante minore della quarta parte di quella corrispondente alla minima temperatura.

VI. Che si può ritenere non minore di 2500° la temperatura della punta polare negativa e non minore di 3900° quella dell'estremità polare positiva dei due carboni.

§ 14. *Esperienze del* 12 *maggio.*

Un'ultima serie di esperienze venne eseguita il 12 maggio. Si ebbero in mira due scopi. Uno fu quello di ridurre piccolissima la superficie raggiante, in modo da determinare in siffatta guisa la massima temperatura raggiante dalle punte polari dei carboni. Si fece uso perciò di carboni assai sottili.

L'altro scopo fu quello di misurare l'intensità della corrente somministrata dalla pila di Bunsen sia allorchè le punte dei carboni erano a contatto, come allorquando essendo distaccate, scoccava fra esse l'arco voltaico.

Si ottennero queste misure nel seguente modo:

Misura dell' intensità della corrente fornita dalla pila del Bunsen.

La corrente che produceva la luce elettrica era troppo intensa per poter essere direttamente misurata da un comune reometro, e perciò si ebbe ricorso a una derivazione. Nel circuito della pila venne inserito un filo assai grosso PR (Tav. fig. II), di cui si era determinata con cura la resistenza r. Dalle estremità di questo conduttore si fecero partire due porzioni di filo di rame, che insieme ad un reostato e ad un reometro formavano una derivazione, la cui resistenza r_2 era nota. Misurando allora col reometro la intensità i della corrente nel ramo derivato si calcolava facilmente la intensità totale della corrente mediante la nota formola.

$$I = i\left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right).$$

Onde sottrarre l'ago del reometro all'azione perturbatrice della corrente I, il reometro stesso era posto a notevole distanza dai fili che conducevano la corrente principale. Durante il passaggio della corrente per l'arco voltaico, l'intensità i non si manteneva rigorosamente costante, ma oscillava intorno ad un valor medio, che era facile determinare, e che serviva di base al calcolo di I. Il reometro era stato graduato con cura mediante elettrolisi del solfato di rame. Le intensità esposte nei quadri seguenti sono espresse in unità Jacobi.

La fig. II dimostra la disposizione delle esperienze per eseguire le quali occorrevano quattro sperimentatori. Uno presso il regolatore per portare nel campo della fessura la punta positiva o negativa, o il solo arco voltaico: un secondo per segnare sullo schermo i contorni dell'imagine della superficie raggiante proiettata dalla lente: un terzo presso il reometro per misurare la intensità i della corrente derivata: e un quarto presso la bussola del Wiedemann, che era collocata in una stanza assai discosta per poter misurare senza perturbazioni l'intensità della corrente termoelettrica generata dal raggiamento incidente sulla pila termoellettica [1].

[1] Fui coadiuvato in questa esperienza dall'egregio dott. M. Bellati mio primo assistente, dal dott. G. De Lucchi secondo assistente, e dal dott. Romanese allievo di questa Scuola Pratica di fisica.

Le esperienze furono fatte colla corrente fornita da 120 coppie Bunsen di piccolo modello formanti due pile da 60 coppie prima riunite in tensione, poscia aggruppate in quantità. Per non ingombrare soverchiamente con numeri i seguenti quadri, mi limiterò a riferire un piccol numero di esperimenti.

120 *Coppie Bunsen* — *Intensità della corrente senza arco* = 57,83 *U. J.*

N. d' ordine	Carbone Polo	S *mmq.*	*s* *mmq.*	*d* *mm.*	Y	*t* *gradi del termometro centigrado*	Intensità I *Un. Jac.*
1, 11, 16	Positivo	34,7	1,36	1,31	122,0	3931°	31,86
2	»	71,0	2,78	1,88	116,3	3867	32,90
4	»	88,0	3,45	2,10	121,3	3923	32,67
5	»	68,0	2,67	1,84	121,8	3929	32,90
			Medio	d=1,78	Medio	t=3912	
2 *Pile da* 60 *riunite in quantità*: I = 127,78 *U. J.*							
17	Positivo	90,0	3,529	2,12	115,89	3860	55,28
18	»	30,0	1,19	1,22	123,3	3943	60,50
28	»	49,0	1,92	1,56	115,93	3861	58,84
32	»	44,0	1,72	1,48	118,85	3895	61,97
31	»	127,0	4,98	2,52	112,24	3818	59,22
20	»	220,0	8,63	3,31	83,60	3445	69,52
25, 26	Negativo	32,0	1,25	1,26	64,7	3150	63,90
91, 92, 97	»	117,0	4,59	2,42	54,9	2973	64,80

§ 15.

Nel primo dei due quadri precedenti furono inscritte solamente poche esperienze fatte sul raggiamento di una porzione assai piccola dell'estrema punta polare positiva. I diametri dei circoli di area equivalente hanno valori esigui, compresi fra millimetri 1,31 e 2,10. Il valor medio delle quattro esperienze è $d = 1,78$ mill. e vi corrisponde la media temperatura $t = 3912^\circ$ C.

Per le quattro prime esperienze riportate nel secondo quadro i corrispondenti valori medî sono:

$$d = 1,84 \qquad t = 3890^\circ \text{ C}$$

quelle due temperature medie differiscono così poco fra di loro, che si può ritenere il valore $t = 3900^\circ$ C come temperatura dell'estrema punta polare positiva tanto nel primo caso in cui la corrente voltaica aveva un'intensità di 32 Un. Jac., quanto nel secondo caso in cui la intensità era di circa 60 Un. Jac., cioè quasi doppia della precedente.

Sembra adunque che la intensità maggiore o minore della corrente (purchè essa sia sufficiente a far scoccare l'arco voltaico) non influisca sulla temperatura dell'estrema punta, là ove ha origine l'arco; la intensità maggiore della corrente rende incandescente

una più grande estensione del carbone senza aumentare la temperatura dell'estrema punta che ha già raggiunto il massimo valore, il quale sarebbe adunque pel polo positivo di circa 3900 gradi.

Apparisce anche dalle precedenti esperienze che l'estrema punta polare negativa raggiunse la temperatura di 3150 gradi.

Si può dire adunque che l'arco voltaico guizza fra *la punta polare positiva che ha la temperatura di circa* 3900 *gradi, e la punta polare negativa, la cui temperatura è di circa* 3150 *gradi.*

Si vede poi che l'arco voltaico riduce la intensità della corrente alla metà ed anche meno.

§ 16. *Arco voltaico.*

L'arco voltaico che si manifesta fra le due estremità polari dei carboni considerato attentamente presenta la forma di fuso o meglio quella che si suol dare alle botti: esso è limitato cioè da una superficie di rivoluzione generata da un arco di cerchio di raggio piuttosto grande che ruoti a piccola distanza intorno ad asse parallelo alla corda dell'arco medesimo, asse che è rappresentato dalla retta che congiunge i centri delle parti più splendenti e più calde dei due carboni. Le sezioni dell'arco voltaico normali all'asse sono adunque circolari, alquanto maggiori quelle corrispondenti alla parte mediana rigonfia, che non le altre più prossime ai carboni ove l'arco si fa alquanto più stretto.

Quando l'intensità della corrente voltaica è grande, l'arco è più grosso; diventa più sottile se la corrente è poco intensa, o quando esso si fa più lungo per causa dell'allontanamento dei carboni. Nelle mie esperienze la maggior grossezza dell'arco fu di mill. 4,6 e la minore di 2,3.

Ho già detto che debole è la luce inviata dall'arco voltaico, la quale, isolata che sia col mezzo degli schermi a sottile fenditura, ha un colore azzurro purpureo, e analizzata col mezzo dello spettroscopio apparisce ricchissima di linee brillanti, che occupano la parte più rifratta dello spettro, e si estendono anche al di là degli spettri continui che si hanno dalle fiamme luminose bianche. Certamente l'ossigeno e l'azoto dell'aria, i gas componenti il vapor acqueo dissociati per l'altissima temperatura, o forse altri gas o vapori dissociati concorrono a dar origine a quelle linee brillanti che manifestano il grado elevato di calore posseduto dall'arco voltaico. Pure il raggiamento termico è piccolissimo: la qual cosa dipende evidentemente dal piccolo potere emissivo che ha l'arco voltaico in paragone a quello dei carboni incandescenti.

A me parve che l'arco voltaico in ciò che si riferisce al poter emissivo potesse esser paragonato alle fiamme azzurrognole del bruciatore di Bunsen, e perciò mi indussi a fare le indagini sul potere emissivo termico delle fiamme, che ho riferite nella parte I. della presente Memoria. Ho creduto di poter ammettere che a parità di temperatura il numero che rappresenta il potere emissivo relativo delle fiamme azzurrognole, valga anche per l'arco voltaico di egual grossezza: vale a dire che se, per esempio, una superficie solida dotata del massimo poter emissivo e avente la temperatura di 1250° emette un raggiamento d'intensità 57 volte maggiore di quello emanato da una fiamma azzurrognola (la cui temperatura media è appunto 1250°) avente le faccie di superficie eguale a quella, e la grossezza di 4 mill., quella stessa

superficie solida portata alla temperatura dell'arco voltaico emetterà un raggiamento 57 volte maggiore di quello inviato dall'arco voltaico avente la grossezza di 4 mill.

Che questa supposizione sia molto probabile lo provano i risultati che ho ottenuto, e che ora passo ad esporre.

§ 17. *Esperienze.*

Delle molte esperienze fatte sull'arco voltaico mi limito a riferire quelle del 12 maggio, perchè in esse venne anche misurata la intensità della corrente. Tutte le indicazioni sperimentali sono registrate nel seguente prospetto.

Esperienze 12 maggio sull'arco voltaico.

Num. d' ordine	Pila	Un. Jac. Intensità senza arco	Intensità con arco	Grossezza arco	Projezione sullo schermo. Superficie S	Distanze focali mm.	Distanza della pila mm.	Lettura alla Bussola	Y
				mm.					
65, 66	100 coppie	28,37	17,1	2,3	187	2020, 400	347	3,5	2,31
14	120 »	41,92	28,68	2,4	296	»	460	2,5	2,61
29, 30	2 pile da 60	127,74	54,5	3,2	304	»	»	2,75	3,114
8, 9	120 coppie	41,92	29,0	3,6	262	»	»	2,6	3,417
19	2 pile da 60	132,7	58,8	4,0	404	»	»	4,5	3,835
37	»	»	66,4	4,1	351	»	347	7,1	3,963
96	»	»	»	4,6	372	»	»	8,5	4,470

La prima colonna dà il numero d'ordine delle esperienze fatte in quel dì. Se ne fecero 98, ma la maggior parte servirono per indagare la temperatura dei carboni.

La seconda colonna serve a indicare se le 120 coppie furono disposte in serie ovvero aggruppate in due pile da 60 coppie.

La terza colonna dà l'intensità della corrente voltaica espressa in unità Jacobi, allorchè le punte dei carboni erano a contatto.

La quarta dà l'intensità quando scoccava l'arco voltaico.

La quinta dà la grossezza media dell'arco.

La sesta indica l'area occupata sullo schermo dall'imagine dell'arco voltaico proiettata dalla lente.

La settima dà le distanze focali coniugate dalla lente.

L'ottava indica la distanza della pila termoelettrica dall'arco voltaico.

La nona dà la lettura fatta alla bussola.

I numeri contenuti nell'ultima colonna si ottengono col solito calcolo, e rappresentano la lettura Y che si avrebbe fatto alla bussola se la pila fosse stata collocata alla distanza 107,17 volte maggiore del diametro del circolo di area equivalente alla sezione meridiana dell'arco voltaico.

§ 18.

Ora è il momento di applicare all'arco voltaico i risultati delle indagini fatte sul potere emissivo delle fiamme. Chiarirò con un esempio questa applicazione.

Al § 8 si è visto che una fiamma azzurrognola avente la grossezza di cent. 0,4 ha un potere emissivo eguale a 0,01744, ossia che un corpo dotato del massimo

potere emissivo a parità di superficie e di temperatura emette un raggiamento termico la cui intensità è $\frac{1}{0,01744} = 57,73$ maggiore di quella della fiamma stessa.

Ora l'arco voltaico di grossezza uguale a 4 mill., come apparisce dal precedente prospetto, emette un raggiamento $Y = 3,835$. Moltiplicando $Y_{0,4}$ per 57,73 si ottiene il valore Y_1 dell'intensità che avrebbe il raggiamento di un corpo, la temperatura del quale fosse pari a quella dell'arco voltaico, la cui superficie fosse eguale alla sezione meridiana dell'arco, e che fosse dotato del massimo poter emissivo. Così si ottiene

$$Y_1 = 3,835 \times 57,73 = 219,3.$$

Dalla formola (A) si ricava facilmente la temperatura corrispondente, che sarà

$$T = 5088^\circ \text{ temperatura assoluta.}$$
$$t = 4815^\circ \text{ C del termometro centigrado.}$$

Calcolando in simil guisa col mezzo delle formole (B) ed (A) sui dati offerti dal precedente prospetto si avranno i seguenti risultati.

Temperatura dell' arco voltaico.

Grossezza	Raggiamento termico Y	Rapporto tra il potere emissivo unitario e il potere emissivo relativo dell'arco m	Intensità $Y \times m$ Y_1	Temperatura t
2,3	2,310	98,61	222,96	4844
2,4	2,610	94,20	217,60	4804
3,2	3,114	71,24	221,86	4835
3,6	3,417	63,52	217,10	4800
4,0	3,835	57,73	219,3	4815
4,1	3,963	55,97	221,8	4834
4,6	4,470	49,82	222,7	4840
			Media	$t = 4824$C

Un semplice sguardo ai numeri contenuti nell'ultima colonna ci costringe a conchiudere che la temperatura dell'arco voltaico, sia esso sottile o grosso, venga prodotto da una pila di molte coppie disposte in tensione, o aggruppate in quantità, è *costantemente di circa* 4800 *gradi*.

§ 19. *Riepilogo.*

Sarà utile di riepilogare brevemente i risultamenti ottenuti.

1) Grandissima è la trasparenza delle fiamme e corrispondentemente assai piccolo è l'assorbimento da quelle fiamme esercitato sul raggiamento termico che le attraversa.

2) La trasparenza diminuisce, e corrispondentemente cresce l'assorbimento all'aumentare della grossezza della fiamma. Quando la fiamma avesse una grossezza infinita, essa diventerebbe opaca, cioè la trasparenza sarebbe zero; e diverrebbe uguale all'unità l'assorbimento esercitato sui raggi inviati da fiamma di egual natura. Ma però questi limiti vengono quasi raggiunti per grossezza non molto grandi.

Già una fiamma che abbia la grossezza di un metro si può riguardare come opaca pei raggi termici d'egual natura. Se il raggiamento proviene da fiamma di egual natura, e la fiamma attraversata ha la grossezza di un centimetro, i coefficienti di trasparenza e di assorbimento sono rispettivamente rappresentate dai numeri 0,865, 0,135 tanto per le fiamme azzurrognole poco luminose dei bruciatori di Bunsen, quanto per quelle luminose bianche prodotte dal gas-luce.

3) La formola $Y = a \frac{1 - k^{\varepsilon}}{\text{logh.} k}$ dà l'intensità del raggiamento termico inviato dalle fiamme di qualunque grossezza ε.

In essa il coefficiente di trasparenza è $k = 0{,}865$ purchè la grossezza sia espressa in centimetri. a è una quantità costante il cui valore dipende dalla natura della fiamma.

4) Il potere emissivo termico assoluto della fiamma bianca offerta dal gas-luce (raggiamento della fiamma di grossezza infinita) paragonato al raggiamento termico del nerofumo portato alla temperatura media della fiamma, è eguale all'unità.

Il potere emissivo termico assoluto delle fiamme azzurrognole ottenute nei bruciatori di Bunsen è rappresentato dalla frazione 0,3219 cioè è circa un terzo del potere emissivo delle fiamme luminose bianche.

5) Il potere emissivo relativo di una fiamma di determinata grossezza si può ottenere col moltiplicare il rapporto fra l'intensità del raggiamento di quella fiamma all'intensità massima (cioè all'intensità del raggiamento inviato da una fiamma della stessa natura avente una grossezza infinita) per il numero che rappresenta il potere emissivo termico assoluto di quella specie di fiamme.

Una fiamma azzurrognola che abbia la grossezza di 4 mill. ha il suo potere emissivo termico relativo espresso da 0,01744; cioè il nerofumo portato a quella temperatura avrebbe un raggiamento la cui intensità è $\frac{1}{0{,}01744} = 57{,}73$ volte maggiore di quella del raggiamento inviato da quelle fiamme.

6) La luce elettrica è data dal raggiamento dei carboni incandescenti, e dell'arco voltaico che scocca fra le estremità polari dei carboni. Quelli danno luce bianca, questo una luce azzurro-purpurea; l'insieme un bianco azzurrognolo.

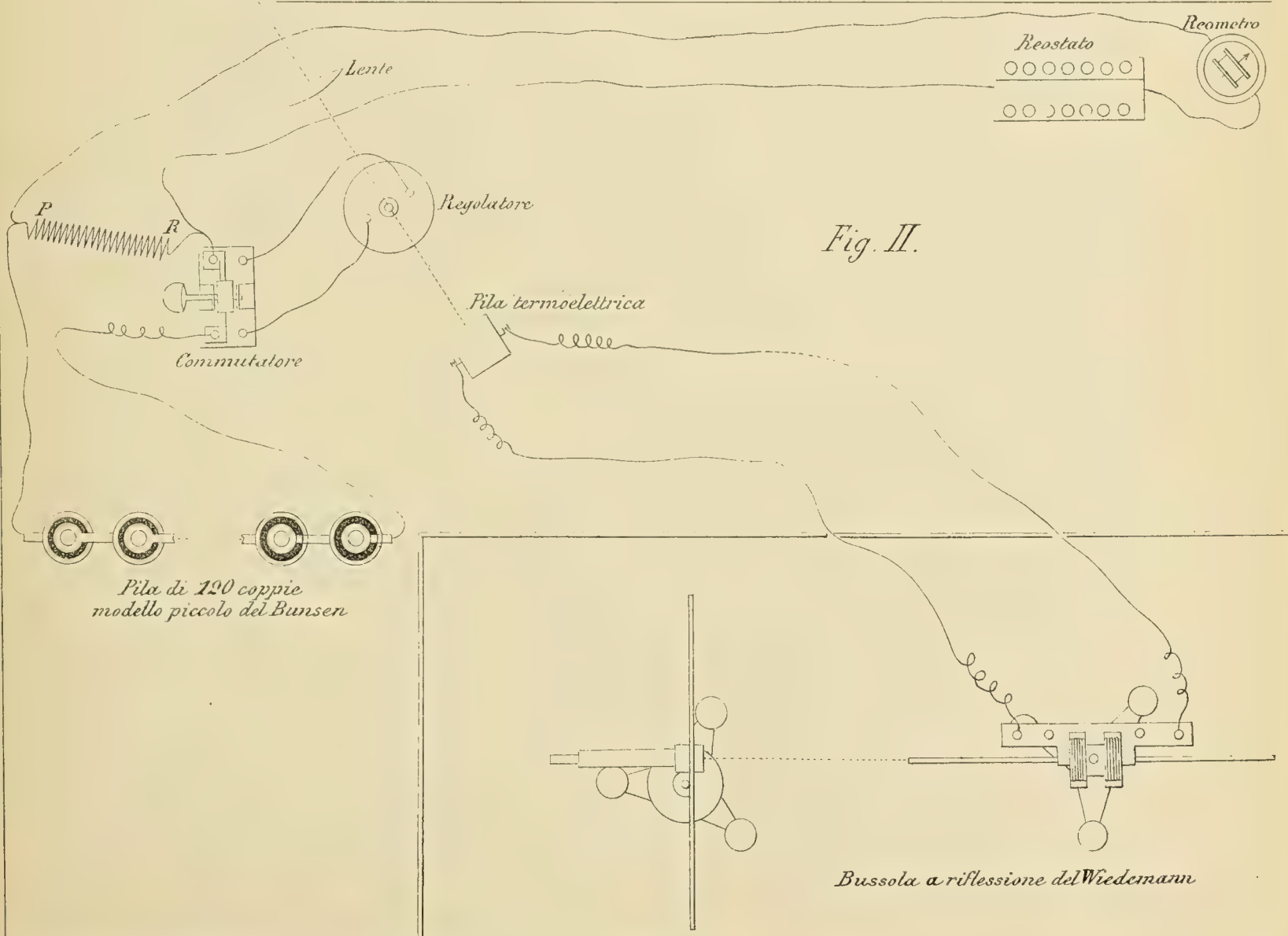
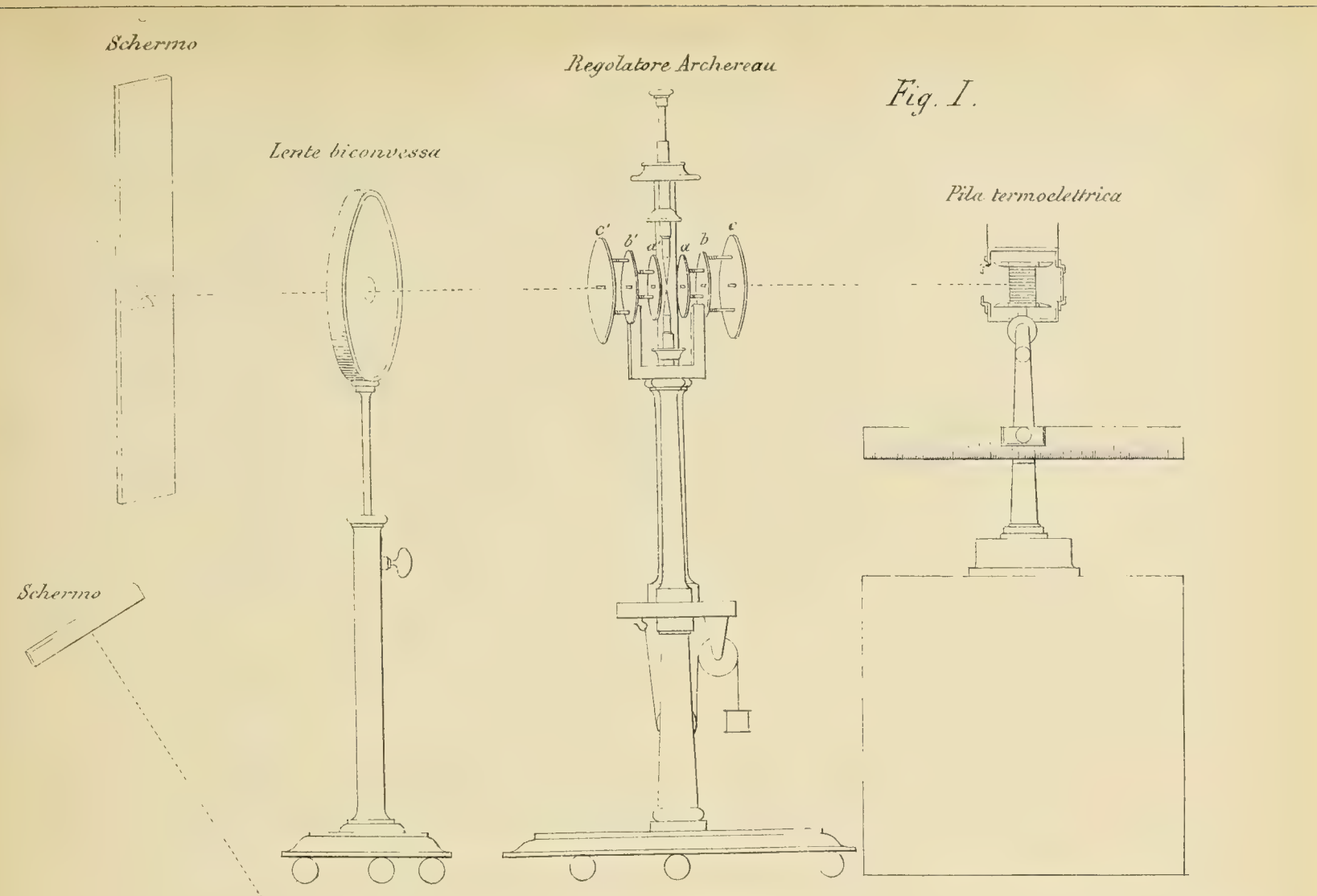
7) Le due estremità polari dei carboni hanno una temperatura notevolmente differente. Il loro grado di temperatura si può ottenere dalla formola

$$Y = m\,T^2\,(T - \Theta) - n\,(T - \Theta)$$

ammettendo che i carboni abbiano il potere emissivo massimo.

8) L'arco voltaico ha un potere emissivo termico assai piccolo, e paragonabile a quello delle fiamme azzurrognole offerte dai bruciatori del Bunsen. La temperatura dell'arco può esser ricavata dalla formola stessa introducendo in essa il valore del potere termico emissivo dell'arco voltaico relativo alla sua grossezza.

9) Dalle molte esperienze fatte risulta che l'estrema punta polare positiva del carbone raggiunse la temperatura di 3900 gradi circa, la punta polare negativa la temperatura di circa 3150 gradi, e l'arco voltaico che guizza fra quelle due punte ebbe costantemente la temperatura di circa 4800 gradi qualunque fosse la grossezza dell'arco, e la intensità della corrente.

Lit. Bruno e Salomone, Roma

Studî intorno ad alcuni Cranî Araucanos e Pampas appartenenti al Museo Nazionale d'Antropologia e di Etnologia in Firenze.

Memoria del dott. PAOLO RICCARDI

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia
nella seduta del 1 giugno 1879.

Gli Araucani, secondo Otto Henne-Am Rhyn [1], sarebbero un popolo di circa un quarto di milione, posto al sud del Chile, formante uno stato in parte indipendente e in parte unito alla Repubblica del Chile: dimorerebbero sopra una superficie di 1500 miglia q. confinante al nord col fiume Bio-Bio, al sud col fiume Gallacallay, all'est colle Cordigliere e all'ovest col grande oceano.

Il de Moussy, invece, nel dare alcune notizie intorno agli Indiani del sud, fa subito notare che le Ande non sono che una debole barriera di divisione fra le tribù Araucane che abitano l'Araucania e gli Araucani Pehuenches che abitano il versante orientale delle Ande; non solo, ma anche la vasta regione della Pampasia argentina, compresa tra le Ande, il Rio Negro, le frontiere delle provincie di Buenos-Aires, Santa Fè, Cordova, San Luigi e Mendoza. Questo territorio, di circa 9000 leghe quadrate, è compreso fra il 34° al 40° lat. sud e il 64° al 70° long. occ.

« Le numerose vallate del versante orientale delle Ande, sono occupate dagli « Indiani Pehuenches, i quali comunicano costantemente cogli Araucani dall'altra parte « della Cordigliera, mediante un gran numero di passaggi, conosciuti solo a loro ».

Il territorio degli Indiani del sud ha l'aspetto di un immenso piano coperto d'erba nella regione delle Pampas, e di mimose arborescenti nella parte occidentale: alla parte ovest vi hanno le ramificazioni delle Ande, colle montagne, le vallate, i corsi d'acqua. Fra i fiumi principali si debbono notare il Rio-Negro (*Limay-Leubu* degli Indiani), il Rio Colorado (*Coco-Leubu* degli Indiani), il *Chadi-Leubu*, il *Rio Salado nuevo*, il *Rio Quinto* e diversi laghi e lagune salate (*Salinas grandes*).

La regione delle Pampas presenta un suolo argilloso, sabbioso, dove vi cresce il *Gynerium argenteum*; e a quanto pare, i soli Pehuenches vicini alla provincia di Mendoza e alle Ande, fanno un po' d'agricoltura: tuttavia pare che anche i Ranqueles ne facciano, sebbene la loro vita sia più nomade di quella dei Pehuenches.

[1] Ritter's *Geographisch - Statistiches Lexikon*. Leipzig, 1874.

Degli Indiani del sud, secondo il de Moussy, ve n'hanno di due sorta, considerati dal lato etnologico: quelli che sono nomadi e gli agricoltori: mentre poi e gli uni e gli altri sono divisi in numerose tribù, delle quali parlerò più avanti.

Il signor Giglioli scrive che il nome collettivo dato agli indigeni del Chile propriamente detto, dai coloni spagnuoli è quello di *Araucanos*, che non avrebbe però alcun significato, per la gente che indica.

« Dirò che attualmente gli indigeni che abitano l'estremità australe dell'America « meridionale possonsi classare in tre grandi categorie.

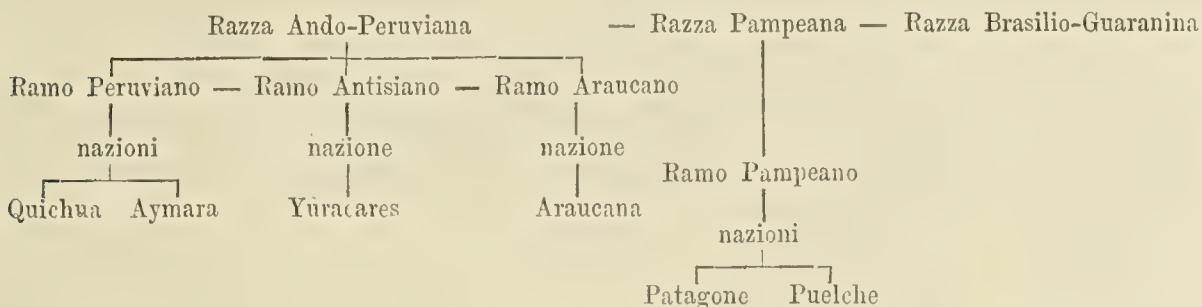
« 1.° Coloro che sono agricoltori e pastori, che esercitano qualche industria e hanno « abitazioni fisse, in altre parole i più civilizzati. Sono di corporatura robusta e di « statura media; l' arma loro più caratteristica è il *lazo*, quindi la fionda e una lunga « lancia; sono dessi che possono chiamarsi collettivamente Araucani o *Mapu-chè*, e vi « dobbiamo includere: i *Molu-chè*, i *Pehuen-chè* o Manzaneros e i *Huilli-chè* [1] trascu- « rando le tribù minori: vivono nel Chilì propriamente detto, al sud del Bio-Bio a « Chilòe, e sui due versanti della porzione corrispondente della Cordillera.

« 2.° Coloro che sono nomadi e posseggono grandi mandrie di cavalli e sono quasi « sempre montati; vivono di caccia e sono usualmente di grande statura; l'arma loro « caratteristica sono le *bolas*, quindi la lunga lancia. Possiamo chiamarli collettiva- « mente *Patagoni*, da dividersi in *Tehuel-chè* meridionali e settentrionali ed in *Penck* « o Pampas: abitano il paese tra la Cordillera e l'Atlantico, tra il Rio Negro e la « sponda settentrionale dello stretto di Magellano, meno alla sua estremità orientale « ove abitano pure quella meridionale, cioè l'estremo oriente della Terra del Fuoco: « credo col Fitzroy che i *Yacana-Kunny* della Fuegia orientale siano di stirpe *Tehuel-chè*; « sarebbero fisicamente identici; non hanno i cavalli, ma prima del 1580 anche i « *Penck* e *Tehuel-chè* non ne avevano.

« 3.° Coloro che sono pure nomadi, ma non hanno cavalli e vagano in canotti; vivono « di pesci, molluschi ed altri prodotti marini, qualche volta anche di caccia; sono « assai abbrutiti dalla fame e dalle tristissime condizioni climateriche, e perciò spesso « piccoli e così mal ridotti da sorpassare i più bassi australiani: l'arma loro caratte- « ristica è l'arco colle freccie appuntate con pietra, quindi corte lancie armate con « osso. Possiamo chiamarli Fuegiani: vivono nei canali e tra le isole e le coste della « Patagonia occidentale, montuose, umide e boschive e su quelle che costituiscono « la Tierra del Fuego: nello stretto di Magellano frequentano le due sponde sino al « capo Froward, ma non più ad oriente. Tra essi vanno posti i *Chonos* e direi proba- « bilmente alcune delle tribù menzionate da Pietas ».

Ciò che mi piace subito di osservare si è che il Giglioli riunisce e ravvicina i *Pampas* ai *Tehuelches*, anzichè ai *Pehuenches* e ciò farà senza dubbio per ragioni etnografiche, in quanto che dal lato antropologico generale (fisico, statura, cranio ecc.) come vedremo, non sarebbe approvato tale avvicinamento.

[1] La confusione a cui ha dato luogo questo termine deriva dal fatto che è sinonimo di *Tehuel-chè* e significa « gente del sud », onde non è solo stato applicato agli Araucani meridionali, ma anche ai Fuegiani.

Il signor Alcide d' Orbigny [1] classifica in questa maniera gli abitanti dell'America.

Al proposito poi delle denominazioni e delle classificazioni, il D'Orbigny dice che il ramo Araucano deve dividersi in:

1.° *Araucani*, indiani dell'occidente delle Ande; sedentarii — che egli suddivide in *Chonos* (sud di Valdivia); in *Araucanos* (paese d'Arauco); in *Pehuenches* (montanari).

2.° *Aucas*, indiani erranti delle Pampas, a l'est delle Ande, che egli divide in *Ranqueles* e in *Chilenos*.

Per cui è subito da notarsi il fatto che i Patagoni o *Tehuelches* sono dal d'Orbigny posti nel ramo Pampeano della razza Pampeana; mentre gli Araucani, suddivisi poi in *Chonos*, *Araucanos*, *Pehuenches*, *Aucas*, ecc. sono posti nel ramo Araucano della razza Ando-Peruviana.

Ora, la denominazione del d'Orbigny di ramo Pampeano non è molto giustificata dai fatti; in quanto che dovrebbe essere caratteristica dei popoli di questo ramo l'abitare nelle Pampas: mentre invece abitano le Pampas, oltre i Patagoni, anche e sopratutti i Ranqueles, gli Aucas e diverse altre tribù o nazioni.

Non accennerò a quanto scrive il Giglioli, delle classificazioni e delle denominazioni date a questi popoli dal Molina, da Don G. Pietas, dal Prichard, dal Latham, ma solo dirò che Fitzroy considera divisi gli indigeni americani dalla Cordillera in *Puelchè* (ad oriente) e *Moluchè* (ad occidente); i primi chiamavano i popoli che vivevano al sud di loro *Tehuelches*; i secondi chiamavano i meridionali *Huilli-chè*. Questa classificazione, che anche a detta dell'A., è pressochè quella del gesuita Falkner, sarebbe poi secondo il Giglioli molto incompleta e poco esatta.

Il Wood [2], il Musters, il G. E. Cox, hanno dato delle classificazioni più o meno esatte e complete di questo ramo o tipo Araucano. È da notarsi come importante che il sig. Cox, a quanto riferisce il Giglioli, ha trovati i *Pehuen-chè* divisi in due categorie: *Picun Pehuen-chè* (del nord) e *Huilli Pehuen-chè* (del sud); essi parlano *Chilidugu* o Araucano; il loro nome deriva da *Pehuen* (*pinõn*, *l'Araucaria Imbricata*, i cui semi danno largo nutrimento a quella gente) da *chè* (gente): sono evidentemente identici ai *manzaneros*. « Nelle loro *tolderias* si vedevano *Pampas*, *Tehuel-chè* ed « anche *Huaicuru*, termine col quale il signor Cox indica una tribù magellanica che « sarebbe discesa dal connubio di Fuegiani e *Tehuel-chè* ».

[1] *Voyage dans l'Am. mér.* — Part. Hist. *L'hom. am.* (de l'Am. mér.). Paris, 1839 p. 101.
[2] *The natural hystory of man.* Vol II. London, 1870.

Da queste poche cose quivi riassunte si vede come gli etnografi non si trovano punto d'accordo sul modo di classificare queste razze sud-americane: si vede come assai spesso le medesime parole servono per popoli diversi e come gli etnografi abbiano chiamate diverse tribù colla medesima parola.

L'eterogeneità delle notizie, la disparità delle opinioni, la molteplicità delle parole deriva dalla grande confusione di popoli diversi che abitano l'estremità australe della America meridionale; popoli che sono forse diversi più nei costumi che dal lato antropologico.

In quanto che io credo debbansi antropologicamente ed etnograficamente tenere molto divisi e allontanati i *Tehuelches* o Patagoni, dai *Pampas*, *Chonos*, *Araucanos*, *Ranqueles*, *Pehuenches*; credo che se le differenze etnologiche di questi ultimi, sono tali da obbligare l'etnografo a dividerli e suddividerli in nazioni, tribù, famiglie; sono però sempre meno profonde di quelle che li tengono lontani dai *Tehuelches* e dai Fuegiani. I Fuegiani s'accosterebbero ai *Pampas*, *Chonos*, *Araucanos* (dal lato antropologico, per la forma del cranio, per le proporzioni dello scheletro e per l'altezza); ma non oserei certo di porli nella stessa classe; e molto meno vicino ai Patagoni.

Il Musters, dopo di avere abitati questi paesi per circa dodici mesi e di avere attraversata la Patagonia in compagnia di alcuni indiani, scriveva sino dal 1871 un articolo nel « *Journal Anthrop. Institute* » intorno alle razze che abitano la Patagonia.

Dopo di avere fissati i confini al territorio Patagone, compreso fra il Rio Grande al nord, le cordigliere delle Ande all'ovest, l'oceano all'est e al sud, dice che i *Tehuelches* chiamano i Fuegiani col nome di *Yamonascunna* e dice che nella Patagonia vera vi hanno tre razze principali: i Tehuelches, i Pampas, gli Araucani.

I Tehuelches o Patagoni, propriamente detti, si chiamano fra loro coi nomi di *Ahonicanka* o di *Tchonek*, ma sono meglio conosciuti coi nomi che danno loro gli Araucani e cioè *Tehuel.*

I Pampas (che l'A. unisce ai Pehuenches) stanno fra la riviera Chupat e il Rio Negro. Il Musters opina che siano un distaccamento degli Indiani della Rep. Arg. aventi i loro quartieri generali a *las salinas*, vicino a *Bahia blanca.* Differiscono fisicamente dai Patagoni: parlano una lingua che s'avvicina alla Araucana.

Gli Araucani poi, conosciuti dai Patagoni sono i nomi di *Chenna*, *Manzanaros*, *Araucanos*, *Moluches*, hanno i loro quartieri vicino a *las manzanas*, sul versante orientale delle Cordigliere.

Per ciò che riguarda i Pampas, l'A. dice che hanno proporzioni minori e fisonomia meno intelligente di quella dei Tehuelches; dice che le donne sono più belle di quelle dei Tehuelches: dice che gli uomini a cavallo portano una lancia di legno leggero, una specie di bambù delle cordigliere: adorano il sole e credono ai cattivi spiriti: suppone che siano gli abitanti primitivi della vallata del Rio Negro: sono abili nel maneggio della fionda, massime contro i piccoli uccelli.

Gli Araucani costituiscono una razza superiore, per intelligenza, sapere e carattere; hanno tratti fini e fisonomia vivace; portano capelli corti e vanno ben vestiti; sono meno nomadi dei precedenti; esercitano il commercio; conoscono alcune pietre preziose; posseggono numerose mandrie di montoni, buoi e cavalli; hanno lancie lunghe e leggere, che maneggiano con abilità. I capi mantengono severa

disciplina. Le donne sono modeste; hanno capelli neri, lunghissimi, finissimi, dei quali vanno superbe.

Il signor Giglioli (*Viaggio intorno al globo della R. Pirocorvetta italiana* Magenta) dice che nell'aspetto fisico gli Araucani presentano tipi speciali abbastanza notevoli: questo A. dice che la larga estensione della faccia, a detrimento del fronte basso e stretto, colpisce tosto l'osservatore: caratteristiche fisonomiche di questa razza sarebbero anche la grande sporgenza dei zigomi; la larghezza notevolissima della mascella inferiore; la bocca larga, ma quasi senza labbra; il naso quasi dritto e lungo, ma piuttosto depresso.

« La statura degli Araucani è media in confronto ai *Quichua*, bassa paragonata a quella dei *Tehuel-chè*; i *Mapu-chè* sono però robusti e muscolosi; il colore normale della loro pelle è un bruno olivastro piuttosto scuro: i capelli sono neri e l'iride scurissima ».

Però a seconda di quanto asseriscono il Giglioli, il Pietas e il Molina, parrebbe che si trovassero *Araucanos* e *Chonos* con occhi azzurri e capelli biondi.

Del resto Prichard accenna ai biondi *Boroanos* e Fitzroy, Caldcleugh confermano il fatto, unitamente a Cox e Taylor; mentre d'Orbigny lo nega.

I *Mapu-chè* sono provvisti di pochissima barba e si epilano con cura.

Il signor Giglioli (l. m.) dà molte notizie etnografiche importanti intorno ai costumi dei *Mapu-chè*.

Il sig. Moreno considera gli indiani *Tehuelches* come abitanti primitivi dei margini del Rio Negro: dice che i *Puelches* sono i loro nemici e che *Calcufurà* (Pietra bleu) è il loro capo.

A. d'Orbigny, a proposito dei costumi di pesca degli indigeni sud-americani, dice che i Patagoni, i Puelches e qualche nazione Pampeana ignora questa professione: dalle altre tribù poi, la pesca si esercita mediante un piccolo arpone, come fanno gli abitanti delle coste del Chilì, del Perù, del Brasile: si fa anche più comunemente con grossi ami sulle coste brasiliane; ma anche più spesso al centro del continente, lungo i fiumi, con arco e freccia dall'interno delle piroghe. I Guarani, i Chiquitiani, gettano nell'acqua certe piante che momentaneamente ubbriacano il pesce: alcuni altri popoli si servono di lenze, ciò che è assai raro.

Ma altre notizie possiamo raccogliere qua e là da diversi autori che si sono, più o meno direttamente occupati di questo argomento.

Dalle *Istruzioni Antropologiche per il Chili*, pubblicate dalla Société d'Anthropologie de Paris e redatte dai sigg. Béclard, Rameau e Pruner-Bey si apprende che gli aborigeni chiliani, secondo le tradizioni e la storia, dovrebbero essere Araucani o Aucas (che in peruviano significa *ribelle*). Questo terzo ramo della razza ando-peruviana, secondo d'Orbigny, avrebbe colore bruno olivastro, poco oscuro: statura media 1,641: forme massiccie; tronco un po' lungo comparativamente all'insieme; fronte poco elevata; faccia presso che circolare; naso cortissimo, schiacciato; occhi orizzontali; bocca mediocre, labbra sottili; malari sporgenti; lineamenti femminei; fisonomia seria e fredda.

Riguardo al colore, Lesson dice che gli Araucani sono color del rame.

Doumoutier e Blanchard dicono che gli Araucani somigliano ai Patagoni, fatta

eccezione per la statura « Essi hanno la pelle arsiccia, olivastra, chiara; zigomi « sporgenti; fronte bassa; naso assai lungo, appiattito per l'allargamento delle narici; « gli occhi piccoli, neri, stretti ma non obbliqui; bocca grande; labbra grosse e « arcuate; capelli neri, lisci e poca barba; fisonomia dolce, in generale. Il cranio « generalmente allungato, un po' compresso ai lati (d'Orbigny), appuntato alla sommità; « il coronale meno arcuato che presso i Polinesiani, di profilo presso che rotondo, più « largo che alto ».

Domeyko, nativo, a quanto pare, del Chile, scrive che gli Araucani hanno il viso ovale, con sopraciglia sottili; naso assai pronunciato, stretto, qualche volta curvo e il labbro inferiore prominente; fisonomia e colore rappresentano fedelmente il tipo indiano.

Smith dice che gli Araucani hanno il cranio stretto e assai elevato all'indietro, dove forma una linea quasi retta colla nuca (forse adunque con deformazione artificiale).

Poeppig dice che gli Araucani hanno il collo corto; braccia, mani e piedi relativamente corti; pelle vellutata; fronte diritta e bassa; iride bruno-nerastra; naso piccolo, più spesso diritto che curvo; mento largo e basso; denti piccoli a corona appiattita, e pare secondo lui che non abbiano deformazione artificiale del cranio.

Un Chileno di Santiago asserì che la descrizione del Tipo Araucano del d'Orbigny è esatta. Aggiunge che il volto di facciata, somiglia ad una grossa pera e i contorni rotondi dipendono principalmente dalla sporgenza dei zigomi; il colore dei capelli è sempre nero; la capigliatura è rigida e cade sulle spalle come la criniera di un cavallo; la forma del naso non è costante; qualche volta è pronunciato e un po' curvo.

Se adunque i molti autori non si trovarono d'accordo per classificare le razze sud-americane, pare che non lo siano neanche assai nell'assegnare i caratteri antropologici degli Araucani; ciò che dimostra la molta confusione di razze che abitano la Patagonia, le Pampas, l'Araucania, il Chile; dimostra come sia difficile colla semplice parola e la semplice osservazione assegnare i caratteri di una razza, quando questi non siano basati sopra un grande numero di misure, di studî, di osservazioni e di esperienze. Per quanto riguarda i caratteri psichici e morali degli Araucani, il d'Orbigny dice che sono fieri, indipendenti, coraggiosi, dissimulatori, taciturni, poco gioviali; tuttavia vi hanno eccellenti padri, buoni sposi, guerrieri indomabili, viaggiatori infaticabili.

Da ciò si vede che quest'A. ha compresi negli Araucani anche le tribù migratrici e battagliere delle Pampas.

Il Chileno summenzionato dice che la irascibilità e la volubilità formano i tratti salienti degli aborigeni, i quali del resto sono assai intelligenti.

Il Giglioli ha notata l'espressione singolare di dura fierezza, d'indomita determinazione nella faccia di un Araucano da lui visto e di cui dà la fotografia.

Se poi andiamo a scegliere qualche cifra sulla statura di questi popoli, confrontata con quelli di altri a loro vicini, troviamo che d'Orbigny assegna agli Araucani 1 m. e 620 mm., e agli *Aucas* 1 m. 642 mm.: mentre in altro punto assegna agli *Aucas* delle Pampas 1 m. 780 mm. Gli Araucani *Pehuenches*, secondo Parish, avrebbero da 1 m. 860 mm., e 1 m. e 890 mm. Mentre Topinard assegna in

media ai Patagoni 1,781 mm. Sta di fatto, ad onta di qualche asserzione contraria, ma non sufficientemente fondata, che gli Araucani propriamente detti hanno statura minore dei *Tehuelches* o Patagoni; e così pare egualmente che i Patagoni, non abbiano in media quell' altezza che d'Orbigny, Commerson e Wallis avrebbero loro assegnata.

Non ci tratterremo più oltre a parlare delle classificazioni proposte da altri autori, sia degli Araucani, sia dei Patagoni, solo però accenneremo alla classificazione delle Tribù della Patagonia di don G. Cox, in quanto che ritiene che i Pehuenches siano una vera tribù di congiunzione fra gli Araucani propriamente detti e i Pampas o Tehuelches. Diffatti questo A. classifica così le tribù della Patagonia, da nord a sud: *Pehuenches* (tipo che rammenta l'Araucano: faccia appiattita; zigomi sporgenti tinta bronzina; aspetto feroce; naso corto; bocca prominente; barba nulla; capigliatura spessa). — *Tehuelches* (alti; spalle larghe; corpo robusto; forme massiccie; testa grande, un po' appiattita all'indietro; zigomi poco salienti; occhi orizzontali; fronte piccola; naso camuso; narici aperte). — *Tehuelches* (diff. dai precedenti per idioma). — *Haicurus*. — *Fuegiani*.

Non oserò io certamente di proporre una classificazione di questi abitatori della estremità australe dell' America meridionale; però ho la persuasione che se fu necessario di dividere i Patagoni, i Tehuelches meridionali e Tehuelches settentrionali, dovette anche essere necessario di tenere divisi gli Araucani propriamente detti e che abitano l'Araucania, dai Tehuelches che se rassomigliano agli Araucani, tuttavia se ne discostano abbastanza.

Il carattere antropologico dell'altezza, quello della forma del cranio, quello delle deformazioni artificiali del cranio, sarebbero importantissimi, come basi di una positiva classificazione; ma mentre si sa che in media i Tehuelches sono molto alti, non sono poi d' accordo gli A. e mancano le misure all' uopo per tutte le altre tribù. Sulla forma poi del cranio le asserzioni si contraddicono, se togliamo la larghezza della faccia, e la sporgenza dei zigomi; pare che i Pehuenches, le tribù delle Pampas e qualche Tehuelches si deformino artificialmente il cranio; mentre non si ha in proposito nessuna notizia degli Araucani.

Questi fondamenti di classificazione sono così deboli che quantunque importanti, non possono per ora servire a sciogliere il problema della tassonomia delle razze che abitano l'estremità australe dell'America meridionale.

Passiamo ora alla descrizione dei singoli cranî Araucano e Indiani delle Pampas, posseduti dal Museo Nazionale d'Antropologia di Firenze.

1.° Cranio di fanciulla indiana, della Tribù di Katriel (n. di Cat. 970), morta al Forte Lavalle nel 1871; con mascella inferiore. Dono del dott. Carlo Gallarani.

Cranio piccolo (1070 c. c.); sub-brachicefalo (81,87) per l' altezza megasemo (75,00); anteriormente stretto e allargato posteriormente; suture non molto complicate, e prive di ossa wormiane; arcate sopracigliari nulle; faccia piuttosto grande (70,33) e fosse canine profonde; mascellare superiore stretto e prognato (64°); orbite rotondeggianti (92,10); naso non molto grande (48,89); incisivi e canini corrosi; premolari e molari intatti; terzo molare in via di sviluppo.

Cranio d'apparente età di 16 ai 20 anni; debolmente assimmetrico; caratteri femminei evidentissimi; ma la mandibola è robusta. Tav. I, fig. 3 e 4.

2.° Cranio di vecchio Araucano (n. di Cat. 1801), probabilmente maschile, molto antico, dato dal dott. Francesco Echaùrrea all'ill. Philippi; senza mascella inferiore. Dono del prof. Magni. Tav. I, fig. 1 e 2.

Cranio non molto grande (1243 c. c.) [1]; sub-brachicefalo (82,14); per l'altezza mesosemo (74,89) piuttosto ristretto all'avanti e abbastanza largo all'indietro; leggermente deformato in modo artificiale, mediante appiattimento dell'occipitale e dei parietali intorno alla regione lambda. Il cranio cade verticalmente all'indietro, nel terzo posteriore dei parietali e l'occipitale è nella parte squammosa verticale e nell'altra parte, quasi orizzontale. Suture molto semplici, con piccole ossa wormiane nella lambdoidea; arcate sopracigliari un po' marcate; faccia piuttosto grande e fossa canina bene marcata; mascellare superiore debole; non molto prognato; orbite mesoseme (88,37); naso grande (57,14); privo di denti; atrofia degli alveoli; pare molto vecchio, sibbene abbia le suture aperte; ha attacchi musculari abbastanza robusti; non è molto assimmetrico.

3.° Cranio di adulto indiano, della Tribù dei Ranqueles (n. di Cat. 975), di anni 65 circa, ucciso presso il forte Diaz (frontiere sud di Santa Fè) nel 1870, preparato dal dott. Astrie, chirurgo maggiore della frontiera sud di Santa Fè; con mascella inferiore.

Cranio piuttosto grande (1428); sub-brachicefalo (82,95); in altezza megasemo (79,54); non molto largo nè all'avanti, nè all'indietro; molto deformato nella regione postero-superiore del cranio, per appiattimento artificiale; suture semplici, con qualche piccolo osso wormiano; attacchi musculari robusti; arcate sopracigliari bene marcate; faccia bassa, ma molto larga (65,03); fossa canina bene marcata; mascellare superiore robusto; prognato (68°); orbite rotondeggianti, megaseme (92,85); naso piccolo (42,10); denti con parte coronaria usata; terzo molare persistente, tanto sopra che sotto; mandibola larga, robusta.

4.° Cranio di adulto indiano Pampa, della Tribù di Calcufurà (n. di Cat. 972); morto nella battaglia di San Carlos (front. di Buenos Aires) nel marzo del 1871; raccolto dal Col. Borges; senza mascella inferiore. Donato dal dottor Gallarani.

Cranio piuttosto grande (1425 c. c.); mesocefalo (77,96); prognato (66°); in altezza megasemo (77,40); poco ristretto all'avanti, nè molto largo all'indietro; leggermente deformato in modo artificiale; suture semplici, prive di ossa wormiane; tracce palatine di osso intermascellare; attacchi musculari robusti; arcate sopracigliari bene marcate; faccia bassa e molto larga (62,93); fossa canina profonda; mascellare superiore robusto; indice orbitario megasemo (94,87); orbite rotondeggianti, quella di destra più bassa della sinistra; naso piccolo (42,59); denti benissimo conservati; terzo molare persistente; manca la mandibola.

5.° Cranio di adulto indiano Pampa, della Tribù di Calcufurà (n. di Cat. 973),

[1] Stante la somma fragilità delle ossa, la capacità fu misurata approssimativamente colla formola data dal Broca nelle *Istruzioni craniologiche.*

morto alla battaglia di San Carlos (front. di Buenos Aires) nel marzo 1871; raccolto dal Col. Borges; senza mascella inferiore. Dono del dott. Gallarani.

Cranio piuttosto grande (1440 c. c.); sub-brachicefalo (82,02); prognato (65°); in altezza megasemo (75,84); piuttosto stretto anteriormente; molto largo posteriormente; non deformato artificialmente; suture abbastanza complicate, prive di ossa wormiane; attacchi musculari robusti; arcate sopracigliari bene marcate; faccia mesosema (66,41); mascellare superiore robusto; fossa canina abbastanza profonda; indice orbitario mesosemo (83,33); orbite rotondeggianti; naso piuttosto piccolo (45,28); denti benissimo conservati; terzo molare sviluppatissimo e robusto.

6.° Cranio di indiano Pampa, della Tribù di Calcufurà (n. di Cat. 969), morto al forte Medias Lunas (Rep. Argentina), (frontiere nord di Buenos Aires) nel 1871; raccolto dal dott. Armaignac, chir. magg. della divisione del nord; con mascella inferiore. Dono del dott. Gallarani. Tav. II, fig. 7 e 8.

Cranio piuttosto piccolo (1260 c. c.); brachicefalo (86,71); prognato (66°); in altezza megasemo (82,91); assimmetrico; deformato artificialmente in modo enorme, per appiattimento della parte posteriore del cranio; suture non molto semplici; prive di ossa wormiane; attacchi musculari abbastanza robusti; arcate sopracigliari non molto marcate; faccia non molto larga nè alta (64,92); mascella superiore robusta; fossa canina poco profonda; orbite rotonde; indice orbitario megasemo (90,00); naso piccolo (44,23); denti bene conservati; terzo molare esistente, tanto sopra che sotto; sutura basilare non ancora perfettamente saldata; mascellare inferiore non molto largo, ma grosso e con attacchi musculari robusti.

7.° Cranio di indiano Pampa, della Tribù di Katriel (n. di Cat. 976), morto al Forte Medias Lunas (Rep. Argentina) nel 1871; con mascella inferiore; cranio incompleto. Dono del dott. Gallarani.

Arcate sopracigliari poco sviluppate; fronte stretta, ma abbastanza alta; mascellare superiore robusto; fossa canina non molto profonda; orbite rotondeggianti, ma non molto grandi (82,92); denti bene conservati; terzo molare sviluppato tanto nel mascellare che nella mandibola; mandibola robusta, larga, assimmetrica; vi è anteversione degli incisivi.

8.° Cranio di indiano Pampa, della Tribù di Katriel (n. di Cat. 971), morto al Forte Medias Lunas (front. nord di Buenos Aires) nel 1871; raccolto dal dott. Armaignac; senza mascella inferiore. Dono del dott. Gallarani.

Cranio piuttosto grande (1430 c. c.); sub-brachicefalo (80,90); poco prognato (70°); in altezza megasemo (76,96); assimmetrico; deformato artificialmente, mediante appiattimento della regione postero-sup. del cranio; suture semplici, prive di ossa wormiane; attacchi musculari abbastanza robusti e arcate sopracigliari bene marcate; faccia bassa e larga (62,85); mascellare superiore basso; fossa canina profonda; orbite rotonde e grandi (97,50); naso piccolo (45,28); denti mancanti; terzo molare atrofico; molti alveoli sono atrofici.

9.° Cranio di indiano Pampa, della Tribù di Katriel (n. di Cat. 974), morto al Forte Medias Lunas (Rep. Argentina) nel 1871; raccolto dal dott. Armaignac; con mascella inferiore. Dono del dott. Gallarani.

Cranio non molto grande (1280 c. c.); sotto dolicocefalo (75,14); molto

prognato (58°); non molto alto (71,00); abbastanza simmetrico; non deformato; fronte stretta, fuggente; suture semplici, prive di ossa wormiane; attacchi muscolari abbastanza robusti; arcate sopracigliari poco marcate; faccia lunga e larga (71,64); mascellare superiore alto, largo, robusto; fossa canina profonda; orbite rotonde e grandi (90,90); schiacciato e piccolo (45,45); tracce di sutura intermascellare; denti bene conservati; terzo molare sviluppato superiormente; in via di sviluppo inferiormente; mascellare inferiore largo, robusto.

TAVOLA PRIMA

N. d'ordine	CRANI DEL MUSEO NAZIONALE DI ANTROPOLOGIA E ETNOLOGIA IN FIRENZE	Giovane Katriel (n. 970) 1	Adulto Araucano (n. 1801) 2	Indiano Ranqueles (n. 975) 3	Indiano Calcufurà (n. 972) 4	Indiano Calcufurà (n. 973) 5	Indiano Calcufurà (n. 964) 6	Indiano Katriel (n. 976) 7	Indiano Katriel (n. 971) 8	Indiano Katriel (n. 974) 9	Media (1) 10
1	Diametro ant. post. mass. . . .	160	168	176	177	178	158	—	178	173	173
2	» trasverso mass.	131	138	146	138	146	137	—	144	130	139
3	» frontale minimo . . .	84	87	95	92	97	87	91	94	101	93
4	» basilo-bregmatico . . .	120	126	140	137	135	131	—	137	123	152
5	» naso-basilare	87	87	109	104	101	88	—	99	95	97
6	Lunghezza del foro occipitale .	32	34	39	38	36	31	—	28	35	34
7	Larghezza » » .	25	30	34	37	31	28	—	30	27	31
8	Curva frontale tot.	112	121	115	121	129	111	134	118	111	120
9	» parietale	105	136	124	122	108	125	—	119	124	122
10	» occipitale	106	107	105	115	128	109	—	130	114	116
11	» occipito-frontale	323	364	344	358	365	345	—	367	349	356
12	» orizzontale totale	458	493	512	503	539	467	—	511	480	500
13	Linea biorbitaria esterna	93	99	108	102	107	101	101	105	102	103
14	» » interna	78	92	103	96	100	90	90	97	95	95
15	» bizigomatica	118	—	143	143	131	134	—	140	134	137
16	Altezza faciale	83	83	93	90	87	87	88	88	96	89
17	Larghezza dell'orbita	38	43	42	39	42	40	41	40	44	41
18	Altezza dell'orbita	35	38	39	37	35	36	34	39	40	37
19	Larghezza interorbitaria	16	17	21	22	22	22	18	25	18	20
20	Linea *N. S.*	45	49	57	54	53	52	54	53	55	53
21	» *n. n.*	22	28	24	23	24	23	24	24	25	24
22	Larghezza nasale	15	—	—	16	15	19	—	—	18	17
23	Lunghezza della vôlta palatina	45	—	52	—	50	48	50	49	53	50
24	Larghezza » » » .	33	—	42	40	41	35	35	40	40	35
25	Angolo di Cloquet (marg. alv.) .	64°	—	68°	66°	65°	66°	—	70°	58°	65°
26	» di Jacquart (p. sott. nas.).	70°	72°	71°	70°	70°	74°	—	76°	64°	71°
27	» di Broca (occipitale) . . .	20°	15°	30°	27°	24°	23°	—	22°	29°	24°
28	Capacità cranica in c. c.	1070	1243	1428	1425	1440	1260	—	1430	1280	1558
29	» orbitale in c. c. . . .	40	—	61	56	43	—	—	55	50	51
30	Area del foro occip. in mm. q.	580	752	867	1025	892	655	830	660	730	801
31	Indice cefalico	81.87	82.14	82.95	77.96	82.02	86.71	—	80.90	75.14	81.11
32	» verticale	75.00	74.89	79.54	77.40	75.84	82.91	—	76.96	71.00	76.94
33	» faciale	70.33	—	65.03	62.93	66.41	64.92	—	62.85	71.64	65.63
34	» orbitario	92.10	88.37	92.85	94.87	83.33	90.00	82.92	97.50	90.90	90.09
35	» nasale	48.89	57.14	42.10	42.59	45.28	44.23	44.44	45.28	45.45	45.81
36	» del foro occipitale	78.12	88.23	87.18	97.37	86.09	90.32	—	107.14	77.14	90.49
37	» palatino	73.73	—	80.77	—	82.00	72.92	70.00	81.63	75.47	77.13
38	» cefalo-orbitario	26.72	—	23.40	25.44	33.48	—	—	26.00	25.60	26.78
39	» cefalo-spinale	18.45	16.51	16.47	13.90	16.14	19.23	—	21.68	17.53	17.35
40	» frontale	64.12	63:04	—	—	—	—	—	—	—	66.90

(1) Media dei n. 1501 e seguito. — Le misure sono in mm. ovvero in gradi c. c. furono prese coi metodi delle *Istruzioni craniologiche* del Broca.

Tavola seconda

N. d'ordine	MISURE DI CRANI ARAUCANI indicate DAL B. DAVIS (1)	N. di Cat. 765 1	N. di Cat. 766 2	N. di Cat. 767 3	N. di Cat. 768 4	N. di Cat. 1418 5	N. di Cat. 1419 6	N. di Cat. 1420 7	N. di Cat. 1421 8	Media di 7 cranî 9	Indiano Pampas 10	*Osservazioni*
1	Diametro ant. post. mass. . .	179	169	177	171	181	183	183	167	177	169	(1) Dal *Thesaurus Craniorum*. Per n. di Cat. s'intende quello del Cat. di *B. Davis*. L'Indiano *Pampas* è del Rio della Plata. Per altre note ed osservazioni riguardanti questi crani, v. *note*.
2	» trasverso mass. . . .	135	137	135	—	143	139	156	139	139	135	
3	» basileo-bresmatico.	139	137	143	137	143	133	141	137	139	141	
4	Curva frontale totale	127	127	114	—	127	127	133	112	127	116	
5	» sagittale »	119	127	139	—	127	127	135	127	131	110	
6	» occipitale »	131	103	116	—	111	131	120	105	116	158	
7	» occipito-frontale . . .	377	353	369	—	365	385	388	344	377	364	
8	» orizzontale totale. . .	518	499	510	—	523	533	543	483	520	491	
9	Linea birigomatica	138	134	134	—	140	136	132	134	134	132	
10	Indice cefalico.	76	81	77	—	80	76	85	85	80	79	
11	» verticale	78	81	82	79	80	72	78	83	80	83	

Note di *J. B. Davis* ai cranî sunnominati: il cranio n. di Cat. 765, ha le ossa nasali che furono rotte durante la vita. — Il cranio 767 ha pure le ossa nasali danneggiate in vita. — Il cranio 768 presenta il *condylus tertius* di *J. F. Meckel* nella forma di un piccolo processo conico, nella linea media all'estremità ant. del foro occipitale projettante nel suo *lumen*. Probabilmente addentellavasi col *processus dentatus* della 2ª vertebra. — I cranî n. 765, 766, 767, 768 sono delle frontiere del Chilì e furono presentati da *Wm. T. Thomson Esq.* — Il cranio 1419 offre una tendenza alla ossificazione delle suture. — Le ossa nasali erano probabilmente tagliate di traverso fino dalla infanzia.— Il cranio 1420 è megalocefalo. — I cranî 1418, 1419, 1420, 1421 sono del centro del territorio indiano indipendente del Chilì e sono probabilmente di sangue puro. — *Morton* rappresenta tre Araucani in *Cran. Amer.* i primi due dei quali rassomigliano ai n. 765, 766, 767, 768. — L'originale del 1161 è all' Istituto Carolinska ed era stato portato da Montevideo. — Presentato dal professor *Von Düben*.

Tavola terza

N. d'ordine	MEDIA DI 27 CRANI TEHUELCHES (secondo il Moreno) (1)	Media	*Osservazioni*
1	Diametro ant. post. mass	180	(1) *Description des cimetièrs et paraderos prehist. de Patagonie.* Paris, 1874 (Revue d'Anthr.).
2	» trasverso mass.	134	
3	» frontale minimo . . .	92	
4	» basilo-bregmatico. . .	153	
5	Linea biorbitaria esterna	106	
6	» bizigomatica.	134	
7	Lunghezza palatina.	60	
8	Larghezza palatina	64	
9	Angolo di Jacquart	60°	
10	Indice cefalico	74.44	
11	» verticale	84.99	

I cranî Araucani del sig. B. Virchow, sono leggeri, oscuri, in molti punti avariati. Il n. 1 sembra femminile; ma egli lo ritiene maschio. Il n. 2 poteva essere deformato, avendo tracce di appiattimento antero-posteriore. Sono entrambi piccoli; attacchi musculari deboli; protuberanze occipitali deboli; fronte alta e relativamente larga; tempie rigonfie; la faccia pare bassa; orbite larghe; naso stretto; fosse canine profonde.

L'A. considera gli Araucani, come mezzo di transizione fra i Pampas e certe tribù delle coste occidentali.

Dice che i Pampas hanno attacchi musculari più robusti degli Araucani, una maggiore capacità cranica, e grandezza occipitale.

Dice che il Botocudos è di tipo affatto diverso.

TAVOLA QUARTA

N. d'ordine	MISURE DEI CRANI ARAUCANI E SUD-AMERICANI indicate DA R. VIRCHOW (1)	Araucano n. 1	Araucano n. 2	Pampeano	Botocudos	Tapujos n. 1	Tapujos n. 2	Osservazioni
1	Capacità (in c. c.)	1020	—	1290	1525	1500	1475	(1) *Schädel von Araucanos und andern Süd-Americanern*. Berlin, 1874 (Zeit. f. Ethn.).
2	Circonferenza orizzontale	463	492	488	516	520	532	
3	Altezza massima	125	124 (?)	136	143	142	138.6	
4	Distanza del foro oc. ant. dal bregma.	121.5	122.6	131	145	141.6	141.0	
5	» » » post. dal lambda	104	98	116	116	120.6	117	
6	Massima lunghezza	161	169	172	185	188	194	
7	Curva frontale	119	118.5	117	140	135	140	
8	» parietale	118	119	109	132	128	141	
9	» occipitale	106	—	135	117	123	117	
10	» antero-posteriore	343	—	361	389	386	398	
11	Dist. dei fori aud. dalla rad. del naso .	915	102	103	106	110	117	
12	» » » » dalla spina nasale .	96	106.5	105	109	110.8	112	
13	» » » » dal p. alv. mass. sup.	100.5	113 5	112	118	118	118	
14	» » » » dal mento	—	—	134	138.5	140.5	—	
15	Dist. del foro occ. dalla rad. del naso .	93.5	93	91	101	103	108.5	
16	» » » » dalla spina nasale .	92	92	87	95	97	96.5	
17	» » » » dal p. alv. mass. sup.	95	96.5	94	100	103	100.6	
18	» » » » dal mento	—	—	111	113	118	—	
19	(2) » » » » dal p. della cur. occ.	48	—	60	62	60	60	(2) *Hinterhauptswölbung*.
20	Lungh. del foro occipitale	34	—	34	38	35	35	
21	Largh. » » »	30	—	25	24	26	26	
22	Larg. massima del cranio	128	145	136	134	140	134	
23	Diam. frontale superiore	53	60	65	87	60.5	52.5	
24	» » inferiore	85	83	86	94	98	93.5	
25	» temporale	116	114	115	112	123	119.5	
26	» parietale	120	132	128	129	132.5	131.4	
27	» mastoideo superiore.	114	—	129	130	131.5	121	
28	» » inferiore	95	—	—	—	—	—	
29	» giugale	123	136	131	134	147	136	
30	» mascellare	56.55	63	67	63	65	64	
31	Curva biauricolare	292	303	317	324	322	320	
32	Largh. della radice del naso	15.5	20	21	20	24	23	
33	» del foro nasale	24	27	24	22	24	26	
34	Altezza del naso	39.6	51	50	51	53	58	
35	» della faccia	—	—	120.5	126	118	—	
36	Largh. dell'orbita	38	40	38.5	37	42	41.5	
37	Altezza dell'orbita	35	33	39	32	34	36	
38	Diam. del mascellare superiore . . .	120	140	120	138	140	130	
39	» » » inferiore . . .	—	—	200	190	203	—	
40	Alt. med. del masc. inferiore	—	—	32	40	34	—	
41	Alt. della branca della mascella inf. .	—	—	60	65	69	—	
42	Dist. degli ang. della masc. inf. . .	—	—	98	105	108	—	
43	Dist. delle apofisi della mano . . .	90	103	102	107	109	92	
44	Angolo faciale	70	75	75	76	75	79	
45	Diametro diagonale	—	—	235	250	247	—	
46	Indice della larghezza-(cefalico) . .	79.5	87.5(?)					
47	Indice dell'altezza-(verticale)	77.6	73.3					
48	(*Breitenhöhenindex*) – Trasverso-vert.	77.6	85.5		—			

Passiamo ora all'analisi minuta e comparativa delle principali misure craniche prese da me e indicate dal I. B. Davis, B. Virchow e Moreno e facciamo inoltre i confronti delle rispettive in altri tipi cranici.

A) *Diametro antero-posteriore massimo.*

TABELLA A.

N. d'ordine	RAZZA	Misura	AUTORI	N. d'ordine	RAZZA	Misura	AUTORI
		m.m.				*m.m.*	
1	Araucano (n. 1801). .	168	Riccardi	8	Pampas.	172	»
2	Fanciulla Pampas. . .	160	»	9	Tehuelches (Paraderos)	180	Moreno
3	Indiani Pampas (media)	172	»	10	Botocudos	185	Virchow
4	Araucani (m.)	177	Davis	11	Papuani (m.)	182	Mantegazza
5	Indiano Pampas. . . .	169	»	12	Marchigiani (m.) . . .	170	Riccardi
6	Araucano n. 1	161	Virchow	13	Toscani (m.).	176	»
7	» n. 2	169	»	14	Sardi mod. (m.). . . .	183.7	Zannetti

Se noi osserviamo le lunghezze assolute che questo diametro principale del cranio attinge in diversi tipi umani, vediamo subito che, a seconda delle indicazioni, nei Pampas e Araucani è breve, in confronto col rispettivo dei Botocudos, dei Tehuelches, dei Papuani e dei Sardi.

Le misure mie e del Virchow, pegli Araucani, sono più basse di quelle del Davis; e la media da me data dei cranî delle Tribù di Katriel, Calcufurà, Ranqueles è ancora al di sotto della media degli Araucani di Davis.

È necessario convenire, che in cifra assoluta, il diametro antero-posteriore del cranio Araucano e di quelli delle Pampas (alcuni deformati) è assai basso.

Nei cranî Paraderos non deformati e nel Pampas del Virchow la lunghezza del cranio tende ad aumentare.

B) *Diametro trasverso-massimo.*

TABELLA B.

N. d'ordine	RAZZA	Misura	AUTORI	N. d'ordine	RAZZA	Misura	AUTORI
		m.m.				*m.m.*	
1	Araucano (n. 1801). .	138	Riccardi	8	Pampas	136	»
2	Fanciulla Pampas. . .	131	»	9	Tehuelches (m.) . . .	134	Moreno
3	Indiani Pampas (m.) .	139	»	10	Botocudos	134	Virchow
4	Araucani (m.)	139	Davis	11	Papuani (m.)	129	Mantegazza
5	Indiano Pampas. . . .	135	»	12	Marchigiani (m.) . . .	138	Riccardi
6	Araucano n. 1	128	Virchow	13	Toscani (m.)	138	»
7	» n. 2.	145	»	14	Sardi mod. (m.) . . .	137.78	Zannetti

Le differenze nella larghezza assoluta del cranio sono assai minori di quelle nella lunghezza, se si fa eccezione pei Papuani e per l'Araucano n. 1 di Virchow, giacchè

variano, in generale, da 134 mm. a 139 mm.: le medie dei Pampas da me misurati e degli Araucani di Davis sono eguali e poco differenti dalla misura del Pampas di Virchow.

C) *Indice cefalico.*

TABELLA C.

N. d'ordine	RAZZA	Misura	Secondo il Broca	AUTORI	N. d'ordine	RAZZA	Misura	Secondo il Broca	AUTORI
1	Araucano (n.1801)	82.14	sub.-brach.	Riccardi	10	Tehuelches (m.)	75.00	dolicocefalo	Moreno
2	Fanciulla Pampas.	81.87	»	»	11	» (m.)	74.15	»	»
3	Ind. Pampas (m.)	81.11	»	»	12	Papuani (m.) . .	71.80	»	Mantegazza
4	Araucani (m.). . .	80	»	Davis	13	Sardi (m.) . . .	72.00	»	Zannetti
5	Ind. Pampas . . .	79	»	»	14	Toscani (m.) . .	78·73	mesocefalo	Riccardi
6	Araucano n. 1. . .	79.5	mesocefalo	Virchow	15	Etruschi (m.) .	78.15	»	Zannetti
7	» n. 2 . .	87.5	brachicefalo	»	16	Messicani (m). .	78.12	»	Broca
8	Tehuelches (m.) .	72.22	dolicocefalo	Topinard	17	Parigini (m.). .	79.45	»	»
9	» (m.) .	74.44	»	Moreno	18	Am. merid. (m.)	79.16	»	»

Nota. — Il n. 3 è media (m.) di Ind. Pampas e Araucano. — I n. 11 e 12 non sono deform. art.

Adottando la classificazione del Broca ed osservando i risultati delle medie sovra indicate vediamo che mentre i cranî Araucani, Ind. Pampas, sono brachicefali o sub-brachicefali (secondo Virchow, Davis e me); quelli dei Tehuelches della Patagonia, secondo Moreno e Topinard, sono dolicocefali.

Fra questi due tipi cranici, posti da d'Orbigny nella razza Pampeana, e abbastanza avvicinati da altri antropologi ed etnologi, esiste una grande differenza.

Questo fatto merita di essere seriamente considerato; perchè sebbene la forma dei cranî non si possa in qualsiasi caso prendere come carattere fondamentale ed infallibile di razza, tuttavia non si può disconoscere la grande importanza che esso ha nella classificazione; tanto più quando questo va unito ad altri caratteri differenziali.

Il Patagone ha il cranio dolicocefalo o sub-dolicocefalo; l'Araucano e il Pampas hanno cranî brachicefali o sub-brachicefali : potranno forse avere avuta origine da uno stesso ceppo: ma la conclusione in proposito ha un fondamento per nulla positivo, e l'etnografo, trovandosi di fronte a questi fatti deve andare cauto nell'ammettere l'unità di razza Arauco-Patagone.

D) *Diametro basilo-bregmatico.*

TABELLA D.

N. d'ordine	RAZZA	Misura	AUTORI	N. d'ordine	RAZZA	Misura	AUTORI
		m.m.				*m.m.*	
1	Araucano (n. 1801). .	126	Riccardi	10	Tapujos n. 1	141.6	Virchow
2	Fanciulla Pampas. . .	120	»	11	» n. 2	141.0	»
3	Ind. Pampas (m.). . .	132	»	12	Papuani (m.)	130	Mantegazza
4	Araucani (m.)	139	Davis	13	Parigini (m.)	128.5	Broca
5	Indiano Pampas	141	»	14	Sardi (m.)	128.33	Zannetti
6	Araucano n. 1	121.5	Virchow	15	Marchigiani (m.) . . .	123	Riccardi
7	» n. 2	124.6	»	16	Toscani (m.)	127.	»
8	Pampas.	131	»	17	Etruschi (m.).	132.38	Zannetti
9	Botocudos	145	»	18	Tehuelches (m.) . . .	153	Moreno

L'altezza assoluta del cranio Araucano, pare attinga una certa importanza; ma le misure mie, del Davis e del Virchow, sono differenti. In altezza assoluta l'Araucano mio e quelli del Virchow, non differiscono molto; mentre la media data dal Davis sarebbe assai più alta.

È da notarsi che i cranî degli indiani Pampas hanno maggiore altezza e qui si è tutti d'accordo. I Tehuelches, secondo Moreno, avrebbero ancora un cranio più alto, ma assai probabilmente questo A. ha presa l'altezza del cranio da un piano tangente ai condili, sino al bregma.

Sta adunque diffatto che ad onta le deformazioni artificiali, le misure assolute di altezza non sono molto variabili e grandi.

Ma qualunque anomalia in proposito, risulterà più evidente dall'Indice verticale.

E) *Indice verticale.*

TABELLA E.

N. d'ordine	RAZZA	Rapporto	Secondo il Broca	AUTORI	N. d'ordine	RAZZA	Rapporto	Secondo il Broca	AUTORI
1	Araucano (n. 1801)	74.99	megasemo	Riccardi	9	Papuani (m.)	71.37	microsemo	Mantegazza
2	Fanciulla Pampas	75.00	»	»	10	Toscani (m.).	73.61	mesosemo	Riccardi
3	Ind. Pampas (m.).	76.94	»	»	11	Sardi (m.) . .	70.42	microsemo	Zannetti
4	Araucani (m.). . .	80.00	»	Davis	12	Etruschi (m.)	72.68	mesosemo	»
5	Indiano Pampas. .	83.00	»	»	13	Parigini (m.)	71.00	microsemo	Broca
6	Araucano n. 1 . .	76.6	»	Virchow	14	Accinese . . .	74.58	mesosemo	Riccardi
7	» n. 2 . .	73.3	mesosemo	»	15	Araucano n. 1	77.6	Indice trasverso-ver-	
8	Tehuelches (m.). .	84.99	magasemo	Moreno	16	» n. 2	85.5	ticale di Virchow.	

Per quanto riguarda l'*indice verticale* gli Araucani sono megasemi cioè hanno il cranio molto alto, rispetto al diametro ant. posteriore; e così dicasi anche dei Tehuelches, secondo il Moreno. Tuttavia la deformazione artificiale del cranio, della quale si è parlato più sopra, tende naturalmente ad inalzare il cranio. I cranî Tehuelches dei Paraderos, non erano deformati. E nulla dice Davis dei sovra indicati.

F) *Curve del cranio.*

TABELLA F.

MISURE	Araucano (n. 1801)	Ind. Pampas (m.)	Araucani (m.)	Ind. Pampas	Arauc. n. 1	Arauc. n. 2	Pampas	Botocudos	Tapujos n. 1	Tapujos n. 2	Papuani (m.)	Parigini (m.)	*Osservazioni*
Curva frontale (1) . . .	121	120	127	116	119	118.5	117	140	135	140	127	110.9	*Nota.* Le misure sono in mm.
» parietale	136	122	131	110	118	119	109	132	128	141	137	126.3	(1) Dalla sut. naso front.
» occipitale	107	116	116	138	106	»	135	117	123	117	119	119	(2) All'opistion, dalla sut. nas. front.
» occip.-front. (2) .	364	336	377	364	343	»	361	389	386	398	384	356	
» orizzontale . . .	493	500	520	491	463	492	488	516	520	532	517	525	
AUTORI	Riccardi	»	Davis	»	Virchow	»	»	»	»	»	Mantegazza	Broca	

La *curva frontale* negli Araucani e nei Pampas risulterebbe abbastanza bassa, mentre i Tapujos, Botocudos e Papuani la superano d'assai. I Parigini l'hanno più bassa ancora degli Araucani.

Intorno alla *curva parietale* nulla si può dire di certo, verificandosi molte differenze: in media però risulterebbe più lunga nei Tapujos, Botocudos, Papuani, di quello che lo sia negli Araucani e nei Pampas.

La *curva occipitale* negli Araucani è assai breve.

La *curva antero-posteriore*, se in complesso è breve, rispetto ai Tapujos, Botocudos ecc. non differisce di molto negli Araucani e nei Pampas.

La stessa cosa deve dirsi per la curva *orizzontale totale*, la quale ci rileva come il cranio degli Araucani e quello dei Pampas sia assai piccolo.

G) *Linea naso-basilare.*

TABELLA G.

N. d'ordine	RAZZA	Misura	AUTORI	N. d'ordine	RAZZA	Misura	AUTORI
1	Araucano (n. 1801). .	87	Riccardi	8	Tapujos n. 1.	103.0	Virchow
2	Fanciulla Pampas. . .	87	»	9	» n. 2.	108.5	»
3	Ind. Pampas (m.). . .	97	»	10	Accinese	102	Riccardi
4	Araucano n. 1.	93.5	Virchow	11	Malese	106	»
5	Araucano n. 2.	93	»	12	Chinese.	94	»
6	Pampas	91	»	13	Dajacco	102	Zannetti
7	Botocudos	101	»	14	Papuani (m.)	99	Mantegazza

La linea *naso-basilare*, che il Welcker ritiene la fondamentale nel cranio e la meno variabile fra le tutte, risulta assai breve nel cranio Araucano e la stessa dicasi per i Pampas; i quali però l'hanno un po' più lunga.

È da notarsi però che la brachicefalia del cranio deve avere una certa influenza sulla brevità di questa linea.

H) *Frontale minimo* e *Indice frontale.*

TABELLA H.

N. d'ordine	RAZZA	Frontale minimo	Indice frontale	AUTORI	N. d'ordine	RAZZA	Frontale minimo	Indice frontale	AUTORI
1	Araucano (n. 1801)	87	63.04	Riccardi	8	Tapujos n. 1. . . .	98	—	Virchow
2	Fanciulla Pampas.	84	14.12	»	9	» n. 2. . . .	93.5	—	»
3	Ind. Pampas (m.).	93	66.90	»	10	Tehuelches (m). .	92	68.65	Moreno
4	Araucano n. 1. . .	85	—	Virchow	11	Accinese	88	63.77	Riccardi
5	» n. 2. . .	83	—	»	12	Malese	95	59 37	»
6	Pampas.	86	—	»	13	Chinese.	96	69.06	»
7	Botocudos	94	—	»	14	Tasmaniani (m.). .	94.0	76'00	Topinard

Da questa tabella risulta che *l'indice frontale* è mesosemo in media tanto nei Pampas, quanto nei Tehuelches. Però in questi ultimi s'avvicina al megasemo.

Osservando però che i Papuani e gli Australiani hanno questo indice assai alto, e pensando come uno dei fattori dell'indice è il diametro trasverso massimo (più lungo nei Pampas che nei Papuani), così non è improbabile che la piccolezza dell'indice frontale in quelli dipenda appunto dalla maggiore larghezza del diametro trasverso del cranio. Il Virchow non dà pe' suoi cranî l'indice frontale.

I) *Diametro bizigomatico. Altezza faciale. Indice faciale.*

TABELLA I.

N. d'ordine	RAZZA	Distanza bizigomatica	Altezza faciale	Indice faciale	Secondo la classificazione del Broca	AUTORI	*Osservazioni*
1	Katriel (fanciulla)	118	83	70.33	megasemo	Riccardi	Si sono ommesse le indicazioni del Virchow o perchè non sono fatte in modo uguali alle nostre, o perchè non esistono.
2	Araucano (n. 1801)	»	83	»	»	»	
3	Media dei Pampas	137	89	65.63	microsemo	»	
4	Araucani (m.)	134	»	»	»	Davis	
5	Pampas	132	»	»	»	»	
6	Toscani (m.)	126	84	68.14	mesosemo	Riccardi	
7	Marchigiani (m.)	127	86	67.71	mesosemo	»	
8	Parigini (m.)	126.7	84.2	65.9	microsemo	Broca	
9	Esquimesi (m.)	135	»	73.4	megasemo	»	
10	Papuani (m.)	124	86	65.65	microsemo	Mantegazza	
11	Tasmaniani (m.)	»	»	62.6	microsemo	Broca	
12	Tehuelches (m.)	134	»	»	»	Moreno	

Il *diametro bizigomatico* è assai lungo nei Pampas e negli Araucani del Davis, e così pure dicasi riguardo ai Tehuelches; se si paragona l'assoluta lunghezza di questo diametro nei cranî indicati, col rispettivo dei Toscani, Marchigiani, Parigini, Papuani, ne vediamo la differenza in modo più evidente. È da notarsi che i soli Esquimesi superano col diametro bizigomatico, gli Araucani, i Pampeani e i Tehuelches.

Riguardo all'*altezza faciale*, questa non sarebbe assai grande, sebbene la media (n. 89) sia assai alta; del resto questa misura offre molta incertezza, massime per il punto superiore, sicchè essendo molte le cause d'errore, i risultati sono sempre di una relativa attendibilità.

Sebbene la fanciulla Araucana abbia un *indice faciale* assai grande, dipendente forse dalla ristrettezza del diametro bizigomatico, tuttavia la media dei Pampas è microsema. L'Esquimese supera d'assai l'indice faciale dei Pampeani, mentre sta di fatto che i Papuani e i Parigini di poco differiscono, per rapporti dei diametri faciali, dai Pampeani.

L) *Regione orbitaria.*

TABELLA L.

N. d'ordine	RAZZA	Larghezza orbitale	Altezza orbitale	Larghezza interorbitale	Indice orbitario	Secondo la classificazione del Broca	Capacità orbitale	Indice cefal. orbitale	AUTORI	*Osservazioni*
1	Katriel (fanciulla).	38	35	16	92.10	megasemo	40	26.72	Riccardi	Si sono omesse alcune indicazioni del Virchow, perchè incomplete; mancano la largh. int. orb.; l'indice orb.; la capacità orb.; l'ind. cef. orb.
2	Araucano (n. 1801)	43	38	17	88.37	mesosemo	—	—	»	
3	Ind. Pampas (m.) .	41	37	20	90.09	megasemo	53	26.78	»	
4	Papuani (m.). . . .	40	34	—	85.00	mesosemo	49	27.72	Mantegazza	
5	Chinese	40	36	25	80.00	microsemo	40	28.63	Riccardi	
6	Accinese	38	35	25	92.10	megasemo	44	30.73	»	
7	Malese	41	25	27	85.36	mesosemo	42	24.64	»	

La *larghezza orbitaria* è in media abbastanza alta; e così dicasi dell'*altezza orbitaria*; la *distanza intorbitale* non è molto grande e l'*indice orbitario* è megasemo; è fuori di dubbio che questi cranî avendo orbite grandi e rotondeggianti, debbono naturalmente innalzare la cifra dell'*indice orbitario.*

La *capacità orbitale* è in media assai alta, ma l'indice *cefalo-orbitario* sta, in media, al di sotto dei Papuani, Chinese e Accinese.

M) *Regione nasale.*

TABELLA M.

N. d'ordine	RAZZA	Linea *n. s.*	Linea *n. n.*	Larghezza del naso	Indice nasale	Secondo la classificazione del Broca	AUTORI	*Osservazioni*
1	Katriel (fanciulla) . . .	45	22	15	48.89	Mesorrino	Riccardi	Si sono pure omesse alcune indicazioni del Virchow, perchè prese in modo diverso dal nostro.
2	Araucano (n. 1801) . . .	49	28	»	57.14	Platirino	»	
3	Ind. Pampas (m.) . . .	53	24	17	45.81	Leptorino	»	
4	Papuani (m.)	51	27	»	52.94	Mesorino	Mantegazza	
5	Malese	56	26	13	46.46	Leptorino	Riccardi	

La linea *naso-spinale* è mediocremente lunga e la linea *naso-nasale*, breve, ci indica la ristrettezza del naso; e l'*indice nasale* è in media negli indiani Pampas, leptorino.

N) *Regione palatina.*

TABELLA N.

N. d'ordine	RAZZA	Lunghezza palatina	Larghezza palatina	Indice palatino	Secondo la classificazione del Broca	AUTORI	*Osservazioni*
1	Ind. Pampas (m.)	50	39	77.13	megasemo	Riccardi	Queste misure non sono indicate dal Virchow.
2	Tehuelches (m.)	60	64	»	»	Moreno	
3	Accinese	45	37	82.22	»	Riccardi	
4	Malese	52	42	80.77	»	»	
5	Chinese	47	36	77.59	»	»	

Le dimensioni e le proporzioni dei diametri della vôlta palatina negli indiani Pampas è piuttosto alta e l'*indice palatino* è riuscito megasemo. È da osservarsi che secondo le misure del Moreno i Tehuelches avrebbero misure e rapporti anche maggiori. Ma ciò, io credo che dipenda dall'avere questo autore misurata la vôlta palatina non seguendo che comuni istruzioni craniologiche.

O) *Regione del foro occipitale.*

TABELLA O.

N. d'ordine	RAZZA	Lunghezza del foro	Larghezza del foro	Indice del foro	Secondo la classificazione del Broca	Area del foro	AUTORI	*Osservazioni*
1	Katriel (fanciulla)	32	25	78.12	microsemo	580	Riccardi	Per le poche misure del Virchow v. Tav. IV, n. 20 e 21.
2	Araucano (n. 1801)	34	30	88.23	megasemo	752	»	
3	Ind. Pampas (m.)	34	31	90.49	»	801	»	
4	Accinese	37	32	86.48	»	800	»	
5	Malese	36	33	91.81	»	780	»	

L'indice del *foro occipitale* è, in media, assai alto, toltone il caso della fanciulla Araucana; e così pure dicasi riguardo all'area, che di poco differisce da quella dell'Accinese.

P) *Capacità cranica.*

TABELLA P.

N. d'ordine	RAZZA	Capacità in c. c.	AUTORI	N. d'ordine	RAZZA	Capacità in c. c.	AUTORI
1	Katriel (fanciulla) . .	1070	Riccardi	10	Papuani (m.)	1420	Mantegazza
2	Araucano (n. 1801) . .	1243	»	11	Accinese	1430	Riccardi
3	Ind. Pampas (m.) . . .	1358	»	12	Chinese	1394	»
4	Guanches (m.)	1455	Broca	13	Malese	1704	»
5	Messicani (m.)	1339	Morton	14	Daiacco	1400	»
6	Americani (m.)	1234	»	15	Tasmaniano (m.)	1452	Broca
7	Australiani (m.)	1347	Broca	16	Parigini (m.)	1409	»
8	Mongali (m.)	1421	»	17	Parigini attuali (m.) . .	1461	»
9	Araucano n. 1	1020	Virchow	18	Pampas	1290	Virchow

Basta uno sguardo alle cifre di capacità dei cranî Araucani, in confronto anche coi Pampas, per persuadersi della grande piccolezza del cranio Araucano. La media capacità che dà il Davis pe' suoi Araucani è 1574 c. c., ciò che si scosterebbe d'assai dalle mie misure e da quelle di Virchow.

In nessun paese si trovano così piccoli cranî, come nel Sud-America: i Pampas e gli Araucani hanno un cranio molto piccolo. Virchow ricorda dei cranî dei Banchi di Muschi del Chile che avevano 1110 c. c., un po' più del suo Araucano n. 1.

Lo stesso A. cita i cranî Taruma, Caribis, Quichua, che, benchè piccoli, non hanno così minime dimensioni, come il suo Araucano.

La media capacità degli Australi, s'avvicinerebbe a quella dei Pampas.

Q) *Indice cefalo-spinale.*

TABELLA Q.

N. d'ordine	RAZZA	Indice	AUTORI	N. d'ordine	RAZZA	Indice	AUTORI
1	Katriel (fanciulla). . .	18.45	Riccardi	6	Neo-Zelandesi (m.) . .	14.7	Mantegazza
2	Araucano (n. 1801). .	16.51	»	7	Australiani (m.). . . .	16.8	»
3	Ind. Pampas (m.). . .	17.35	»	8	Papuani (m.)	20.70	»
4	Italiani (m.).	19.9	Mantegazza	9	Accinese (m.)	17.87	Riccardi
5	Negri (m.)	17.1	»	10	Malese	21.84	»

Per l'*indice cefalo-spinale* la media degli indiani Pampas sarebbe per indicarci che dessa è assai bassa (17-35), tanto più se facciamo il paragone colla media dei Papuani, coll'indice del Malese e colla media degli Itàliani. È da notarsi che la fanciulla Araucana supera col suo indice la media indicata degli indiani; mentre l'Araucano (n. 1801) sta assai al disotto di questo. La media dei Negri, degli Australiani e dell'Accinese, s'accosterebbe a quella degli indiani Pampas.

R) *Angoli faciali e Angolo occipitale.*

TABELLA R.

N. d'ordine	RAZZA	Angolo di Cloquet	Angolo di Jacquart	Angolo di Broca	AUTORI	N. d'ordine	RAZZA	Angolo di Cloquet	Angolo di Jacquart	Angolo di Broca	AUTORI
1	Katriel (fanc.) . .	64°	70°	20°	Riccardi	5	Malese	60°	68°	22°	Riccardi
2	Araucano (n.1801).	—	72	15	»	6	Chinesi (m.) . .	—	32.37	—	Topinard
3	Ind. Pampas (m.) .	65	71	24	»	7	Daiacco.	—	70.00	—	Zannetti
4	Accinese	61	70	21	»	8	Papuani (m.). .	—	70.00	—	Mantegazza

Non fu necessario, fra gli *angoli faciali*, di prendere quello di Cuvier, sugli incisivi superiori: ma puramente quello di Cloquet sul margine alveolare e quello di Jacquart alla spina nasale.

Quello di Broca, ovvero occipitale, fu preso coll'apposito strumento.

Per quanto riguarda il primo angolo, risulta dalla media indicata (al n. 3) che non vi ha un forte prognatismo; fatto che viene confermato, pure dal secondo angolo (di Jacquart).

Riguardo poi all'*angolo occipitale*, desso appare negli indiani Pampas abbastanza pronunciato.

Il Virchow dà l'angolo di 70° all'Araucano n. 1 e di 75° al Pampas; ma siccome ignoriamo il modo col quale l'ha preso, così noi non sappiamo se debba riferirsi a quello Cloquet, di Jacquart o di Broca.

S) *Mascellare inferiore* (v. Tav. quinta).

A parte il mascellare inferiore della fanciulla Araucana, il quale benchè appartenente ad una donna e ad una giovane, tuttavia si presenta in modo molto robusto, essendo grosso il corpo della mandibola e ben netti gli attacchi muscolari, i rimanenti quattro mascellari si possono dividere in due parti e cioè i n. 975 e 976, e i n. 974-969: e a questi ultimi due si può unire, per la forma generale anche il n. 970, mandibola della fanciulla Araucana.

Il primo tipo mandibolare presenta grande distanza dei condili, grande distanza dei gonion, curva parabolica del corpo della mandibola; corpo mandibolare non molto alto, angoloso, non molto spesso; altezza sinfisiaca pronunciata; debole anteversione degli incisivi.

Nell'altro tipo mandibolare invece la distanza dei condili è assai minore; i gonion egualmente non distano molto fra loro; la curva della mandibola è elittica; il corpo della mandibola è alto, spesso, rotondeggiante; l'altezza sinfisiaca è breve; non v'ha anteversione degli incisivi: la corda gonio-sinfisiaca è più breve che nel precedente tipo.

Il primo tipo ha molti punti di contatto col mascellare inferiore dell'Accinese, del Chinese (1).

(1) P. Riccardi, *Studî intorno ad uno scheletro di Accinese*. Firenze, 1878 p. 22.

TAVOLA QUINTA

N. d'ordine	MISURE DELLE MANDIBOLE	Katriel (n. 970)	Araucano (n. 1801)	Indiano (n. 975)	Indiano (n. 972)	Indiano (n. 973)	Indiano (n. 964)	Indiano (n. 976)	Indiano (n. 971)	Indiano (n. 974)	Media degli Indiani	*Osservazioni*
1	Linea bicondiliana	107	manca la mandibola	134	manca la mandibola	manca la mandibola	118	135	manca la mandibola	118	126	*Nota.* Il Virchow ha pure date alcune misure delle mandibole «ma siccome alcune da noi indicate, egli non le ha prese, ed altre sono prese in modo diverso del nostro; così non abbiamo creduto opportuno d'inserirle in questa tavola» e rimandiamo il lettore alla tav. quarta.
2	» bigoniaca	99		127			92	105		92	104	
3	» mentoniera	45		46			47	46		45	46	
4	Lunghezza della branca	56		68			62	64		68	65	
5	Larghezza della branca	33		32			31	37		35	35	
6	Corda gonio-sinfisiaca.	77		87			74	89		73	80	
7	» condilo-coronoide	34		40			33	34		35	35	
8	Curva bigoniaca	164		194			169	185		173	180	

Il secondo tipo invece è tutto affatto diverso e particolare: eppure tutte queste mandibole appartengono ad indiani Pampas: e l'unica differenza che v'ha fra l'uno e l'altro tipo deve essere ingenerata da variazioni individuali e dall'età; perocchè i n. 976 975 appartengono ad individui di 60 o 65 anni, mentre i n. 974, 964, 970 appartengono ad esseri molto giovani (da 18 a 30 anni).

Se mettendo a parte la mandibola della Araucana (n. 970), prendiamo la media delle misure delle rimanenti quattro e la paragoniamo colla misura delle mandibole di Accinese, Chinese e Malese, vediamo che la linea bicondiliana è uguale a quella del Malese (126 mm. e molto larga); la linea ligoniaca s'avvicina pure a quella di Malese, mentre per la mentoniera, la media degli indiani Pampas, s'avvicina a quella dell'Occinese: ma in tutti i casi l'Accinese e il Chinese hanno le preindicate linee minori, in lunghezza, della media degli indiani Pampas.

La branca della mandibola, non sarebbe molto lunga, nè molto larga; e la corda gonio-sinfisiaca sarebbe, in media, più lunga delle rispettive di Accinese e Chinese e più breve di quella di Malese; e la corda condilo-coronoide uguale a quelle di questi ultimi cranî presi a paragone.

La curva bigoniaca breve nel Chinese e anche nell'Accinese, grande invece nel Malese, sarebbe media nella mandibola del cranio degli indiani delle Pampas.

Lo stato dei denti è abbastanza buono, per quel che riguarda i premolari e i molari; ma è invece abbastanza cattivo, per ciò che riguarda gli incisivi e i canini. Il terzo molare sta per uscire o è uscito o è caduto nelle mandibole, a seconda delle età.

Anomalie. — Fra le diverse anomalie dalle quali questi cranî sono affetti, una delle più evidenti e anche curiose è quella che si riscontra nel cranio 973 e che riguarda la persistenza di tracce interne di divisione anomala delle ossa malari.

Le ossa malari di questo cranio sono bene sviluppate, con rugosità per gli attacchi musculari abbastanza robuste. La superficie esterna non offre alcuna traccia di anomalia: ma la superficie interna, tanto nel malare destro che nel sinistro, offre il fatto del congiungimento della sutura temporo-malare colla maxillo-malare; così che internamente l'osso malare è diviso in due parti: una superiore e l'altra inferiore. Questa anomalia è lì per indicarci come in origine l'osso malare del cranio si sia sviluppato per due punti d'ossificazione e come anche la esterna superficie dovesse avere tracce evidenti dell'anomala divisione.

Il cranio n. 974 presenta diverse anomalie: la più importante delle quali è la completa fusione delle ossa nasali, che appariscono come se fosse un solo osso nasale. Questo cranio presenta inoltre delle tracce evidenti dell'osso intermascellare, nella regione palatina; tracce che dovrebbero già essere scomparse, stante l'età adulta dell'individuo. Nella regione occipitale poi vi sono tracce di fossetta cerebellare mediana. È da notarsi che questo cranio non è deformato.

Il cranio n. 971 presenta la singolare anomalia del *condylus tertius* di J. F. Meckel, così come lo presenta il cranio 768 di B. Davis. Questo terzo condilo è un piccolo processo conico lungo mm. 6, largo mm. 4 e posto al margine interno del foro occipitale, nella regione anteriore e un po' al di dietro del punto *basion*. Il signor B. Davis scrivendo di quello da lui riscontrato crede che questo *condylus tertius* abbia potuto addentellarsi col *processus dentatus* della seconda vertebra. Questa anomalia, del resto, meriterebbe uno studio più particolareggiato.

Già sino dal 1867 il signor Broca presentava alla Società Antropologica di Parigi un opuscolo del signor Carter Blake della Società Antropologica di Londra in cui si segnalava un fatto anatomico poco conosciuto, sino allora, cioè la presenza del *condylus tertius* di Meckel. Era ritenuto un carattere raro ed eccezionale nelle razze europee, giacchè su mille cranî europei del Museo di Parigi non fu trovato che una o due volte. Il sig. Carter Blake però stabilisce che il condilo soprannumerario è frequentissimo nei cranî provenienti dall' India Transgangetica e dall'Arcipelago Indiano.

Il signor Broca poi nel 1868 trattando dei cranî baschi di Saint-Jean-de-Luz, a guisa di nota, parla di due cranî parigini i quali presenterebbero il terzo condilo.

CONCLUSIONE

Riassumendo adunque brevemente i risultati di tutti gli studî e di tutte le misure che riguardano i nostri cranî, si possono ritenere il cranio Araucano e Pampas come brachicefali o sub-brachicefali; ora deformati ed ora non deformati; in generale, molto alti.

Le curve frontale e occipitale molto brevi; la orizzontale totale, pure molto breve; ciò che dimostra la piccolezza del cranio.

La linea naso-basilare è pure breve; l'indice frontale, mesosemo; il diametro bizigomatico assolutamente largo e la faccia abbastanza alta; la distanza inter-orbitaria non molto grande; l'indice orbitario, megasemo; l'indice cefalo-orbitario basso.

La linea naso-spinale, mediocremente lunga; naso ristretto; l'indice nasale, leptorino.

Il foro occipitale largo; la capacità cranica, piccola; l'indice cefalo-spinale, basso; gli angoli faciali di Cloquet e Jacquart, non ci rivelano un forte prognatismo.

Questi principali e più importanti risultati craniometrici intorno agli Araucani e Pampas non danno certamente il diritto di proporre una nuova classificazione di queste popolazioni sud-americane.

Ma ciò che risulta di fatto (e colui che vorrà proporre una nuova classificazione, ne dovrà tener calcolo) si è che fra il cranio Tehuelches e i cranî Araucani e Pampas la differenza è molto grande: che il cranio dei Pampas non differisce molto dall'Araucano; che finalmente i Botocudos, Tapujos ecc. sono di tipo affatto diverso dagli Araucani e Pampas.

BIBLIOGRAFIA

PER LO STUDIO ANTROPOLOGICO DEGLI ARAUCANI E DEI PAMPAS.

Virchow R., *Schädel von Araucanos und andern Süd-Amerikanern* (Zeit. f. Ethn.). Berlin, 1874.

Dumas V., *Les indiens Pampas* (Ac. Soc. Ethnogr.), Paris, 1877.

Latham R. G. *Natural History of the varieties of Man*. London, 1850.

Giglioli H. E., *Viaggio della Magenta intorno al Globo*. Milano, 1875.

D'Orbigny A., *Voyages dans l'Amérique meridionale*. Paris, 1839 (L'homme Amèricaine).

Topinard P., *Étude sur la taille* (Revue d'Anthr.) Paris, 1876.

Wood J. G., *The natural History of Man*. London, 1870.

Mansilla L. V., *Una escursion à los Indios Ranqueles*. Buenos-Aires, 1871.

Moussy (De) M., *Description de la Confédération Argentine*. Paris, 1860.

Martin Karl., *Ueber die Eingeborenen von Chiloe* (Zeit. f. Ethn.). Berlin, 1877.

Moreno F. P., *Description des cimetièrs et paraderos prèhistoriques de Patagonie* (Revue d'Anthr.) Paris, 1874.

Davis Bernard., *Thesaurus craniorum*. London, 1867.

Waitz Theodor., *Anthropologie der Naturvölker*. Leipzig, 1870.

Bulletins *de la Société d'Anthropologie*. Paris, 1863.

Revue d'Anthropologie. Paris, 1872-73.

Virchow R., *Altpatagonische, altchilenische und möderne Pampas Schädel*. Berlin, 1874 (Zeit. f. Ethn.).

ULTERIORI INDICAZIONI BIBLIOGRAFICHE

PER UNO STUDIO ETNOGRAFICO DEGLI ARAUCANI E DEI PAMPAS.

Taylor B. Edward, *La civilisation primitive*. Paris, 1876-78.

Hovelacque A., *La linguistique*. Paris, 1877.

Darwin C., *Viaggio intorno al mondo*. Torino, 1872.

Topinard C., *L'Anthropologie*. Paris, 1877.

Lubbock Sir J., *I tempi preistorici. L'origine dell'incivilimento*. Torino, 1875.

Figuier Luigi, *Le razze umane*. Milano, 1874.

Brown Robert, *The races of mankind*. London, 1870.

Girard de Rialle, *La Mithologie comparée*. Paris, 1878.

Instructions, *Anthropologiques pour le Chilì*. Paris, 1863 (Bull. Soc. d'Anthr.).

Domeyko, *Araucania y sus habitantes*. Santiago, 1846.

Smith, *The Araucanians*. New-Jork, 1855.

Semallé (De), *Note sur les Patagons*. Paris, 1869.

Lane A., *On a series of about two hundred Flint and chert Arrow-Heads*. (Jour. Anthr. Inst.) London, 1875.

Hudson W. H., *On the Birds of the Rio Negro, Patagonia*. London, 1872 (Zool. Soc.).

Musters, *On the Races of Patagonia*. London, 1871 (Anthr. Ist.).

King and Fitzroy, *Narr. of the voy. of the Adv. and Beagle*. London, 1839.

Cox und Taylor, *An the Arucanian Indians*. Val paraiso, 1870.

Cox G. F., *Viaje ä las regiones sept. della Patagonia*. Santiago, 1863.

Cáldeleugh, *Travels in South America*. London, 1825.

Burmeister H., *Descrip. physique de la Rép. Argentine*. Paris, 1876.

Markham, *Chile*. London, 1877 (Geogr. Magazine).

Le long J., *Les Pampas de la Rép. Arg*. Paris, 1877 (l'Exploration).

Vigoni G., *La pampa e le ande*. Milano, 1877 (l'Esploratore).

Charnay, *A travers la Pampa*. Paris, 1877 (Soc. de Géogr.).

Fanck. *Gli Indiani del Chilì merid*. Berlino, 1871 (Zeit. f. Ethn.).

Seybold, *Viaggio alle Cordigliere del Chilì*. Vienna, 1871 (Geogr. Gesell.).

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

P. Riccardi — Crani Araucanos e Pampas. Roma Fototipia Danesi

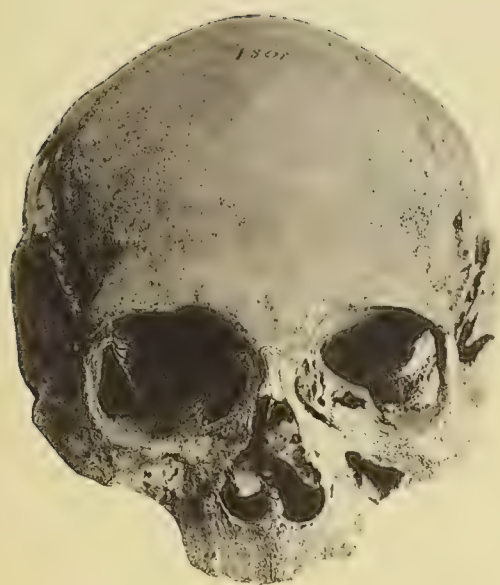
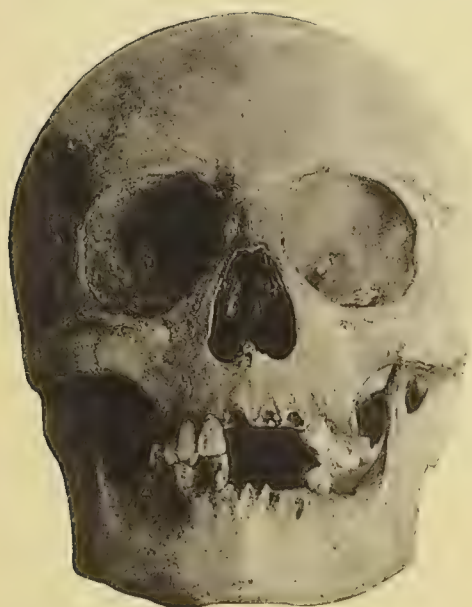
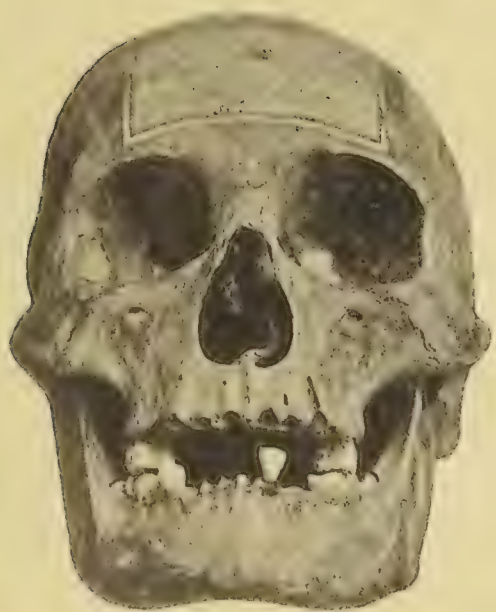
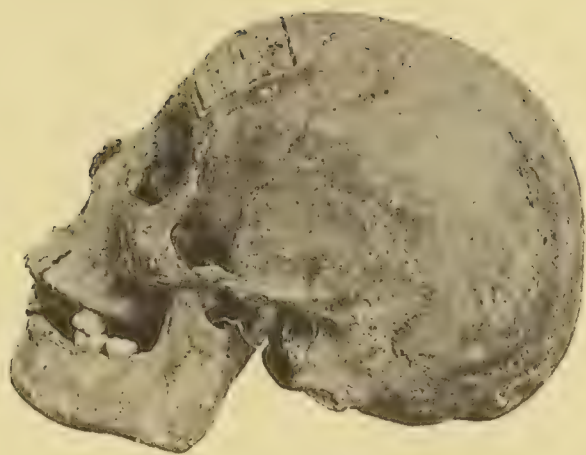
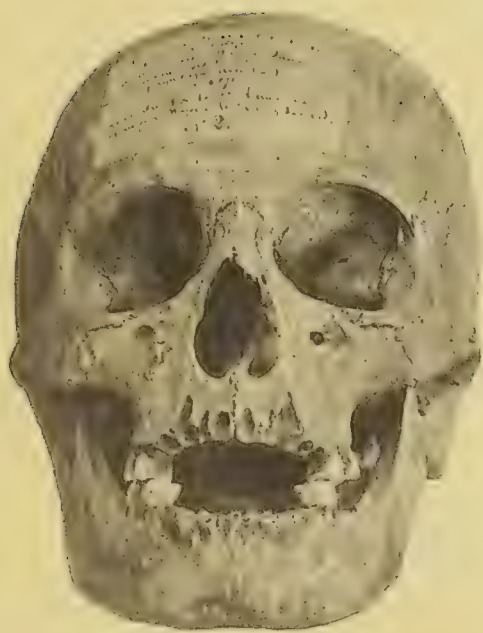
Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

P. Riccardi — Crani Araucanos e Pampas

Roma Fototipia Danesi

Teoremi sulla distribuzione delle correnti elettriche costanti.

Memoria del prof. GALILEO FERRARIS

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia

nella seduta del 1 giugno 1879.

1. Si abbia un corpo conduttore qualunque percorso da correnti elettriche costanti, lo si riferisca ad un sistema di tre assi ortogonali di coordinate, e si dicano ρ la resistenza specifica, X, Y, Z le componenti della forza elettromotrice totale, ed u, v, w le componenti della intensità unitaria della corrente nel punto (x, y, z).

Il lavoro fatto dalle forze elettromotrici nell'unità di tempo è

$$\Omega = \int (\mathrm{X}u + \mathrm{Y}v + \mathrm{Z}w)\, d\mathrm{S}\,,$$

dove l'integrale è esteso a tutto il volume S del corpo; il lavoro equivalente alla quantità di calore svolta dalle correnti nel medesimo tempo è, in grazia della legge di Joule,

$$\int \rho\, (u^2 + v^2 + w^2)\, d\mathrm{S}\,,$$

e pel principio della equivalenza del calore e del lavoro deve essere

$$(1) \qquad \int (\mathrm{X}u + \mathrm{Y}v + \mathrm{Z}w)\, d\mathrm{S} = \int \rho\, (u^2 + v^2 + w^2)\, d\mathrm{S}\,.$$

2. Ora esistono infinite funzioni diverse, che poste in luogo di u, v, w, adempiono alla condizione (1), ed a seconda della scelta, che si fa tra queste, l'integrale Ω esprimente il lavoro delle forze elettromotrici prende valori diversi. Io dico, che il valore di Ω è un *massimo* quando si dànno ad u, v, w i valori determinati per mezzo della legge di Ohm ossieno i valori

$$(2) \qquad u = \frac{\mathrm{X}}{\rho}\,, \qquad v = \frac{\mathrm{Y}}{\rho}\,, \qquad w = \frac{\mathrm{Z}}{\rho}\,.$$

Se infatti noi diamo ad u, v, w altri valori, se poniamo per esempio

$$(3) \qquad u = \frac{\mathrm{X}}{\rho} + \xi\,, \qquad v = \frac{\mathrm{Y}}{\rho} + \eta\,, \qquad w = \frac{\mathrm{Z}}{\rho} + \zeta\,,$$

il lavoro Ω delle forze elettromotrici aumenta della quantità

$$\int (\mathrm{X}\,\xi + \mathrm{Y}\eta + \mathrm{Z}\zeta)\, d\mathrm{S}\,.$$

Ma acciocchè le funzioni (3) soddisfacciano alla condizione (1) dev'essere

$$\int (\mathrm{X}\xi + \mathrm{Y}\eta + \mathrm{Z}\zeta)\, d\mathrm{S} = -\int \rho\, (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)\, d\mathrm{S}\,,$$

dunque, qualunque sieno le funzioni ξ, η, ζ, il valore di Ω corrispondente ai valori (2) di u, v, w è sempre maggiore di quello che corrisponde ai valori (3).

Da questa stessa dimostrazione risulta evidente che i valori (2) sono i soli, che rendano massimo il lavoro Ω delle correnti.

Si sa che esiste sempre uno ed un solo sistema di valori delle funzioni u, v, w,

il quale, mentre rende soddisfatte le equazioni (2), soddisfa per ogni punto del corpo alla condizione

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0,$$

per ogni punto della superficie isolata del corpo stesso alla condizione

$$u\frac{dx}{dn} + v\frac{dy}{dn} + w\frac{dz}{dn} = 0,$$

ove n è la normale, e se esistono superficie di discontinuità, per ogni punto di queste alla condizione

$$\left(u\frac{dx}{dp} + v\frac{dy}{dp} + w\frac{dz}{dp}\right)_+ = \left(u\frac{dx}{dp} + v\frac{dy}{dp} + w\frac{dz}{dp}\right)_-,$$

ove p è la normale presa come positiva in un verso e come negativa nel verso opposto. Si sa anche come queste funzioni u, v, w si possano determinare. Ora, se si ammette, come tutti i confronti dei risultati dell'analisi con quelli dell'esperienza autorizzano a fare, che le funzioni u, v, w, determinate mediante le equazioni (3) e colle condizioni or ricordate, rappresentino la effettiva distribuzione delle correnti nel conduttore, il nostro teorema si può enunciare così:

Tra tutte le distribuzioni di correnti conciliabili col principio dell'equivalenza del calore e del lavoro quella che nel fatto si verifica è quella per cui è massimo il lavoro fatto dalle forze elettromotrici. In altri termini: fra tutti i modi nei quali l'elettricità potrebbe propagarsi soddisfacendo al principio dell'equivalenza del calore e del lavoro, quello, che realmente essa sceglie, è quell'unico, che rende massimo il lavoro degli elettrometri, o ciò che vale lo stesso, il calore svolto nel conduttore.

3. Supponiamo che in una parte S′ del corpo chiusa da una superficie σ non agiscano altre forze elettromotrici, che quelle dovute alla elettricità libera, in altri termini, supponiamo cha nello spazio S′ il potenziale V dell'elettricità libera sia una funzione continua delle coordinate, e che si abbia semplicemente

$$(4) \qquad X = -\frac{dV}{dx}, \qquad Y = -\frac{dV}{dy}, \qquad Z = -\frac{dV}{dz};$$

secondo la legge di Ohm le intensità delle correnti in questo spazio S′ sono

$$(5) \qquad u = -\frac{1}{\rho}\frac{dV}{dx}, \qquad v = -\frac{1}{\rho}\frac{dV}{dy}, \qquad w = -\frac{1}{\rho}\frac{dV}{dz}.$$

Ora supponiamo che le intensità u, v, w delle correnti, invece di avere i valori (5) voluti dalla legge di Ohm in tutto lo spazio S′, abbiano questi valori soltanto sulla superficie σ; poniamo cioè

$$(6) \qquad u = -\frac{1}{\rho}\frac{dV}{dx} + \xi, \qquad v = -\frac{1}{\rho}\frac{dV}{dy} + \eta, \qquad w = -\frac{1}{\rho}\frac{dV}{dz} + \zeta,$$

ove ξ, η, ζ sono funzioni che prendono il valore *zero* in tutti i punti della superficie σ; io dico, che, qualunque sieno le funzioni ξ, η, ζ, purchè soddisfacenti alle condizioni necessarie per la continuità delle correnti, l'integrale

$$\Omega' = \int \rho\,(u^2 + v^2 + w^2)\,dS'$$

esteso allo spazio S′ prende un valore maggiore quando si dànno ad u, v, w i

valori (6) che non quando si dànno a quelle funzioni i valori (5). In altri termini dico, che fra tutte le distiibuzioni di correnti, per le quali sulla superficie σ queste hanno i valori dati, quella determinata mediante la legge di Ohm è quella che rende minimo il valore di Ω'.

Infatti passando dai valori (5) ai valori (6) l'integrale Ω' riceve l'aumento

$$(7) \qquad -2\int\left(\frac{dV}{dx}\xi+\frac{dV}{dy}\eta+\frac{dV}{dz}\zeta\right)dS'+\int\rho\,(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)\,dS'.$$

Ora il primo di questi integrali rappresenta il lavoro fatto dalle correnti ξ, η, ζ nello spazio S', e si può scrivere (¹)

$$-\int_{\sigma} V i_n\,d\sigma,$$

ove si rappresenti con i_n la componente della intensità della corrente (ξ, η, ζ) secondo la normale alla superficie σ, e si estenda l'integrazione a tutta questa superficie. Ma noi abbiamo supposto ξ, η, ζ uguali a *zero* in tutti i punti della superficie σ; è quindi uguale a zero anche i_n. Dunque il primo termine dell'espressione (7) è nullo, e questa si riduce a

$$\int\rho\,(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)\,dS',$$

ed è perciò sempre positiva.

Ammettendo che le funzioni u, v, w determinate per mezzo della legge di Ohm rappresentino l'effettiva distribuzione delle correnti nel conduttore, noi possiamo adunque dire: date le intensità delle correnti in tutti i punti della superficie σ limitante una porzione S' del corpo, nella quale agiscono soltanto le forze elettromotrici dipendenti dalla distribuzione dell'elettricità libera, si possono determinare le intensità delle correnti in tutto lo spazio S' cercando quelle funzioni che hanno i valori dati sulla superficie σ, che soddisfanno alle condizioni necessarie per la continuità e per la permanenza delle correnti, e che rendono *minimo* il valore dell'integrale

$$\Omega'=\int(u^2+v^2+w^2)\,dS',$$

esteso al volume S'.

Nel caso speciale in cui si hanno forze elettromotrici diverse da quelle, che dipendono dalla distribuzione della elettricità libera soltanto nei punti di uno straterello infinitamente sottile, come accade alla superficie di contatto di due parti eterogenee del conduttore, si sa che, data la differenza dei valori del potenziale sulle due faccie dello straterello, la funzione V è quella che renda minimo il valore dell'integrale

$$\int\frac{1}{\rho}\left[\left(\frac{dV}{dx}\right)^2+\left(\frac{dV}{dy}\right)^2+\left(\frac{dV}{dz}\right)^2\right]dS$$

esteso al rimanente del corpo. Questo noto teorema del Dirichlet può considerarsi come un caso particolare della precedente proposizione.

4. Vogliamo applicare le proposizioni qui sopra dimostrate al caso speciale, in cui il corpo conduttore sia costituito da una rete di conduttori filiformi isolati.

(¹) Vedi Briot, *Théorie mécanique de la chaleur*, pag. 269.

Diciamo 1, 2, 3, ... α, β, ... n i vertici o *nodi* della rete, rappresentiamo con $r_{\alpha,\beta}$, $i_{\alpha,\beta}$ ed $E_{\alpha,\beta}$ la resistenza, l'intensità della corrente e la forza elettromotrice data sul lato $\alpha\beta$, e conveniamo di considerare le due ultime grandezze come positive quando sono dirette nel verso $\alpha\beta$, talchè sia in generale

$$(8) \qquad \begin{aligned} r_{\alpha,\beta} &= r_{\beta,\alpha}, \\ i_{\alpha,\beta} &= -i_{\beta,\alpha}, \\ E_{\alpha,\beta} &= -E_{\beta,\alpha}. \end{aligned}$$

Come condizioni necessarie per la permanenza della trasmissione, avremo fra le intensità i, per ciascun vertice, un' equazione come la

$$(9) \qquad \Sigma i_{\alpha,\beta} = 0$$

relativa al vertice α; e pel principio dell'equivalenza del lavoro e del calore, ammessa la legge di Joule, avremo

$$(10) \qquad \Sigma E_{\alpha,\beta}\, i_{\alpha,\beta} = \Sigma r_{\alpha,\beta}\, i^2_{\alpha,\beta},$$

ove Σ rappresenta una somma estesa a tutti i lati della rete.

Diciamo m il numero dei nodi ed n il numero dei lati della rete. Per ciascun nodo avremo un'equazione (9); ma una di queste è una conseguenza delle altre, giacchè, in grazia della relazione $i_{\alpha,\beta} = -i_{\beta,\alpha}$, si ottiene identicamente $0 = 0$, quando queste equazioni si sommano membro a membro tutte insieme. Avremo adunque $m - 1$ equazioni (9) distinte, che unite alla (10) formano un sistema di m equazioni fra le n variabili i. Ora il numero m dei nodi è sempre minore del numero n dei lati della rete, e quindi il principio dell'equivalenza del lavoro e del calore, espresso dall'equazione (10), e le condizioni della costanza della trasmissione, espresse nelle equazioni (9), non bastano a determinare tutte le intensità i. Soltanto nel caso di un conduttore semplice formante un unico circuito chiuso, nel qual caso non si ha che l'equazione (10) con una sola incognita, il problema è determinato.

In tutti gli altri casi, per avere un numero di equazioni uguali a quello delle incognite, si ammette, come conseguenza della legge di Ohm, che l' intensità i di ciascuna corrente sia proporzionale alla forza elettromotrice totale, ossia alla somma della forza elettromotrice data e della caduta del potenziale. Si scrive così per ciascun lato un'equazione come la

$$(11) \qquad r_{\alpha,\beta}\, i_{\alpha,\beta} = V_\alpha - V_\beta + E_{\alpha,\beta}.$$

Le n (11) e le $m - 1$ (9) formano un sistema di $n + m - 1$ equazioni di primo grado, che bastano a determinare le n intensità i e le $m - 1$ differenze di potenziali $V_\alpha - V_\beta$. È noto eziandio come per mezzo delle equazioni (11) si possa con Kirchhoff stabilire la regola seguente: Se nella rete di conduttori si considera una serie di lati formanti un perimetro chiuso, se si immagina di percorrere quel perimetro in un dato verso, e se si conviene di considerare le intensità e le forze elettromotrici come positive, o come negative, secondochè esse sono dirette in quel verso oppure nel verso contrario, la somma algebrica dei prodotti delle resistenze dei lati del perimetro per le intensità delle correnti, che si hanno su di essi, è uguale alla somma algebrica delle forze elettromotrici agenti sul perimetro. Nella rete data è sempre possibile trovare $n - m + 1$ perimetri diversi, ed applicando a ciascuno la

regola enunciata, si ottengono $n-m+1$ equazioni, le quali unite alle $m-1$ equazioni (9) bastano a determinare tutte le intensità i.

Orbene il nostro primo teorema dice, che fra tutti gli infiniti sistemi di valori delle variabili i, i quali soddisfanno alla equazione (10) esprimente il principio dell'equivalenza del calore e del lavoro, ed alle equazioni (9) necessarie per la costanza delle correnti, ve n'ha uno, ed un solo, che rende massimo il lavoro

$$\Omega = \Sigma E_{\alpha,\beta} i_{\alpha,\beta}$$

delle forze elettromotrici, e che questo unico valore è quello determinato colle equazioni (9) ed (11), o ciò che val lo stesso, colle equazioni di Kirchhoff.

Benchè il teorema sia stato dimostrato in generale, non sarà inutile far vedere, che veramente i valori delle variabili i determinati per mezzo delle equazioni (9) ed (11) dànno alla somma Ω un valore maggiore di quello, che questa assume per qualunque altro sistema di valori delle variabili, il quale soddisfaccia alle condizioni (9) e (10). A questo scopo, conservando la lettera i per rappresentare i valori delle intensità dati dalle equazioni (9) ed (11), designiamo con $i+\eta$ il valore di una qualunque delle intensità in un altro sistema anch'esso compatibile colle condizioni (9) e (10). Abbiamo

$$\Omega(i+\eta) = \Omega(i) + \Sigma E_{\alpha,\beta} \eta_{\alpha,\beta} \,. \tag{12}$$

Ora dovendo tanto i valori i quanto i valori $i+\eta$ rendere soddisfatta l'equazione (10), è

$$\Sigma E_{\alpha,\beta} i_{\alpha,\beta} = \Sigma r_{\alpha,\beta} i^2_{\alpha,\beta} \,,$$

e

$$\Sigma E_{\alpha,\beta} (i+\eta)_{\alpha,\beta} = \Sigma r_{\alpha,\beta} (i+\eta)^2_{\alpha,\beta} \,;$$

e quindi:

$$\Sigma E_{\alpha,\beta} \eta_{\alpha,\beta} = 2 \Sigma r_{\alpha,\beta} i_{\alpha,\beta} \eta_{\alpha,\beta} + \Sigma r_{\alpha,\beta} \eta^2_{\alpha,\beta} \,.$$

Ponendo nel primo termine del secondo membro in luogo dei prodotti $r_{\alpha,\beta} i_{\alpha,\beta}$ i loro valori (11), deduciamo da quest' equazione:

$$\Sigma E_{\alpha,\beta} \eta_{\alpha,\beta} = -2 \Sigma (V_\alpha - V_\beta) \eta_{\alpha,\beta} - \Sigma r_{\alpha,\beta} \eta^2_{\alpha,\beta} \,. \tag{13}$$

Ma in grazia delle relazioni (8) si può scrivere

$$\Sigma (V_\alpha - V_\beta) \eta_{\alpha,\beta} = V_\alpha \Sigma \eta_{\alpha,\beta} + V_\beta \Sigma \eta_{\beta,\alpha} \,,$$

ed in grazia delle equazioni (9), le quali debbono essere soddisfatte tanto dai valori i quanto dai valori $i+\eta$, si ha

$$\Sigma \eta_{\alpha,\beta} = 0 \,, \qquad \Sigma \eta_{\beta,\alpha} = 0 \,;$$

dunque l'uguaglianza (13) si riduce a

$$\Sigma E_{\alpha,\beta} \eta_{\alpha,\beta} = - \Sigma r_{\alpha,\beta} \eta^2_{\alpha,\beta} \,,$$

e la (12) dà

$$\Omega(i+\eta) - \Omega(i) = - \Sigma r_{\alpha,\beta} \eta^2_{\alpha,\beta} \,.$$

Il secondo membro di questa uguaglianza è sempre negativo, qualunque sieno i valori attribuiti alle variabili η, dunque il valore $\Omega(i)$ della somma Ω corrispondente ai valori delle intensità i, che effettivamente si verificano, è maggiore del valore $\Omega(i+\eta)$ della medesima somma corrispondente ad altri valori qualunque delle medesime intensità.

Il sistema dei valori i dati dalle equazioni (11) è il solo, che dia alla somma Ω un valore massimo. Se infatti un altro sistema di valori, uno qualunque dei quali

rappresenteremo con $i+\eta$, avesse la medesima proprietà, rappresentando con h quantità piccolissime qualunque, maggiori o minori dell'unità, avremmo la disuguaglianza

$$\Omega(i+\eta) > \Omega(i+h\eta),$$

dalla quale dedurremmo

$$\Sigma E\eta > \Sigma E h\eta.$$

Ma, come sopra, abbiamo

$$\Sigma E\eta = -\Sigma r\eta^2 \quad e \quad \Sigma E h\eta = -\Sigma r h^2\eta^2,$$

dunque avremmo

$$\Sigma r\eta^2 < \Sigma r h^2\eta^2.$$

Ora è impossibile, che questa disuguaglianza sussista per tutti i valori, che si possono dare ai fattori h, se non sono nulle tutte le variabili η.

5. I valori delle intensità i, e quindi anche quello della somma

$$\Omega = \Sigma E i = \Sigma r i^2,$$

sono funzioni delle resistenze r. Considerandoli come tali, possiamo scrivere come segue il differenziale totale di Ω:

$$d\Omega = \Sigma i\, d(ri) + \Sigma r\, i\, d i,$$

ossia, essendo $r\, i\, d i = i d(ri) - i^2 dr$:

$$d\Omega = 2\,\Sigma i\, d(ri) - \Sigma i^2 dr.$$

Ora le i sono funzioni di r tali, che si ha per ogni valore di r:

$$\Sigma E i = \Sigma r i^2,$$

e quindi

$$\Sigma E d i = \Sigma i\, d(ri) + \Sigma r\, i\, d i;$$

inoltre esse debbono soddisfare alla condizione, che, considerando le r come costanti, la somma $\Sigma E i$ sia un massimo, quindi dev'essere

$$\Sigma E d i = 2\,\Sigma r\, i\, d i = 0;$$

per conseguenza si ha

$$\Sigma i\, d(ri) = 0.$$

Dunque il precedente valore di $d\Omega$ si riduce a

$$d\Omega = -\Sigma i^2 dr.$$

Quest'espressione ci dice, che ogni aumento di una delle resistenze produce una diminuzione del valore di Ω, ossia del lavoro fatto nell'unità di tempo dalle forze elettromotrici; ogni diminuzione di alcuna delle resistenze produce un aumento del detto lavoro [1].

6. Supponiamo, che agiscano forze elettromotrici E soltanto sopra una parte dei conduttori filiformi, di cui la rete è formata; denominiamo, per distinguerle, colla lettera I le intensità delle correnti, che si hanno su questi conduttori, e riserbiamo la lettera i per rappresentare l'intensità su di uno qualunque degli altri lati, sui quali non agiscono forze elettromotrici. Consideriamo le I come date e le i come incognite. Per la costanza delle correnti deve sussistere tra le intensità I e le i, per ciascun vertice α, la relazione

$$(9') \qquad \Sigma(I+i)_{\alpha,\beta} = 0;$$

[1] Questa conclusione coincide con quella, a cui accenna Gauss in un passo dei frammenti, con cui si termina l'edizione completa delle sue opere fatta per cura della Società delle scienze di Göttingen. Vedi: Carl Friedrich Gauss *Werke*, fünfter Band. Göttingen 1867, pag. 604, Nachlass.

e queste relazioni, se sono in numero uguale a quello delle variabili i, bastano a determinarne i valori in funzione delle I. Se il numero delle equazioni (9') è minore di quello delle incognite i, esistono infiniti sistemi di valori delle i, i quali rendono soddisfatte le equazioni (9'). Fra tutti questi infiniti sistemi, quello, che realmente si verificherà, è quell'unico, che, rimanendo costanti i valori delle I, rende minima la somma

$$\Omega' = \Sigma r i^2 .$$

Questo teorema è una applicazione della nostra seconda proposizione generale esposta all'art. 3. Volendone tuttavia dare una dimostrazione diretta, rappresentiamo colle lettere i i valori dati dalle equazioni (11), le quali nel caso presente si riducono alla forma:

$$r_{\alpha,\beta}\, i_{\alpha,\beta} = V_\alpha - V_\beta \,, \tag{11'}$$

e designiamo un altro valore qualunque di esse variabili colla somma

$$i + \eta .$$

Dovendosi avere, per ciascun vertice, ad un tempo l'equazione

$$\Sigma\,(I + i)_{\alpha,\beta} = 0 \,,$$

e l'equazione

$$\Sigma\,(I + i + \eta)_{\alpha,\beta} = 0 \,,$$

le grandezze η dovranno essere così scelte, da soddisfare, per ciascun vertice della rete, all'equazione

$$\Sigma \eta_{\alpha,\beta} = 0 \,. \tag{14}$$

Ciò posto, abbiamo

$$\Omega'\,(i + \eta) - \Omega'\,(i) = 2\,\Sigma r i \eta + \Sigma r \eta^2 .$$

Ora, ponendo nel primo termine del secondo membro in luogo dei prodotti ri i valori (11'), otteniamo

$$\Sigma r i \eta = \Sigma\,(V_\alpha - V_\beta)\,\eta_{\alpha,\beta} \,,$$

ossia, in grazia delle relazioni (8),

$$\Sigma r i \eta = V_\alpha \Sigma \eta_{\alpha,\beta} + V_\beta\, \Sigma \eta_{\beta,\alpha} \,,$$

e quindi, in grazia delle (14):

$$\Sigma r i \eta = 0 \,.$$

Dunque

$$\Omega'\,(i + \eta) - \Omega'\,(i) = \Sigma\, r \eta^2 ;$$

e siccome, qualunque sieno i valori attribuiti alle grandezze η, la somma $\Sigma r \eta^2$ è sempre positiva, così possiamo conchiudere, che $\Omega'(i)$ è un minimo.

7. Per dare qualche esempio di applicazione dei teoremi, che abbiamo dimostrato, e mostrare come essi, adoperati per determinare le intensità delle correnti costanti in una data rete di conduttori filiformi, conducano alle medesime equazioni, a cui conducono le regole del Kirchhoff, considereremo i casi semplici di un sistema di circuiti derivati da un unico circuito principale, e di un sistema di conduttori formanti la disposizione del ponte di Wheatstone.

Nel caso dei circuiti derivati diciamo E la forza elettromotrice unica agente sul circuito principale, R la resistenza di questo circuito, ed I la intensità della corrente, che lo percorre; diciamo invece $r_1, r_2, r_3, \ldots r_n$ le resistenze degli n circuiti

derivati ed $i_1, i_2, i_3, \dots i_n$ le intensità delle correnti rispettive. Secondo il teorema del n. 4 le intensità cercate, $I, i_1, i_2, \dots, i_n$, sono quelle, che soddisfanno alle condizioni

$$EI = \text{massimo},$$

$$(15)\qquad EI = RI^2 + r_1 i^2_1 + r_2 i^2_2 + \dots + r_n i^2_n,$$

$$(16)\qquad I = i_1 + i_2 + \dots + i_n.$$

Perchè queste condizioni sieno soddisfatte, i valori delle variabili $I, i_1, i_2, \dots, i_n$ debbono essere tali, che, per qualunque sistema di valori dei differenziali dI, di, ecc., riescano soddisfatte le equazioni

$$E\,dI = 0,$$
$$RI\,dI + r_1 i_1\, di_1 + \dots + r_n i_n\, di_n = 0,$$
$$dI - di_1 - di_2 - \dots - di_n = 0.$$

Moltiplicando la prima di queste equazioni per il fattore indeterminato λ, e la terza per un altro fattore indeterminato λ', poi sommando, ed uguagliando a zero le quantità, che nella somma moltiplicano dI, di_1, di_2, ... di_n, otteniamo le $n+1$ equazioni

$$\lambda E + RI + \lambda' = 0,$$
$$r_1 i_1 - \lambda' = 0,$$
$$r_2 i_2 - \lambda' = 0,$$
$$\dots\dots\dots$$
$$r_n i_n - \lambda' = 0.$$

Combinando la prima di queste equazioni successivamente con tutte le altre, otteniamo

$$\lambda E + RI + r_1 i_1 = 0$$
$$(17)\qquad \lambda E + RI + r_2 i_2 = 0,$$
$$\dots\dots\dots\dots$$
$$\lambda E + RI + r_n i_n = 0.$$

Queste, moltiplicate rispettivamente per $i_1, i_2, i_3, \dots i_n$, e sommate dànno

$$\lambda E\,(i_1 + i_2 + \dots + i_n) + RI\,(i_1 + i_2 + \dots i_n) + r_1 i^2_1 + r_2 i^2_2 + \dots + r_n i^2_n = 0;$$

ossia, in grazia delle (15) e (16):

$$\lambda EI + EI = 0$$

e quindi

$$\lambda = -1.$$

Con questo valore di λ le equazioni (17) diventano

$$r_1 i_1 = E - RI,$$
$$r_2 i_2 = E - RI,$$
$$\dots\dots\dots$$
$$r_n i_n = E - RI,$$

e sono queste, come è noto, le relazioni che si ricavano dall'applicazione del principio di Kirchhoff fatta agli n perimetri formati dal circuito principale con ciascuno degli n circuiti derivati.

Nel caso della disposizione del ponte di Wheatstone diciamo r_1, r_2, r_3, r_4 le resistenze dei quattro lati del parallelogrammo ed r_5 la resistenza della diagonale, con cui supporremo congiunti i vertici (1, 2) e (3, 4); diciamo i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 le intensità su questi lati e su questa diagonale, e rappresentiamo con I la intensità della corrente principale, il cui circuito, che è il solo che contenga una pila, è collegato ai vertici (1, 4) e (2, 3) del parallelogrammo. Il teorema del n. 6 dice, che

le intensità incognite i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 sono quelle, che, riguardando come costante l'intensità I della corrente principale, rendono minima la somma

$$\Omega' = r_1 i^2_1 + r_2 i^2_2 + r_3 i^2_3 + r_4 i^2_4 + r_5 i^2_5 \,, \tag{18}$$

e che intanto soddisfanno alle condizioni

$$i_3 = \mathrm{I} - i_2 \,, \qquad i_4 = \mathrm{I} - i_1 \,, \qquad i_5 = i_1 - i_2 \,. \tag{19}$$

Portando nella (18) i valori (19) di i_3, i_4, i_5, e formando le equazioni

$$\frac{d\Omega'}{di_1} = 0 \,, \qquad \frac{d\Omega'}{di_2} = 0 \,,$$

si ottengono le due equazioni

$$\begin{aligned} (r_1 + r_4 + r_5)\, i_1 - r_5 i_2 &= r_4 \mathrm{I} \,, \\ (r_2 + r_3 + r_5)\, i_2 - r_5 i_1 &= r_3 \mathrm{I} \,, \end{aligned} \tag{20}$$

le quali, unite alle tre (19), bastano a determinare le cinque intensità i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 in funzione di I e delle resistenze. Il valore di i_5, così calcolato, è

$$i_5 = \mathrm{I} \frac{r_2 r_4 - r_1 r_3}{(r_1 + r_4 + r_5)(r_2 + r_3 + r_5) - r^2_5} \,,$$

e si riduce a zero quando è

$$r_2 r_4 = r_1 r_3 \,.$$

È questo il noto principio, su cui è fondato l'uso del ponte.

8. Terminando, ci piace accennare ad un passo di Gauss, che trovasi nei frammenti sopra citati. Dopo di avere stabilito un principio generale per la determinazione delle intensità delle correnti costanti in una rete qualunque di fili conduttori, il quale principio, fatta astrazione dalle denominazioni, coincide con quello di Kirchhoff, e dopo di avere considerato in particolare il caso del ponte di Wheatstone, il Gauss dice [1]:

« Il principio fondamentale conduce a questa conseguenza, che

$$\Sigma r i i$$

dev'essere un *minimum*, ove r rappresenti la resistenza di un elemento ed i l'intensità della corrente. Ancor più semplicemente, dev'essere minimo

$$\Sigma \varepsilon v v \,,$$

ove ε rappresenti un elemento del fluido mosso e v la sua velocità ».

Questa proposizione è un'applicazione del nostro secondo teorema, il quale in questo caso coincide col teorema di Dirichlet.

Quello però, che principalmente ci pare importante aver posto in chiaro, è la relazione che passa tra questa proposizione e quella, che si riferisce al massimo lavoro delle forze elettromotrici. E in quanto a questa ultima proposizione, la quale forma l'oggetto principale di questo scritto, a noi pare, che essa si presenterà con maggiore interesse, se avremo fatto notare, che la legge della distribuzione dei potenziali, dalla quale è desunta l'ipotesi espressa nelle equazioni (2), trova nella esperienza diretta una conferma meno facile e meno completa di quella che ebbe la legge di Joule, sulla quale si appoggia l'enunciato del nostro teorema.

[1] Carl Friedrich Gauss *Werke*, fünfter Band. Göttingen 1867, pag. 603. Nachlass.

Studî sulla natura della malaria.

Memoria del prof. EDWIN KLEBS
e del Socio CORRADO TOMMASI-CRUDELI

letta nella seduta del 1 giugno 1879.

CAPITOLO I.

Produzione della malaria. Esposizione delle ricerche istituite in passato per determinarne la natura.

L'endemia malarica ha nella storia naturale e civile dell'umanità, una importanza superiore a quella di tutte le altre malattie endemiche alle quali va soggetta la specie umana. Queste si osservano sempre in regioni del globo più o meno limitate, mentre non ci è possibile ancora di precisare i limiti geografici della produzione della malaria. Questa produzione raggiunge il suo più alto grado nelle regioni tropicali, ma può esser molto cospicua anche nelle zone temperate, e verificarsi anche in climi assai freddi. Nell'Emisfero Boreale per es. la malaria si può produrre in tutte le latitudini comprese fra l'Equatore ed il 60° grado nord, ed alcuni fatti studiati in Isvezia da Bergmann, tenderebbero a dimostrare come essa possa svilupparsi in regioni che finora ne erano immuni, in circostanze tali da far supporre una importazione. Quindi è che, nello stato presente delle nostre cognizioni, non si può stabilire con certezza quali parti della superficie terrestre compresa fra i due circoli polari, debbano essere considerate come assolutamente preservate dalla malaria.

La produzione della malaria, nelle località atte a generarla, aumenta in ragione inversa della latitudine geografica, ed in ugual ragione aumenta la gravità delle malattie che essa cagiona. Nelle regioni temperate, e più ancora nelle tropicali, essa può giungere a rendere inabitabili le località infette. Nessun' altra malattia endemica od epidemica minaccia o distrugge l'abitabilità di una regione come la endemia malarica. La malaria costituisce il principale ostacolo alla esplorazione ed alla colonizzazione del continente affricano; minaccia di ridurre a deserti vaste regioni degli Stati del Sud nella Unione americana, che erano floridissime sinchè venne impiegata a coltivarle la razza negra, la quale resiste meglio di ogni altra razza umana alla sua azione; ha desolate in Europa intere provincie che in antico erano popolose e fiorenti. Anche dove la intensità della sua azione non è tale da produrre una grande mortalità annua, l'endemia malarica induce una decadenza

progressiva delle razze umane, che nessun' altra endemia è capace di produrre in ugual grado.

La preservazione delle società umane da effetti malefici così gravi è quindi un interesse economico-sociale di prim' ordine, dove la malaria esiste. Gli uomini di Stato di tutti i paesi civili afflitti da questa endemia si sono in ogni tempo adoperati a rimuoverla, o a limitarla; e perfino nella storia della semi-civiltà Peruviana si trova ricordo di sistemazioni delle acque, imposte e sorvegliate dalla provvida amministrazione degli Incas nelle basse terre che costeggiano il Pacifico, onde aumentarne la fecondità e la salubrità. Nell' antichità, l'amministrazione romana si distinse sopra ogni altra per la vastità e grandiosità delle opere intraprese nell' intento di vincere questo nemico pubblico, e tali opere furono spesso segnalate come uno dei principali titoli dei governanti alla riconoscenza dei cittadini. Anche nei tempi moderni, una delle amministrazioni più riputate per saviezza ed intendimenti civili, quella degli ultimi due Granduchi di Toscana, trasse il suo maggior titolo di gloria dalle bonifiche compiute, od iniziate, onde rendere salubri vaste regioni desolate dalla malaria. L' Italia, dove la malaria ha ridotte inabitabili, o quasi, vaste estensioni di paese (specialmente nel versante occidentale degli Appennini, in Sardegna ed in Sicilia) è spinta dopo il 1870 a sciogliere radicalmente il problema della soppressione della endemia malarica, anche da un grande interesse politico. La sua nuova capitale è posta nel centro di una delle regioni più insalubri delle zone temperate, ed il suolo stesso sul quale la città è costruita può farsi generatore di malaria nella stagione calda. La malsania di Roma durante questa stagione, è divenuta molto minore in alcuni quartieri della città in seguito ai grandi lavori di fognatura, di viabilità, e di edificazione eseguiti negli ultimi nove anni, ma esercita tuttavia una influenza dannosa sullo svolgimento progressivo della città e sulla vita pubblica che vi è concentrata. Queste condizioni della capitale italiana, hanno influito a moltiplicare in questi ultimi tempi gli studî diretti a ricercare i vari modi di produzione dei focolai di infezione malarica, ed i mezzi più acconci a limitarli od estinguerli.

Tutte le conoscenze che abbiamo sulle malattie cagionate dalla malaria, provano: che le vere cagioni di esse debbono essere rintracciate nel suolo di quelle località nelle quali questi processi morbosi si manifestano in gran numero, e che la sostanza venefica prodottasi nel suolo, può essere sollevata ad altezze diverse nell'atmosfera per mezzo di correnti ascendenti di aria.

Nei *terreni paludosi* la produzione della malaria è nulla o scarsissima, anche quando la temperatura è assai elevata, sinchè il fondo palustre è separato dall' atmosfera per mezzo di strati d' acqua assai cospicui. Essa cresce gradatamente nella stagione asciutta, a misura che la evaporazione assottiglia questi strati d' acqua, e raggiunge il suo massimo quando una gran parte del fondo palustre è messa allo scoperto, od è separata dall' atmosfera soltanto per mezzo di veli d'acqua di pochissima profondità. Si solleva allora dal suolo una gran quantità di veleno malarico, che da molti viene designato, anche oggigiorno, col nome di *miasma palustre*. La qualifica di *palustre* data a questo veleno o miasma, ed alla febbre prodotta dalla sua azione, deve però essere abbandonata, poichè la malaria non si sviluppa in tutti i

luoghi paludosi, mentre può essere generata abbondantemente in terreni che mai furono palustri.

Qualcuno ha voluto supporre che questa produzione della malaria nei *terreni non palustri* sia dovuta ad una costituzione geologica e chimica speciale di essi. Questa opinione venne principalmente sostenuta da Heyne e da Kirke, ma non è accettabile. La malaria si può produrre in terreni di composizione molto diversa, mentre terreni di uguale composizione e posti in uguali condizioni fisiche, talvolta si mostrano atti alla generazione di essa, e tal' altra no. Ciò prova che lo sviluppo della malaria non è legato ad una particolare composizione chimica del suolo, ma non basta ad escludere che, a parità di tutte le altre condizioni, questo sviluppo possa essere influenzato, in più od in meno, da alcune qualità chimiche del terreno. Non è improbabile, benchè non sia ancora provato, che le modificazioni indotte nella composizione chimica del terreno da culture razionali possano, in alcuni casi, diminuire la sua attitudine alla produzione della malaria. Inoltre gli esperimenti fatti da Lanzi e Terrigi nel 1873 (1) e ripetuti da essi su vasta scala negli anni successivi durante i lavori eseguiti nel Colosseo (2), rendono molto probabile che la calce ed i sali solubili di calcio aggiunti ad alcuni terreni malarici, diminuiscano od anche sospendano la produzione della malaria nei medesimi. Sarebbe desiderabile che simili ricerche venissero intraprese in tutte le varie specie dei terreni malarici, poichè per mezzo di esse si potrebbe forse giungere a perfezionare i lavori di bonifica, ed a renderli di effetto più sicuro.

Gli studî degli igienisti sono stati fin qui rivolti di preferenza alle condizioni fisiche, che favoriscono la produzione della malaria in questi terreni non palustri. Tutti questi terreni contengono una notevole quantità d'acqua nella stagione delle piogge, sia per effetto della loro bassa giacitura, sia per effetto della poca permeabilità del sottosuolo che gli sostiene. Durante la stagione calda la produzione della malaria può effettuarsi negli strati superficiali del suolo, quando questi strati rimangono abbastanza umidi, come avviene per es. nei terreni malarici ricoperti da boschi. Se invece il terreno è scoperto, la evaporazione estiva può arrivare a disseccare interamente gli strati superficiali, ma ordinariamente non giunge fino ad esaurire le acque contenute negli strati inferiori, i quali possono conservare una ragguardevole umidità fino al ritorno della stagione delle piogge. La produzione della malaria non può più effettuarsi allora negli strati superficiali rimasti asciutti, ma ha luogo negli strati umidi sottostanti, ogni qualvolta l'aria atmosferica può penetrare sino ad essi a traverso le screpolature o le porosità degli strati superficiali, ovvero quando si praticano degli sterri che li mettono allo scoperto.

Nelle basse terre, questi focolai sotterranei di produzione malarica sono formati talvolta da antichi fondi palustri ricoperti da colmate naturali od artificiali, quali per es. la *cuora* palustre di molte località del littorale e della Maremma toscana, ed il sottosuolo di gran parte della Val di Chiana. Questi fondi palustri sotterrati sono innocui, anche quando rimangono umidi nella stagione calda, se il

(1) Atti dell' XI congresso degli scienziati italiani. Roma, 1873.

(2) Atti dell'Accademia di Medicina di Roma. Seduta del mese di aprile 1879.

terreno di colmata che li ricuopre è profondo ed abbastanza compatto. Generano invece la malaria, quando essi sono separati dall'atmosfera soltanto per mezzo di strati sottili di un terreno disgregato ([1]), ovvero quando l'aria può accedervi in seguito a scavi, o a traverso le screpolature prodottesi nel terreno soprastante.

Spesso però i focolai sotterranei di infezione malarica non hanno origine palustre, sono poverissimi di *detritus* organici, e possono trovarsi ad altezze ragguardevoli sulle colline e sui monti. La conservazione dell' umidità negli strati inferiori di questa sorta di terreni, è dovuta per lo più alla scarsa permeabilità del sottosuolo che gli sostiene, ed alle irregolari inclinazioni della sua superficie le quali impediscono lo scolo delle acque da esso tenute in collo. Esempi numerosi di terreni di tal fatta si riscontrano in molte parti d' Italia, specialmente nell'Agro romano, e nella città di Roma, dove riuscirebbe facile precisare la sede dei principali focolai d' infezione, qualora fosse condotto a termine il bel lavoro iniziato dall' ingegnere Vescovali, col tracciamento del profilo della zona acquifera che si estende dal Gianicolo alla Porta s. Lorenzo, passando per il Pantheon. Anche in questi terreni lo sviluppo della malaria non ha luogo, se l'accesso dell'aria atmosferica fino agli strati che conservano l' umidità nella stagione calda, non è assicurato dalla permeabilità o dalle soluzioni di continuo degli strati sovrastanti, ovvero non è procurato accidentalmente dagli sterri.

È stato supposto più volte che, oltre a queste fonti di produzione della malaria costituite dai terreni di luoghi paludosi e di luoghi non paludosi, ne esistessero altre, affatto indipendenti dalla natura e dalle condizioni del suolo. Fra le ipotesi che sono state enunciate in proposito, alcune sono passate nella tradizione popolare di vari paesi, ed hanno acquistato agli occhi di molti la importanza di dottrine stabilite. Una delle più divulgate è quella che attribuisce alle foreste la proprietà di generare malaria, mediante la putrefazione delle foglie e dei rami morti che ne ricuoprono il suolo. Questa ipotesi è stata suggerita dalla esistenza di molte foreste in Europa, in Affrica, nelle Indie orientali, in America ed in Australia, nelle quali la produzione della malaria raggiunge talvolta proporzioni grandissime; e dal fatto che il diboscamento di molte regioni malariche in Inghilterra, nell'America del Nord e nell' India orientale, ha spesso servito a sanificarle, ed a renderne abitabili alcune che prima erano assolutamente inabitabili. Anche nelle Paludi Pontine si è potuto verificare un fatto analogo, dopo il taglio che la casa Caetani fece venti anni or sono della gran selva che circondava il paese di Cisterna dal lato meridionale. Questa selva era appunto quella della quale Lancisi impedì il taglio nel 1714, persuaso come egli era che i boschi incedui migliorassero l'aria dei luogi palustri, ed in questo caso avessero anche il vantaggio di tutelare Cisterna dai venti meridionali, che egli credeva apportatori di malaria. Invece la distruzione di questa grande selva ha procurato a Cisterna un aumento notevole di salubrità e di popolazione ([2]).

([1]) Linoli dott. Giuseppe, *Sulle cause che rendono endemiche le febbri miasmatiche nel Comune di Castiglion Fiorentino.* Memoria letta al Comitato medico di Arezzo il 10 luglio 1877.

([2]) Giovanni Maria Lancisi. *Due discorsi inediti sul taglio delle selve di Cisterna e Sermoneta*, pronunciati il 23 agosto e il 27 settembre 1714. Pubblicati per cura del prof. Francesco Scalzi. Roma, 1877.

Sermoneta, a differenza di Cisterna, si trova adesso in condizioni peggiori di quelle nelle quali

Non v'ha dubbio adunque sulla esistenza dei fatti sui quali si fonda l'ipotesi suaccennata, ma la interpretazione che se ne è data è fallace. Ed invero non è possibile ammettere che la decomposizione dei *detritus* vegetabili accumulati nelle foreste, valga da sola a produrre malaria, quando vediamo in tutte le parti del globo esistere vaste foreste, poste nelle medesime condizioni climatologiche di quelle nelle quali la produzione della malaria avviene, e che pur sono salubri, sebbene talvolta la massa di *detritus* vegetabili che vi si sono accumulati e vi putrefanno sia enorme, come per es. in alcune foreste vergini dell'America del Sud.

È certo però, che quando i boschi ricuoprono terreni produttori di malaria, essi possono favorire questa produzione, specialmente se tali terreni sono situati in giaciture che rendono difficile lo scolo delle acque in essi contenute. Il bosco, intercettando i raggi solari, impedisce un'attiva evaporazione del suolo, e permette che il terreno malarico conservi molta umidità durante la stagione calda, *anche negli strati più esposti all'azione dell'aria atmosferica.* Se quest' ostacolo all'azione diretta dei raggi solari viene rimosso, il prosciugamento estivo del terreno che ne risulta diminuisce notevolmente la produzione della malaria, ed in terreni non molto profondi può giungere ad arrestarla. Si concepisce quindi come il diboscamento possa migliorare spesso, anche da solo, le condizioni di salubrità di tali luoghi; e si intende altresì come, nei terreni profondi, esso non valga ad arrestare interamente la produzione della malaria, senza l' aiuto di fognature e di altre opere idrauliche, le quali esauriscano le acque di quegli strati che l' azione dei raggi solari non arriva a prosciugare.

È opinione di molti che la malaria possa esser generata dalla putrefazione degli organismi inferiori, vegetabili ed animali, che muoiono in gran numero quando le acque salse del mare si mescolano con acque dolci raccoltesi in prossimità di esso. Questa opinione è fondata sulla coincidenza osservata in alcune parti delle coste italiane, dove dei laghi di acqua dolce sono separati dal mare per mezzo di dune, della penetrazione delle acque del mare entro questi serbatoi, colla invasione delle febbri intermittenti. Questa coincidenza però è stata riscontrata soltanto in località nelle quali i terreni circostanti alle raccolte d' acqua dolce sono produttori di malaria; ovvero lo furono in passato, e si mostrano sempre capaci di ridivenir tali, ogni qualvolta le antiche *cuore* palustri che essi contengono sono poste, durante l'estate, in condizioni favorevoli di umidità e di azione dell' aria atmosferica. Oltre a ciò, quella coincidenza non è stata notata se non nelle stagioni nelle quali questi terreni, o abitualmente od occasionalmente, producono malaria in abbondanza. Nelle altre stagioni dell' anno, la mescolanza delle acque dolci colle salse può avvenire in condizioni tali da determinare la morte e la putrefazione di una quantità grandissima di organismi vegetabili ed animali, intorbidare ed anco rendere fetide le acque di questi laghi littoranei (come per es. nei laghi di Burano, di Fogliano, dei Monaci, di

era nel secolo scorso. Ciò non è dovuto ai diboscamenti eseguiti nel piano sottostante al colle, in cima al quale siede Sermoneta, ma ad una vasta palude che si è formata ai piedi del colle dopo la bonifica di Pio VI, che in questa parte delle Pontine fu imperfettissima. Gli effluvî malarici della nuova palude si sollevano fino all' altezza di Sermoneta, ed han reso affatto inabitabili le case che guardano da quel lato.

Caprolace) senza che si manifestino febbri di malaria, nemmeno in persone le quali si trattengono intere giornate su questi laghi a pescare, o a cacciare le folaghe. Se poi il terreno circostante ai laghi non è atto a produrre malaria, la mescolanza delle acque dolci colle salse può avvenire nella stessa forma, e prendere vastissime proporzioni, senza che la malaria si manifesti in alcuna stagione dell'anno: come si vede in alcuni grandi laghi littoranei del mar Baltico (per es. Frisches Haff, e Curisches Haff) che non generano malaria, mentre la malaria si produce in località che son poste esattamente nelle medesime condizioni di latitudine e di clima (per es. Jahdebusen e Wilhelmshafen), le quali però, a differenza delle prime, sono circondate da terreni malarici. Quindi, se non abbiamo argomenti per escludere che gli effetti di quella miscela possano aggravare le condizioni delle località insalubri, ne abbiamo abbastanza per escludere che essa possa per se sola generare la malaria, e produrre endemie malariche in località salubri.

Lo stesso è a dire della opinione che attribuisce alla macerazione della canapa e del lino, la facoltà di svolgere effluvî malarici. Tali macerazioni riescono spesso dannose per gli effluvî putridi che emanano, e per l'inquinamento delle acque potabili che possono produrre, ma non generano la malaria. Ciò è dimostrato dal numero grandissimo di macerazioni di canapa e di lino, che si fanno in paesi non afflitti dalla malaria, senza che vi si manifestino febbri intermittenti. Non è da escludere però, che quando tali macerazioni han luogo in terreni produttori di malaria, esse possano influire a peggiorare le condizioni di questi terreni; poichè, se non altro, gli scavi eseguiti per preparare i maceratoi, e la introduzione dell'acqua nei medesimi, possono aumentare la produzione della malaria dove già esisteva, o risuscitarla nei terreni già bonificati.

Certamente ogni ragione di prudenza consiglia di rimuovere tutte queste cause concomitanti di malsania, onde non lasciar nulla di intentato per meglio assicurare le bonifiche. Ma lo scopo essenziale della bonifica, è quello di *modificare le vere sedi della produzione, cioè i terreni malarici, in guisa tale da toglier loro la possibilità di offrire un campo favorevole allo sviluppo della malaria.*

L'esperienza ha dimostrato che questo sviluppo non può aver luogo senza la combinazione di tre fattori:

1° una temperatura assai elevata;

2° una persistente umidità del suolo;

3° l'accesso dell'aria fino agli strati umidi del suolo.

Quando uno di questi tre fattori viene eliminato, lo sviluppo della malaria non si verifica. Anche nei terreni malarici abbandonati a se stessi, avviene talvolta che quando la temperatura media dell'estate è molto elevata e per molto tempo non cadono piogge, la produzione della malaria si arresta, perchè l'evaporazione del suolo arriva ad esaurire tutta l'umidità che esso conteneva. In tal caso una pioggia che sopravvenga può bastare a determinare in poche ore lo scoppio della endemia malarica, che fino alla venuta della pioggia non si era manifestata. Così pure, se la temperatura media dell'estate è eccezionalmente molto bassa, può avvenire che la produzione della malaria venga sospesa, o rimanga entro ristretti limiti; ma essa

riprende tutto il suo vigore, anche in brevissimo spazio di tempo, quando la temperatura dell'atmosfera si inalza [1].

L'oggetto principale dei lavori di bonifica compiuti o tentati fino al presente, è stato quello di ottenere in modo permanente la remozione di uno di questi fattori, mediante il prosciugamento dei terreni malarici. Le opere idrauliche dirette a procurare una sistemazione delle acque capace di condurre a questo risultato, hanno variato a seconda della qualità e della giacitura di tali terreni. Nelle basse terre, onde impedire i ristagni delle acque nel soprassuolo e nel sottosuolo, si è per lo più adoperato un sistema di canali aperti, studiandosi di assicurare per mezzo di essi, in ogni stagione dell' anno, lo scolo delle acque. Questo sistema, evidentemente insufficiente quando i terreni da bonificare hanno un livello presso a poco uguale, od inferiore, a quello del mare o dei collettori naturali della regione, è stato combinato coll' uso delle macchine idrovore; ovvero unito al sistema delle colmate, dovunque era possibile introdurre nei luoghi da bonificare dei corsi d'acqua ricchi di terre di trasporto. Il rialzamento di livello procurato dalle colmate ha il doppio effetto di facilitare lo scolo delle acque, e di sotterrare quelle parti del suolo che prima della bonifica producevano la malaria. Cosicchè, quando la colmata è perfettamente riuscita, vengono eliminati contemporaneamente due fattori dello sviluppo della malaria; cioè l' umidità del terreno, e l'accesso dell'aria a quelle parti di esso nelle quali lo sviluppo della malaria aveva luogo.

Per la bonifica dei terreni malarici posti in giaciture più elevate, sono stati adoperati, a seconda delle varie condizioni che presentano, i canali aperti, i grandi collettori a botte, le fognature superficiali per mezzo di canali coperti o di tubi di argilla, ed anco delle fognature praticate a profondità ragguardevoli nel sottosuolo. I più begli esempi di questa ultima maniera di bonifica ci sono offerti

[1] Quando soffiano venti meridionali, e specialmente lo scirocco, questo inalzamento della temperatura avviene talvolta in modo improvviso, e l' aumento quasi immediato dello sviluppo della malaria che allora si verifica in alcuni paesi dell' Italia occidentale, ha creato il pregiudizio che lo scirocco vi porti la malaria dall'Affrica. Anche Lancisi attribuiva ai venti meridionali una speciale azione malefica, e credeva di proteggere le città ed i paesi della provincia di Roma, opponendo a tali venti un antemurale formato da boschi. Egli riteneva che ciò costituisse un *efficace riparo*, e che i boschi trattenessero o filtrassero queste correnti d' aria meridionali prima del loro ingresso entro le terre, giacchè esse, a differenza delle settentrionali, radevano il suolo, secondo una strana teoria che aveva immaginata e formulata così: « i venti d'Austro e suoi collaterali sono di una « natura tutto particolare, affatto contraria ai venti settentrionali; cioè a dire li venti meridionali « nascono dal basso e radendo il piano della terra, quindi sempre si alzano verso i luoghi montani; « quando i boreali scendono dall' alto e premono il soggetto terreno. Osservazione per verità ignorata « dal volgo e trascurata ancora da qualcuno dei nostri scrittori ». Lancisi, *Due discorsi inediti sul taglio delle selve* ecc. pag. 6. Invece le cose stanno precisamente a rovescio. Queste correnti meridionali d'aria calda e rarefatta, invadono gli strati superiori dell'atmosfera molto prima degli inferiori, ed infatti la gente del mezzogiorno d' Italia può predire la venuta dello scirocco molte ore prima che incominci a farsi sentire, perchè vede stendersi un velamento opaco nelle alte regioni dell' atmosfera durante il giorno, od osserva nella notte una forte scintillazione delle stelle. Cosicchè, anche se fosse provato che tali venti portano seco degli effluvî malarici, e che i boschi sono capaci di liberare da questi effluvî l'aria che passa a traverso ad essi, la purificazione dei venti meridionali non potrebbe essere ottenuta, nemmeno per mezzo di boschi formati dalle gigantesche Washingtonie di California.

dalle estese escavazioni cunicolari che si incontrano nelle colline di Roma e dell'Agro romano [1], dove questo sistema, secondo Lanciani, raggiunse il suo massimo sviluppo durante il periodo imperiale.

Questi diversi metodi di bonifica hanno spesso procurata la limitazione, e talvolta la cessazione dello sviluppo della malaria. È da notare però, che anche nei casi nei quali è possibile riuscire ad un risultato completo, non v' è alcuna sicurezza che questo risultato sia duraturo. La bonifica sopprime una o due delle condizioni esteriori indispensabili allo sviluppo della malaria, ma non distrugge quella attitudine particolare dei terreni malarici, che costituisce la differenza essenziale fra essi e quei terreni i quali, sebbene abbiano la medesima composizione e siano posti nelle stesse condizioni esteriori, sono incapaci a generare malaria. La causa alla quale si deve questa attitudine speciale del suolo è ridotta all' impotenza quando la bonifica è perfettamente riuscita, ma non è rimossa; e può ritornare in azione anche dopo un tempo assai lungo. Non sono rari gli esempi di terreni i quali da molti anni erano interamente bonificati, e nei quali lo sviluppo della malaria è ricominciato ed ha raggiunto talvolta proporzioni ragguardevoli, quando si sono riprodotte le condizioni esteriori che erano state allontanate dalla bonifica. Basta, in alcuni casi, che la sistemazione delle acque sia alterata per effetto di trascurata manutenzione, o di inondazioni, o di sovrabbondanza di piogge; ovvero che gli antichi focolai d'infezione, sottratti al contatto dell' aria dalla bonifica, vengano posti accidentalmente in comunicazione coll'atmosfera, perchè una endemia malarica si manifesti in località che, da gran tempo ne erano immuni. In alcuni paesi di Toscana che da molti anni sono stati liberati dalla malaria per mezzo delle colmate, spesso gli operai di campagna sono assaliti da febbri intermittenti dei tipi più gravi, poco dopo aver posta allo scoperto, nello scavare dei fossi, l'antica *cuora* palustre. Dopo la conversione della gran proprietà demaniale di Val di Chiana in proprietà private, le opere idrauliche che avevano interamente soppressa la endemia malarica in gran parte della valle, sono state così trascurate da far ritornare umido il sottosuolo bonificato, e l'endemia malarica è ricomparsa in località nelle quali da molti anni non ve n' era più traccia [2]. E ciò che è avvenuto nell'Agro romano dove, durante il regime imperiale, la bonifica era giunta a tal perfezione da permettere il soggiorno estivo in ville situate nei luoghi che adesso contano fra i più pestiferi delle zone temperate [3], dimostra come nemmeno una secolare sospensione della produzione della malaria, valga ad assicurare che la causa di essa sia rimossa dai terreni, e non possa ricominciare ad esercitare la sua azione malefica quando le condizioni esteriori favorevoli allo sviluppo della malaria si ripresentano.

(1) Secchi, *Intorno ad alcune opere idrauliche antiche rinvenute nella campagna di Roma.* Roma, 1876. — Di Tucci, *Dell'antico e presente stato della campagna di Roma in rapporto alla salubrità dell'aria ed alla fertilità del suolo.* Roma, 1878. — Tommasi-Crudeli, *Della distribuzione delle acque nel sottosuolo dell'Agro romano e della sua influenza nella produzione della malaria.* Atti della reale Accademia dei Lincei. Seduta del 6 aprile 1879. — Lanciani, *Di alcune opere di risanamento dell'Agro romano eseguite dagli antichi.* Atti della reale Accademia dei Lincei. Seduta del 1 giugno 1879.

(2) Linoli, Memoria citata.

(3) Lanciani, *Di alcune opere di risanamento dell'Agro romano eseguite dagli antichi.* Atti della reale Accademia dei Lincei. Seduta del 1 giugno 1879.

Questa pertinacia singolare dell'attitudine dei terreni a generare malaria, ha spinto gli igienisti a ricercare la natura dell'agente che li rende così infesti, nella speranza che una volta conosciuta la sua vera natura, si sarebbe più tardi potuto scoprire il modo di distruggerlo o di renderne impossibile lo sviluppo, ed ottenere così delle bonifiche di effetto sicuro e durevole.

Le prime ricerche furono dirette a riconoscere se fra i corpi gassosi che si sollevano dai terreni malarici, ve ne fosse uno al quale si potesse attribuire la generazione della febbre. Queste ricerche condussero a risultati negativi. Anche l'idea che la causa specifica della infezione malarica sia un prodotto volatile della fermentazione putrida degli organismi vegetabili ed animali, che ha luogo in così vasta scala nei terreni palustri, non ha trovato appoggio nei fatti. Non si è mai potuto dimostrare che il limo palustre e l'aria delle paludi contengano una sostanza non organizzata, capace di sviluppare, senza intervento di alcuna altra sostanza, la febbre di malaria. Inoltre la produzione della malaria manca talvolta nei terreni palustri, sebbene in essi la putrefazione degli organismi vegetabili ed animali proceda così attivamente come in quelli che generano malaria; mentre dall'altro lato la malaria può essere generata in terreni non paludosi, nei quali queste decomposizioni putride non avvengono.

Questa mancanza di esatta corrispondenza fra le qualità del suolo e la produzione della malaria, ha indotto alcuni igienisti a credere che le febbri malariche non siano dovute ad una causa specifica, ma siano invece la conseguenza degli abbassamenti improvvisi, o molto rapidi, della temperatura atmosferica, resi più nocivi dalla notevole umidità che generalmente si riscontra nei paesi di malaria. Tale opinione fu adottata anche da osservatori distinti come il Santarelli (¹), e venne recentemente sostenuta dall'Oldham (²). Evidentemente qui si è confusa l'essenza della malattia con una causa occasionale che assai frequentemente, ma non sempre, interviene a determinarne lo sviluppo. Non v'ha dubbio che molte persone le quali, finchè si preservano con ogni cura dalle perfrigerazioni cutanee, vivono impunemente in paesi di malaria, possono essere colte ad un tratto dalla febbre appena cessano dall'uso di tali precauzioni; e che questo effetto degli abbassamenti di temperatura può prodursi, anche in persone che da qualche giorno hanno abbandonato i paesi malarici dove, mediante quelle precauzioni, avevano vissuto senza risentir danno. Questi fatti però si verificano anche in altre malattie endemiche od epidemiche, per es. nel cholera, e si spiegano agevolmente colle perturbazioni del circolo sanguigno che la perfrigerazione determina in alcuni distretti vascolari, le quali permettono al fermento morbigeno, che già si trova nel sangue o nei tessuti, di fissarsi più facilmente in alcune parti del corpo ed ivi spiegare la sua azione malefica. Del resto, la febbre malarica può insorgere senza l'intervento di questa causa occasionale, come è facile persuadersene, sopratutto nelle

(¹) Santarelli, *Ricerche intorno alla causa della febbre perniciosa dominante nello Stato Romano.* Osimo, 1808.

(²) Oldham, *What is malaria? And why is it most intense in hot climates?* Londra, H. K. Lewis. Calcutta, Wyman et C.° 1871.

località nelle quali dominano i tipi più gravi di questa febbre. Nei paesi non malarici invece, questa causa occasionale non arriva mai a suscitare una febbre di malaria, nemmeno quando spiega una grande intensità d'azione.

Ma la stessa ragione per la quale alcuni igienisti sono stati indotti a respingere l'idea di una causa specifica della infezione malarica, cioè la incostanza dei rapporti fra la qualità del suolo e la produzione della malaria, ha suggerita ad altri l'idea che la malaria sia costituita da un organismo parasitario il quale, per svilupparsi, richieda non solo alcune condizioni esteriori favorevoli, ma anche la presenza di un germe atto a dargli nascimento. Varie ragioni militano in favore di questa ipotesi: fra le altre, alcune analogie che la febbre da malaria mostra con altre infezioni le quali sono di natura parasitaria, e le proporzioni che acquista la produzione della malaria ogni qualvolta i luoghi dove essa esiste sono lasciati in abbandono. Quando, in località siffatte, l'industria dell'uomo cessa dal rimuovere le condizioni esteriori favorevoli allo sviluppo della malaria, questo sviluppo prende tali proporzioni, che difficilmente si potrebbero concepire senza l'intervento di un organismo capace di moltiplicarsi all'infinito, quando nulla più osta alla sua evoluzione. Questo progressivo ed enorme aumento della malaria è storicamente provato, specialmente in Italia. Le Maremme toscana e romana, la Campagna romana, Pesto, Selinunte, ebbero la malaria anche in antico, ma poterono essere abitate, e lo furono da popolazioni numerose e prospere: adesso sono affatto inabitabili, o cominciano appena ed a stento a ridivenire abitabili (come per es. alcune parti della Maremma toscana), dopo che l'industria dell'uomo è stata di nuovo adoperata a rimuovere quelle condizioni dalle quali dipende lo sviluppo della malaria. La differenza tra ciò che fu e ciò che è attualmente in così gran parte d'Italia, è troppo grande, per spiegarla facilmente con un semplice aumento della produzione annua di effluvî malefici, dovuto soltanto alle mutate condizioni fisiche e chimiche del suolo. Una tal spiegazione non appaga abbastanza; mentre il concetto della presenza di un essere vivente il quale, non trovando alcun ostacolo al suo sviluppo, ha potuto estendere il suo campo d'azione per mezzo di un numero grandissimo di generazioni successive e progressivamente crescenti, sembra rispondere meglio alla imponenza del fenomeno.

Il modo stesso della distribuzione della malaria nell'atmosfera sovrastante ai terreni che la producono, fornisce alcuni argomenti in appoggio dell'ipotesi che essa sia dovuta all'azione di particelle solide. In tutti i paesi di malaria, le prime ore del mattino e sopratutto le prime ore della sera si considerano come le più pericolose per chi deve respirare l'aria di questa atmosfera. Oltre a ciò, l'esperienza ha dimostrato che la causa alla quale si deve l'insalubrità di quest'aria rimane spesso confinata negli strati dell'atmosfera più prossimi al suolo, e che a pochi metri dal suolo il pericolo cessa, o almeno diminuisce notevolmente. Infatti nelle Paludi Pontine, mentre l'addormentarsi all'aperto durante una notte d'estate, in posizione tale da respirare l'aria degli strati più prossimi al terreno, varrebbe lo stesso che condannarsi ad un attacco di perniciosa, si vede della gente dormire impunemente all'aperto su piattaforme sostenute da pali, che le sollevano di pochi metri al disopra della superficie del suolo. Anche nell'America del Sud, quando si ha da pernottare all'aperto in luoghi di malaria, v'è l'uso di preservarsi dormendo in amache sospese ai rami degli alberi.

Nell'ipotesi che la malaria sia costituita da particelle solide di piccolo peso specifico contenute nel terreno, la interpretazione di questi fatti non offre difficoltà. Si intende benissimo, come questi piccoli corpi possano essere sollevati fino ad una certa altezza negli strati inferiori dell'atmosfera, in quelle ore della giornata nelle quali la differenza fra la temperatura di questi strati e quella del suolo è tale da produrre delle correnti d'aria ascendenti; e come ciò non avvenga, od avvenga in molto minori proporzioni, in quelle ore nelle quali le due temperature sono presso a poco uguali. Se invece si ammette che la malaria sia un corpo gassoso, il quale si sviluppa in seguito a processi chimici che han luogo nel terreno malarico, non si potrebbe capire perchè il massimo della sua produzione e della sua azione non dovesse verificarsi in quelle ore del giorno, nelle quali il suolo è maggiormente riscaldato dai raggi solari. Nemmeno l'ipotesi che la malaria sia dovuta ad una sostanza volatile unita ai vapori acquosi, per modo da sollevarsi insieme con essi nell'atmosfera durante il giorno, ed essere ricondotta con essi verso terra al cadere del sole, può darci la spiegazione di quella immunità della quale si può godere a pochi metri dal suolo. Infatti le nebbie che si formano alla sera nei luoghi di malaria, e che spesso nei luoghi palustri sono fetide perchè contengono dei prodotti volatili della fermentazione putrida, non si limitano ad occupare gli strati più prossimi al suolo. Esse possono essere molto folte anche ad altezze ragguardevoli; cosicchè talvolta nelle pianure e nelle valli appariscono ai primi albori, quando ancora il sole non si è affacciato sull'orizzonte, come un mare che tutto cuopre e tutto nasconde, perfino i campanili delle chiese, e colline assai elevate.

Queste considerazioni però, se valgono a dare una qualche probabilità all'ipotesi della origine parasitaria della infezione malarica, non bastano certamente a convertirla in una teoria scientifica. Per giungere a ciò è necessario dimostrare: 1° *la presenza costante di una determinata specie organica nelle varie qualità di terreni malarici e nell'aria che sovrasta ai medesimi*; 2° *che questa specie organica può da sola, cioè senza intervento di alcun altro agente morbifico, generare una vera febbre intermittente specifica.* Questa duplice dimostrazione, indispensabile al fondamento della teoria, non è stata finora ottenuta, sebbene da tredici anni molte ricerche siano state istituite a quest'oggetto.

Nel 1866 Salisbury credè di riconoscere la causa della malaria in un'alga del genere *Palmella* che egli aveva trovata in alcune paludi dell'Ohio, e che aveva veduta svilupparsi anche negli sterri praticati in quelle località palustri [1]. Egli ritenne che le spore di quest'alga, sollevandosi nell'atmosfera e penetrando entro l'organismo umano, producessero la infezione malarica. In appoggio di questa sua opinione addusse il fatto, che avendo poste alcune cassette di terra contenente l'alga in discorso, sul davanzale della finestra di una stanza dove due giovani dormivano a finestra aperta, ambedue furono colpiti da febbre intermittente dopo 14 giorni. L'abitazione di questi giovani era distante cinque miglia dai luoghi paludosi dove la terra era stata presa; ma non è escluso che essi avessero visitato quei luoghi od altri altrettanto malsani. Ma anche se si potesse ammettere senza riserva, che la febbre dalla quale i due

(1) American Journal of medical Sciences. January 1866.

giovani vennero colpiti fosse generata dalla terra posta sulla loro finestra, un tale esperimento non bastava a provare che essa fosse dovuta all' azione della *Palmella gemiasma* di Salisbury, piuttosto che a quella di altre sostanze, o di altri organismi, contenuti nella terra medesima. Ed infatti più tardi è stato riconosciuto che questa *Palmella gemiasma* di Salisbury si incontra anco in luoghi saluberrimi e perfino sulle Alpi; mentre Lanzi e Terrigi ([1]) non l'hanno trovata se non poche volte nelle acque stagnanti della campagna di Roma, e mai ne hanno incontrate le spore nell'aria di molti luoghi malarici esaminata da loro.

Nel 1869 il dott. Pietro Balestra descrisse un' alga filamentosa trovata da lui nelle Paludi Pontine, e negli stagni d'Ostia e di Maccarese, che egli ritenne fosse la causa della malaria ([2]). Il dott. Balestra non determinò nè il genere nè la specie di quest'alga; però dalla descrizione che ne fece, Lanzi e Terrigi argomentarono si trattasse di una *Cladophora* o di un *Oedogonium*, che sono abbondanti in quei luoghi ([3]). Ma in una seconda edizione del suo lavoro pubblicata nel 1877 ([4]), il dott. Balestra, senza ancora determinare la pianta da lui descritta e nemmeno stabilirne le dimensioni esatte, ne ha date due figure intitolate *alga miasmatica*, talmente informi, da non poter riconoscere se si tratti di un'alga, di un fungo o di qualunque altro organismo. Quindi non si può capire quale egli abbia voluto rappresentare dei tanti organismi vegetabili microscopici che si incontrano nelle acque e nei fanghi palustri, e meno ancora si può sapere se si tratti di una specie propria dei focolai di infezione malarica, od invece di una pianta capace di prosperare nello stesso modo in qualunque terreno, purchè ricco di acqua.

Gli sperimenti fatti dal dott. Balestra per provare che la pianta da lui studiata è *febbrigena*, non valgono certamente a dar questa prova. Egli ha trattato dei liquidi che la contenevano con soluzioni di solfito di soda, di acido arsenioso e di solfato di chinina, ed ha osservato che questo trattamento (specialmente quello col solfato di chinina), arrestava la vegetazione della pianta e ne alterava la struttura ([5]). Ciò non basta a stabilire un rapporto particolare fra l'azione dei sali di chinina e la vita di questa pianta, poichè Binz ha provato da lungo tempo che la chinina uccide una gran quantità di organismi vegetabili ed animali, i quali non hanno certamente alcuna influenza nella produzione della malaria. Negli stessi esperimenti del dott. Balestra, le soluzioni di chinina adoperate uccidevano di colpo tutti gli infusori contenuti nei liquidi saggiati ([6]), e sopprimevano ogni fermentazione putrida, anche per un periodo di tempo lunghissimo ([7]). L' autore non ha cercato di dimostrare l'azione specifica della pianta da lui descritta, isolandola, e procurando la febbre intermittente a degli animali colla introduzione di essa nel loro organismo. L' unica

([1]) Lanzi e Terrigi, *Il miasma vegetale o malaria ed il clima di Roma*. Memoria letta all'Accademia medica di Roma il 28 maggio 1876, pag. 14.

([2]) Archivio di medicina, chirurgia ed igiene di Roma. Anno I. Roma, 1869.

([3]) Lanzi e Terrigi, Memoria citata, pag. 15.

([4]) Balestra, *Ricerche ed esperimenti sulla natura e genesi del miasma palustre*. Roma, 1877.

([5]) Balestra, Memoria citata, pag. 9 e 36.

([6]) Idem, pag. 10.

([7]) Idem, pag. 10 e 28.

prova che egli dà della virtù febbrigena della pianta è questa: che egli fu colto da una febbre intermittente, otto ore dopo aver fiutato involontariamente una caraffa contenente della fanghiglia palustre, alla superficie della quale si era formato uno strato della pianta stessa ([1]). Quando si pensi che ciò avvenne mentre l'autore lavorava in Roma durante l'estate, dopo aver fatte in piena estate delle escursioni alle Paludi Pontine e agli Stagni di Ostia e Maccarese onde raccogliere il suo materiale di studio, non è facile escludere che quella febbre avesse un'altra origine. Ma pur volendo ammettere che essa fosse stata procurata dalle emanazioni di quella caraffa, nulla prova che la genesi di essa fosse dovuta alla pianta che il dott. Balestra chiama *alga miasmatica*, piuttostochè ad una sostanza non organizzata, ovvero ad un altro dei tanti organismi vegetabili microscopici che si trovano nel fango palustre. Le stesse figure pubblicate dall'autore dimostrano, che nelle materie da lui studiate esisteva questa varietà di organismi, perchè i disegni che egli ha dati delle *Sporule dell'alga miasmatica* rappresentano gruppi di germi organici molto diversi fra loro. Vi sono dei granuli piccolissimi come i micrococchi degli schistomiceti, ed inoltre dei corpi più grossi e dei filamenti simili ai germi degli ifomiceti. Probabilmente l'autore non ha attribuita alcuna importanza a queste differenze, perchè egli crede ancora al polimorfismo di Hallier, e ritiene che questi organismi possano passare indifferentemente da una ad altra forma senza cambiar di natura ([2]): ma ormai da vari anni i lavori di De Bary, di Ferdinando Cohn, di Näegeli e di altri botanici, hanno provata la insussistenza di questa comoda ipotesi. È a notare per ultimo, che dallo scritto del dott. Balestra non risulta, che egli abbia rinvenuta la pianta da lui creduta febbrigena nei terreni malarici non palustri della provincia di Roma.

Safford e Bartlett credettero riconoscere la causa della malaria nell'*Hydrogastrum granulatum*, Archer nello *Chtonoblastus aeruginosus*, e Bargellini nella *Palmoglea micrococca*, soltanto perchè ognuno di essi trovò in abbondanza la pianta che fermò la sua attenzione, nei terreni paludosi presi in esame. Ma queste tre specie si incontrano facilmente anche in terreni salubri, purchè ricchi di umidità; mentre Lanzi e Terrigi, le hanno trovate raramente nella Campagna romana. Inoltre Lanzi e Terrigi osservano che i diametri delle spore e dei filamenti dell' *Hydrogastrum granulatum* e dello *Chtonoblastus aeruginosus* sono superiori al diametro dei capillari sanguigni, e quindi è inammissibile che tali piante penetrino nel circolo sanguigno e producano la febbre ([3]).

Griffini, nel 1873, istituì nei cani e nei conigli delle esperienze colla rugiada raccolta sulle paludi e sulle risaie ([4]). Questa rugiada conteneva dei batteri, dei vibrioni, alcuni filamenti di *leptothrix*, qualche *spirillum*, e molti infusori dei generi *Monas* e *Cercomonas*. Iniettandola, in quantità variabili da 75 a 100 centimetri cubici, nelle vene dei cani, Griffini ottenne poco dopo la iniezione degli aumenti di temperatura di 0°,6 a 1°,5 C., i quali durarono poco tempo ed a grado a grado scomparvero.

([1]) Balestra, Memoria citata, pag. 36.

([2]) Balestra, Memoria citata, pag. 38 e 39.

([3]) Lanzi e Terrigi, Memoria citata, pag. 14.

([4]) Griffini, *Relazione intorno alle esperienze ed osservazioni sulla rugiada dei luoghi miasmatici.* Bullettino crittogamico. Anno I, vol. I. Milano, 1874.

La iniezione di 100 cent. cubici d'acqua di una risaia, presa ai 16 di luglio, nella vena giugulare di un cane, produsse un aumento transitorio della temperatura di 0°,6 C., mentre la iniezione di 96 cent. cubici di acqua distillata nella giugulare di un altro cane, produsse un aumento della temperatura di 0°,5 C., che durò tre ore e poi scomparve. Nei conigli, le iniezioni di rugiada nella giugulare (8 a 10 cent. cubici), condussero a morte gli animali nello spazio di tempo da 5 a 12 ore, senza notevole aumento della temperatura. Un coniglio al quale erano stati iniettati sotto la pelle 2 cent. cub. della stessa rugiada, morì in 28 ore, senza che si fosse verificato alcun aumento di temperatura, ma invece un abbassamento progressivo di essa. Un coniglio al quale si erano fatti ingerire 20 grammi della rugiada, e se ne erano iniettati 5 grammi nel retto, mostrò dapprincipio un aumento di temperatura di 0°,6 C., ma poi la temperatura diminuì di 2°,5 C., ed alla fine del secondo giorno l'animale era morto.

In nessuno degli animali di prova nei quali le iniezioni produssero un aumento di temperatura, venne verificato un secondo accesso febbrile: del resto, le misurazioni della temperatura fatte dal Griffini furono troppo scarse di numero, per arrivare a determinare il tipo delle febbri ottenute. Le milze di tutti questi animali apparvero di colore, volume e consistenza normali, mentre il rigonfiamento della milza è una delle principali caratteristiche delle febbri di malaria. Non risulta che queste milze fossero sottoposte ad esame microscopico. L'esame microscopico del sangue non fece riconoscere alcun indizio di moltiplicazione in esso avvenuta negli organismi contenuti nella rugiada.

I dottori Lanzi e Terrigi di Roma si posero allo studio di questo argomento nel 1870, e comunicarono i risultati delle loro prime osservazioni alla sezione di scienze mediche dell'XI congresso degli Scienziati italiani, il 19 ottobre 1873. In allora il dott. Matteo Lanzi aveva, da una serie di culture artificiali istituite col limo raccolto in alcune località malariche della città di Roma, nello Stagno d'Ostia, e nelle Paludi Pontine, ottenuta quale specie dominante la *Monilia penicillata* Fr. (*Briarea elegans* Corda), e non era alieno dal considerarla come la causa della malaria. Più tardi però, continuando le sue osservazioni con quella assiduità coscienziosa che lo distingue, ottenne dalle sue culture una tal varietà di specie organiche, da non permettergli di mantenere il suo primo concetto. Tanto egli quanto il suo collega dott. Terrigi, temendo di essere indotti in errore da fallaci apparenze, abbandonarono la teoria parasitaria della infezione malarica che avevano sostenuta nel 1873, ed ammisero invece che la malaria consistesse in un *prodotto cadaverico vegetale,* generato dalla putrefazione delle alghe e di altre piante erbacee ([1]). Intrapresero quindi dei nuovi sperimenti sugli animali, specialmente col limo raccolto nello Stagno d'Ostia, ed ottennero alcuni risultati assai interessanti.

Le iniezioni intravenose ed ipodermiche praticate in inverno sui cani col limo d'Ostia raccolto nell'estate precedente, non produssero che dei turbamenti passeggeri, e nei cadaveri degli animali uccisi non fu possibile riscontrare alcuna alterazione

([1]) Lanzi e Terrigi, *Il miasma vegetale o malaria ed il clima di Roma.* Memoria letta all'Accademia medica di Roma il 28 maggio 1876, pag. 13.

anatomica caratteristica della infezione malarica. La iniezione ipodermica del medesimo materiale praticata contemporaneamente nelle cavie (porcellini d'India), produsse degli stati morbosi non ben definiti, ed in uno di questi animali si trovò all'autopsia del pigmento nero nella milza e nel fegato. Non risulta che, in questa prima serie di esperimenti, gli autori misurassero la temperatura degli animali di prova.

Gli sperimenti furono ripresi sulle cavie in piena estate, con limo raccolto nello Stagno d'Ostia durante l'agosto. Prima però di cominciare questa seconda serie di prove gli autori vollero assicurarsi, mediante parecchie autopsie di cavie sane, che il sangue di esse non conteneva organismi vegetabili, nè la milza ed il fegato pigmento nero. La iniezione ipodermica del limo d'Ostia fu praticata in due animali. Il primo morì in 57 ore, dopo avere avuto un inalzamento di temperatura che raggiunse i 40°, C., e quindi nn abbassamento di essa a 34°, C., ed in ultimo a 31°, C. La temperatura venne misurata nell'ascella. All'autopsia si trovò un piccolo ascesso contenente molti batteri nel luogo della iniezione: la milza ed il fegato erano aumentati di volume e contenevano una piccola quantità di pigmento nero; alcuni granuli dello stesso pigmento furono veduti nel sangue della vena porta. Il secondo animale morì al 32° giorno: la temperatura massima in esso riscontrata fu di 38°, C., la minima di 37°, C.: un ascesso formatosi nel luogo della iniezione si aprì spontaneamente al 22° giorno. All'autopsia si trovarono aumentati di volume la milza ed il fegato; la milza conteneva granuli di pigmento nero, e così pure il sangue della vena porta.

Gli stessi risultati, colla sola differenza di una pigmentazione maggiore della milza e del fegato, furono ottenuti in due cavie poste a respirare per molte ore del giorno in atmosfere limitate, contenenti gli effluvî del limo d'Ostia, ed in una cavia alla quale erano stati fatti respirare nella stessa guisa gli effluvî di alcuni relitti di graminacee putrescenti, raccolti fuori della porta Lateranense in agosto. Parallelamente a ciascuna di queste esperienze, un'altra cavia veniva mantenuta in una atmosfera ugualmente limitata, ma non contenente effluvî di sorta, durante lo stesso numero di ore che l'animale di prova passava nell'atmosfera limitata infetta. Nessuno degli animali che servirono a questa controprova mostrò perturbazioni patologiche; ognuno di essi venne ucciso al momento nel quale era ucciso o moriva l'animale di prova, e mai si potè riscontrare alcuna traccia delle alterazioni della milza e del fegato, trovate negli animali che avevano respirate le atmosfere infette.

I dottori Lanzi e Terrigi hanno il merito di aver proceduto in queste ricerche con maggior rigore di metodo dei loro predecessori, ed hanno fatto fare un passo verso la soluzione del problema. Infatti la pigmentazione nera della milza osservata da loro farebbe supporre che essi, pei primi, siano riusciti a produrre delle infezioni malariche negli animali. Siccome però non si conoscono con precisione i caratteri delle tumefazioni osservate nella milza, nè i rapporti fra le dimensioni della milza ed il peso del corpo di ciascun animale di prova; e dall'altro lato le misurazioni della temperatura non furono così frequenti da permettere di stabilir con certezza il tipo delle febbri ottenute, quel segno non basta ad assicurare la diagnosi delle malattie procurate dagli autori. Manca inoltre la prova che quel pigmento nero contenesse del ferro in combinazione non organica; ciò che distingue il pigmento

melanemico delle infezioni malariche da altri pigmenti neri (melanina) i quali possono prodursi in altre circostanze. Non si può quindi decidere con sicurezza se quelle febbri fossero veramente prodotte dalla infezione malarica od invece dalla infezione settica, tanto più che i materiali adoperati per suscitarle erano sempre molto ricchi di materie organiche in putrefazione. Per quanto poi riguarda la natura della malaria, gli egregi autori non hanno fatto che esprimere l'opinione che essa sia costituita da una specie di veleno cadaverico vegetale, da un fermento non vivente. Ma non hanno addotta alcuna prova, diretta od indiretta, in appoggio di questa opinione; poichè nè hanno cercato di isolare questa sostanza e di dimostrare che da sola poteva generare la infezione malarica, nè si sono assicurati, prima di procedere agli esperimenti, che tutti gli organismi contenuti nelle sostanze infettanti adoperate fossero morti od uccisi.

Dopo la riunione dei Naturalisti in Cassel nel settembre 1878, noi ci proponemmo di riprendere lo studio di questo argomento nella campagna di Roma durante la primavera di quest'anno. Stabilimmo fin d'allora il metodo col quale avremmo proceduto nelle nostre ricerche, e nel corso dell'inverno uno di noi (Tommasi-Crudeli) si adoperò a studiare e precisare le varie specie di focolai di infezione malarica che si trovano in quasi tutta la estensione dell'Agro romano [1].

Dopo questo lavoro preparatorio, incominciammo ai 9 di aprile la prima serie delle nostre osservazioni, che ha potuto essere compiuta in un tempo relativamente breve, mediante i molti aiuti prestatici da don Onorato Caetani Principe di Teano, e dai signori Alessandro e Tito Piacentini. Non essendo ancora allestito il nuovo Istituto Anatomico e Fisiologico della Università di Roma, il nostro collega Cannizzaro pose gentilmente a nostra disposizione un laboratorio nel suo bell'Istituto Chimico, e ci fornì largamente tutti i mezzi occorrenti a questo genere di ricerche.

CAPITOLO II.

Metodo della ricerca.

Onde riuscire nell'assunto che ci eravamo proposto, era necessario prima di ogni altra cosa che il metodo della ricerca fosse concepito in guisa, da tener conto di tutte le nozioni che già possediamo sulle malattie micotiche, e nello stesso tempo delle particolarità proprie delle malattie generate dalla malaria. Una vera soluzione del problema non poteva sperarsi se non per questa via, ed è certamente la mancanza di un metodo il quale rispondesse a queste diverse esigenze, che ha indotto alcuni dei nostri predecessori a risolverlo mediante una petizione di principio, invece che per mezzo di una dimostrazione rigorosa.

Una tale dimostrazione richiede in primo luogo che la infezione della quale si vuole stabilire l'etiologia, possa essere riprodotta per mezzo di un materiale grezzo proveniente dal corpo dell'uomo o dell'animale ammalato, se si tratta di malattia endogena;

(1) Tommasi-Crudeli, *Della distribuzione delle acque nel sottosuolo dell'Agro romano, e della sua influenza nella produzione della malaria.* Atti della Reale Accademia dei Lincei. Seduta del 6 aprile 1879.

ovvero proveniente dalle località capaci di generare la infezione, se questa appartiene alla categoria delle esogene. Si deve inoltre stabilire in anticipazione quali sintomi della malattia debbano essere considerati come caratteristici, e quindi atti a provare la identità dell'affezione artificialmente procurata, con la infezione che si produce naturalmente. Ciò non offre difficoltà per le malattie da infezione malarica, poichè ognuno concederà che l'intermittenza regolare degli accessi febbrili, e la produzione di tumefazioni della milza coi caratteri anatomici proprî delle iperplasie spleniche malariche, bastano a distinguere questa forma morbosa da tutte le altre.

È noto che si danno alcune forme di malattie malariche diverse da quelle tipiche ordinarie, la diagnosi delle quali offre nell'uomo parecchie difficoltà. Non intendiamo parlar qui delle così dette « forme larvate » nelle quali il processo malarico è accoppiato ad un processo morboso di altra natura, ma di quegli stati febbrili di andamento continuo, che spesso nelle regioni malariche si combinano colle forme intermittenti, ed alterano il tipo della febbre da malaria per modo, che talvolta si è creduto utile di indicare la malattia non più colla denominazione generale, ma col nome della località nella quale queste forme si osservano. Tale è il caso della « febbre romana » nella quale spesso una intermittente si converte in una continua od una subcontinua, ovvero il processo febbrile assume un andamento continuo fin da principio, e perde interamente la sua caratteristica tipica.

Queste diversità delle apparenze esteriori di tali malattie sono così notevoli, che talvolta i medici hanno creduto di aver da fare con processi morbosi non dovuti alla infezione malarica, ovvero hanno negato addirittura la specificità di tutti gli stati morbosi attribuiti alla malaria e li hanno creduti prodotti dalla perfrigerazione. L'esperienza clinica ha già da lungo tempo condannata la prima opinione, e del nessun valore che va attribuito alla seconda abbiamo già parlato nel capitolo precedente. Un'altra opinione, che merita più seria considerazione, è quella secondo la quale queste abnormità del tipo febbrile sarebbero dovute ad una conversione delle febbri malariche in febbri tifoidi continue. Nulla ha provato sin qui la possibilità di una tal conversione dell'un processo morboso nell'altro: ma non è inverosimile che i due processi infettivi possano talvolta unirsi e decorrere parallelamente nello stesso individuo, sebbene la possibilità di una tale complicazione non sia stata ancora esattamente dimostrata dalle autopsie. Ciò che è provato finora, è soltanto la conversione del tipo intermittente della febbre da malaria in un tipo continuo o subcontinuo, senza alcun cambiamento nella natura del processo morboso; e questo fatto, già noto nella patologia umana, è dimostrato ancora da taluni dei nostri sperimenti sugli animali.

A priori, la produzione delle affezioni malariche negli animali potrebbe sembrare inverosimile poichè, anche nelle regioni malariche più infeste all'uomo, essi prosperano in guisa da far supporre una immunità assoluta dei medesimi rispetto alla malaria. Noi conosciamo già parecchi fatti di immunità di alcune specie animali rispetto ad alcuni veleni e ad alcune infezioni. Le galline per es. quasi non risentono l'azione dell'atropina, ciò che, in parentesi, rende assai dubbio che questo veleno agisca direttamente sopra organi essenziali alla vita. Alcune specie animali sono immuni da malattie che affliggono altre specie: molte infezioni dell'uomo non occorrono spontaneamente sulle

animali; e viceversa alcune infezioni degli animali non occorrono spontaneamente nell'uomo. Vero è, che a misura che gli studî di patologia sperimentale progrediscono, molte di queste immunità che si credevano assolute, si mostrano soltanto relative alle condizioni abituali di vita degli animali che ne godono. La infezione tubercolare e la difteritica, sono state artificialmente procurate a specie animali che nelle loro condizioni naturali di vita non vi vanno soggetti, ed ultimamente uno di noi (Klebs) ha dimostrata la possibilità della trasmissione della sifilide alle scimmie.

Ma se è facile il rendersi ragione di questa immunità relativa, quando si tratta di infezioni le quali richiedono per svilupparsi l'azione di sostanze direttamente provenienti dall'organismo degli uomini o degli animali già infetti, è più difficile ammetterla quando la causa della infezione agisce continuamente sugli animali, come è il caso della malaria. Dato che essa sia costituita da organismi parasitari, non s'intende agevolmente perchè questi, con tante occasioni offerte loro, non prendano domicilio nel corpo degli animali come in quello dell'uomo, e non vi suscitino gli stessi processi morbosi. Il contrasto fra le infelici condizioni dell'uomo in alcuni paesi di malaria, per es. nelle Paludi Pontine, e quelle di migliaia di mammiferi che stanno esposti all'azione del veleno malarico anche più degli uomini, suggerisce l'idea che in questo caso veramente si tratti di una immunità assoluta degli animali medesimi. Sembra però che vi siano delle eccezioni: disgraziatamente non abbiamo potuto verificarle per mezzo di osservazioni dirette. Si dice infatti che alcune razze di cavalli importate nell'Agro romano siano andate soggette a rigonfiamenti della milza che le hanno fatte rapidamente deperire, e si parla ancora di branchi di capre tenuti lungamente in luoghi malarici, che sono stati decimati da una malattia la quale produceva un grande rigonfiamento della milza.

Se questi fatti fossero veri, essi fornirebbero un valido argomento contro la dottrina della immunità assoluta. Ed invero, la immunità della quale questi animali godono abitualmente potrebbe essere spiegata da altre circostanze, per es. dall'acclimatazione. Abbiamo già nella specie umana l' esempio di una razza, la negra, la quale resiste più di tutte le altre razze umane alla infezione della malaria, e la quale può prosperare in regioni tropicali che la malaria rende inabitabili anche alle varietà più resistenti della razza bianca. Questa resistenza della razza negra va considerata come il risultato di una cèrnita naturale, prodotta dalla lunga lotta della razza contro la speciale aggressione che genera l' infezione malarica. È molto verosimile che, durante la lunga successione dei secoli, si sia prodotta per mezzo della cèrnita naturale una resistenza anche maggiore alle aggressioni della malaria, nelle specie animali inferiori le quali sono comparse sulla terra molto prima della specie umana. Oltre a ciò è probabile, che alcune particolarità della costruzione organica e della maniera di vivere di queste specie inferiori, dopo aver contribuito in passato alla cèrnita naturale che ha prodotta la loro speciale resistenza, servano anche presentemente a tutelarle dall'azione della malaria, finchè alla malaria non vengono offerte altre vie, oltre le naturali, per penetrare nell'interno del loro organismo. Merita specialmente attenzione la struttura delle cavità nasali in quasi tutti i mammiferi. Esse formano dei canali più lunghi e più tortuosi di quelle dell' uomo, e lo sviluppo maggiore dei turbinati rende in esse molto più estesa la superficie umida sulla quale l' aria

inspirata deve scorrere. Nell'ipotesi che i portatori della malaria siano dei corpuscoli sospesi nell'atmosfera, questa differenza nella struttura delle cavità nasali avrebbe una grande importanza, tanto più se si rifletta che quegli animali respirano abitualmente a bocca chiusa, mentre nell'uomo la respirazione è principalmente buccale; cosicchè la maggior parte dell'aria inspirata dall'uomo può penetrare fino ai suoi polmoni, senza aver subìta alcuna specie di filtrazione entro le cavità nasali.

Sarebbe molto interessante, onde apprezzare l'influenza che questa struttura delle cavità nasali può avere nel determinare la immunità abituale dei nostri mammiferi rispetto alla malaria, fare degli esperimenti, esponendo alla sua azione alcuni di essi privi dei turbinati. Al nostro scopo occorreva soltanto di assicurare la introduzione nel circolo delle materie le quali presumibilmente contenevano il veleno malarico, e di osservare se dopo ciò si produceva una vera febbre di malaria negli animali di prova. Quindi ci limitammo alle iniezioni sottocutanee delle materie sospette, ed ottenemmo così dei risultati positivi dei quali daremo il resoconto nel capitolo seguente.

Onde giudicare della natura della malattia generata in questa guisa negli animali, interessa prima di tutto che la temperatura di essi venga misurata molto spesso e molto esattamente. Non basta verificare mediante poche misurazioni quotidiane la produzione di una febbre, ma bisogna ben stabilire il tipo di questa febbre mediante il maggior numero possibile di misurazioni. Noi abbiamo nei nostri animali di prova misurata la temperatura del retto ogni due ore, dalle 6 antimeridane fino alle 10 pomeridiane, e talvolta anche a mezzanotte. Da principio adoperammo un termometro centigrado a massima di Geissler, ma questi essendosi rotto, adoprammo un altro buon termometro comprato in Roma. Ambedue questi termometri, per una coincidenza singolare, segnavano un decimo di grado meno del normale, secondo le determinazioni che il nostro collega Cannizzaro fece fare nel suo laboratorio. Nelle nostre tavole di cifre, e di curve delle temperature, abbiamo omesso di fare questa piccola correzione, la mancanza della quale non altera le relazioni reciproche delle varie parti di esse.

È necessario inoltre notar sempre con cura il peso degli animali prima di incominciare le ricerche, e durante tutto il corso delle medesime. La diminuzione del peso del corpo che si verifica nella massima parte dei processi febbrili, manca da principio nella febbre di malaria e non comparisce se non più tardi. Nei primi tempi della malattia, specialmente quando essa ha un vero tipo intermittente, l'appetito cresce, e ciò spiega questo fatto che a prima giunta sembra paradossale. Soltanto quando dopo ripetuti accessi febbrili, od in seguito ad una conversione del tipo intermittente in un tipo continuo o subcontinuo, si producono alterazioni profonde nella composizione del corpo, si manifesta una perdita, spesso assai rapida, del peso. Questa particolarità relativa al peso del corpo è una caratteristica assai importante della infezione malarica, e perciò deve essere tenuta in gran conto durante le ricerche sugli animali.

Viene per ultimo l'osservazione anatomica. Di fronte agli effetti prodotti dalla iniezione sottocutanea di liquidi od altre sostanze capaci di generare la infezione settica, può fornire una indicazione diagnostica assai importante la mancanza o la piccolezza della suppurazione nei luoghi dove la iniezione venne praticata, come pure

la mancanza di altri processi infiammatori negli organi interni. La identità della malattia prodotta artificialmente e delle malattie malariche dell'uomo, può esser provata dallo stato della milza, la quale in queste ultime presenta delle tumefazioni iperplastiche. Mentre nei processi settici la forma della milza viene modificata dall'arrotondamento degli orli e degli spigoli, la tumefazione splenica della infezione malarica apparisce quale un ingrandimento regolare di tutto l'organo, le sezioni trasverse del quale somigliano a quelle della milza normale, e soltanto sono più grandi in tutte le dimensioni. Per ottenere delle riproduzioni esatte e veritiere di queste dimensioni della milza nel corso delle nostre ricerche, abbiamo adoperato un metodo che possiamo indicare col nome di « Stampa naturale », e consiste nel tingere con un poco di sangue la milza appena tolta dal corpo, ed applicare su carta bianca a colla la faccia convessa dell'organo, e poi la superficie delle sue sezioni trasversali. Per ottenere una stampa perfetta della prima, è necessario premere leggermente con un ago gli orli della milza sulla carta. In questa maniera abbiamo ottenute tutte le figure della nostra tav. I.

Un'altra caratteristica delle affezioni malariche è la produzione del pigmento nero di origine sanguigna, la quale non si verifica soltanto nelle forme perniciose, ma anche in casi di febbri intermittenti meno gravi e di lunga durata può riscontrarsi nella milza, e talvolta nel midollo delle ossa. Nelle forme più gravi questo pigmento si produce in maggiore abbondanza, si trova in tutta la estensione del circolo sanguigno e si deposita nei vari organi del corpo. Esso, a differenza della *melanina*, contiene del ferro in combinazione non organica, e trattato con acido idroclorico e ferro-cianuro di potassio produce il bleu di Berlino. La sua provenienza diretta dall' emoglobina del sangue è ormai accertata, come vedremo in seguito. Una simile alterazione dell'emoglobina durante la vita non è stata osservata in alcuna altra malattia (ad eccezione forse dei melanosarcomi), e quindi la presenza di questa specie di pigmento nero deve essere considerata come una delle migliori caratteristiche delle affezioni malariche, tanto nei casi di produzione naturale di esse, quanto nei casi nei quali esse sono state artificialmente procurate.

Una volta riusciti, mediante i segni ricavati dai disturbi funzionali e dalle alterazioni anatomiche, a provare l'identità delle malattie prodotte negli animali mediante la iniezione di un materiale grezzo, colle malattie malariche sviluppatesi spontaneamente nell' uomo, è necessario isolare da questo materiale grezzo quelle sostanze che debbono essere considerate come i veri eccitatori della malattia.

Partendo dal concetto che anche questa infezione, come alcune altre infezioni l'etiologia delle quali è adesso conosciuta, sia determinata da organismi vegetabili parasitari, l' isolamento della sostanza attiva va considerato come possibile. A tale oggetto debbono essere impiegati quei materiali grezzi i quali, introdotti negli animali di prova, si sono mostrati capaci di produrre una grave infezione malarica, senza che si siano verificate apprezzabili complicazioni di altri processi morbosi, specialmente settici. In tali materiali è presumibile che, oltre agli eccitatori della infezione specifica, si trovino altre sostanze le quali non contribuiscono alla sua produzione. Queste possono essere degli organismi viventi, ovvero delle materie non organizzate. In una ricerca di tal genere non occorre occuparsi che dei primi, i quali,

in generale, debbono essere considerati dal punto di vista biologico, quali concorrenti degli organismi specificamente nocivi. Quindi lo sviluppo e la moltiplicazione di essi debbono incontrare tanto maggiori difficoltà, quanto più favorevoli sono le condizioni di vita offerte a questi ultimi. Queste condizioni di vita dei presunti organismi della malaria ci sono conosciute: esse sono quelle stesse che l'esperienza ha dimostrato indispensabili allo sviluppo della malaria nei terreni atti alla sua produzione, cioè: 1° una temperatura assai elevata; 2° una permanente umidità del campo di produzione; 3° una diretta azione dell'atmosfera sul medesimo.

Noi abbiamo riprodotte queste condizioni nella maniera seguente. In un gran bagno d'aria molto ben ventilato dell'Istituto Chimico di Roma, furono disposte su delle assicelle di legno sovrapposte allo strato di sabbia riscaldato dal gas, delle grandi capsule piane di porcellana. Alcune di queste venivano ripiene, per un'altezza di circa 5 centimetri, di terra mantenuta costantemente umida. Altre contenevano uno strato d'acqua il quale veniva rinnovato via via che la evaporazione lo esauriva, e dentro di esse erano poste delle cassette aperte di latta, ripiene di terra. Le pareti di queste cassette erano bucherellate a poca distanza dal fondo, cosicchè l'acqua della capsula vi penetrava e manteneva costantemente umidi gli strati inferiori delle terre. Dei termometri erano disposti in modo da poter verificare continuamente la temperatura dell'aria e delle terre: le fiamme del gas e la ventilazione del bagno d'aria erano regolate in guisa da mantenere, durante tutto il giorno, la temperatura fra i 30° e i 35° C. Alla sera il gas veniva spento, e la temperatura del bagno d'aria e delle terre in esso contenute si equilibrava durante la notte con quella del laboratorio.

Così venivano riprodotte in questi acquitrini artificiali, simili a quelli che sono così numerosi nella Campagna romana e che uno di noi ha illustrati altrove [1], tutte le condizioni di umidità, di temperatura, di azione libera dell'atmosfera e di libera evaporazione alla superficie, che si verificano nei terreni malarici nelle stagioni nelle quali essi spiegano la maggiore attività di produzione.

L'effetto più notevole di una tal disposizione era questo: che quasi subito una gran quantità di organismi contenuti nelle terre e nei fanghi sottoposti a questo trattamento, morivano. Lo sviluppo delle diatomee e delle desmidiacee, ed anche lo sviluppo degli ifomiceti, veniva sospeso. Non si formavano mai delle muffe alla superficie delle terre o dei vasi: ed i fenomeni di putrefazione cessavano nei fanghi palustri, mentre raggiungevano invece un alto grado se questi fanghi erano tenuti sotto campane di vetro, cioè in atmosfere limitate.

Questa eliminazione di una gran parte degli organismi contenuti nel materiale grezzo, rendeva più facile la ricerca di quelle forme organiche le quali potevano avere importanza nella produzione delle affezioni malariche. In questa ricerca adoperammo un metodo immaginato da uno di noi [2] che lo chiamò delle «culture frazionate», il quale è stato più tardi adottato da Pasteur [3], e per mezzo del quale si è già ottenuto l'isolamento di vari organismi patogenici.

(1) Tommasi-Crudeli, Memoria citata.
(2) E. Klebs, *Arbeiten aus dem Berner pathologischen Institut.* 1871, 1872. Würzburg, 1873 p. 130.
(3) Comptes rendus de l'Académie des Sciences. 19 avril 1878. Tome LXXXV, pag. 1037.

Quando da un liquido, il quale contiene una non troppo grande varietà di organismi vegetali, si toglie una sola goccia e la si pone in un liquido di cultura, se questo è atto a favorire lo sviluppo di tali organismi, vi si sviluppano in maggior numero quelli i quali si trovavano in maggior copia nella goccia tolta dal liquido primitivo. Ordinariamente questa preponderanza di sviluppo si verifica in quelli organismi, ai quali si deve l'azione morbigena spiegata da questo liquido negli sperimenti fatti con esso. Quando ciò non sia, si variano il fondo della cultura e le condizioni di temperatura e di azione dell'aria atmosferica nelle quali è posto, per modo da riuscire ad uccidere gli organismi patologicamente inattivi, o almeno ad opporre tali ostacoli al loro sviluppo che permettano agli organismi patogenici di prendere il disopra. Se ciò riesce anche in una sola cultura, divien facile, mediante ripetizioni successive della medesima operazione, separare gli organismi indifferenti scarsamente sviluppatisi, dagli organismi patogenici che si sono sviluppati sempre più abbondantemente, ed ottenere in ultimo una cultura contenente questi organismi patogenici ad esclusione degli altri.

Se le ricerche sperimentali fatte con questa cultura pura, provano che essa suscita gli stessi processi morbosi ottenuti per mezzo del materiale grezzo, rimane ancora a decidere se una tale azione patogenica è esercitata dalle parti liquide del fondo di cultura, o dagli organismi che esso contiene. Veramente, quando la cultura finale è il risultato di molti successivi allevamenti, è difficile ammettere che l'attività patogenica risieda nelle sostanze liquide del primitivo materiale, pervenute sino a quest'ultima cultura a traverso tutte le precedenti. Infatti, in ogni nuova cultura, le parti liquide della cultura precedente vengono introdotte in piccolissima quantità entro masse relativamente grandi del fondo di cultura, e vanno successivamente diluendosi in progressione geometrica. Ciò non ostante, per ottenere una prova completa della esclusiva efficacia patogenica degli organismi allevati, bisogna assicurarsi, mediante ricerche dirette, della inefficacia delle parti liquide della cultura finale. A ciò si giunge colla filtrazione, praticata a traverso dei cilindri d'argilla o dei filtri di gesso per mezzo di grandi differenze di pressione atmosferica (Klebs, Zahn, Pasteur), od anche a traverso della buona carta svedese da filtro. L'uso di quest'ultimo modo di filtrazione, che certamente è il più semplice ed il più comodo, non è sufficiente ad operare la separazione quando si ha da fare con organismi patogenici minutissimi, come quelli della setticoemia, della difterite, del reumatismo e simili: ma nel caso della malaria, abbiamo potuto ottenere talvolta anche per mezzo di esso una diminuzione progressiva della efficacia morbigena del liquido filtrato. *Siccome tutte le parti liquide traversano senza ostacolo i pori del filtro, si ottiene anche in questo modo la prova che le particelle solide trattenute in totalità, o nella massima parte, sul filtro, sono i contenenti dell'attività patogenica spiegata dalla cultura presa in complesso.*

Questa prova è certamente più sicura di quella che potrebbe essere dedotta da lavacri, praticati nell'intento di sbarazzare le particelle solide della cultura finale dalle parti fluide che possono aderirvi. Infatti, se dopo i lavacri le sostanze solide della cultura esercitano ancora un'azione patogenica, si può sempre credere che ciò sia dovuto alla insufficienza dei lavacri usati: se invece non ne esercitano alcuna,

può venire il dubbio che il liquido adoperato nei lavacri abbia alterati gli organismi contenuti nella cultura stessa. Siccome non abbiamo alcun criterio per regolare la durata e la intensità dell'operazione, il risultato di essa è necessariamente incerto e non può servire a stabilire delle conclusioni. Quindi è da preferire il metodo adoperato da noi, nel quale la prova finale è fornita dalla inefficacia del liquido di cultura, *spogliato in modo puramente meccanico* di tutte le particelle solide che conteneva.

CAPITOLO III.

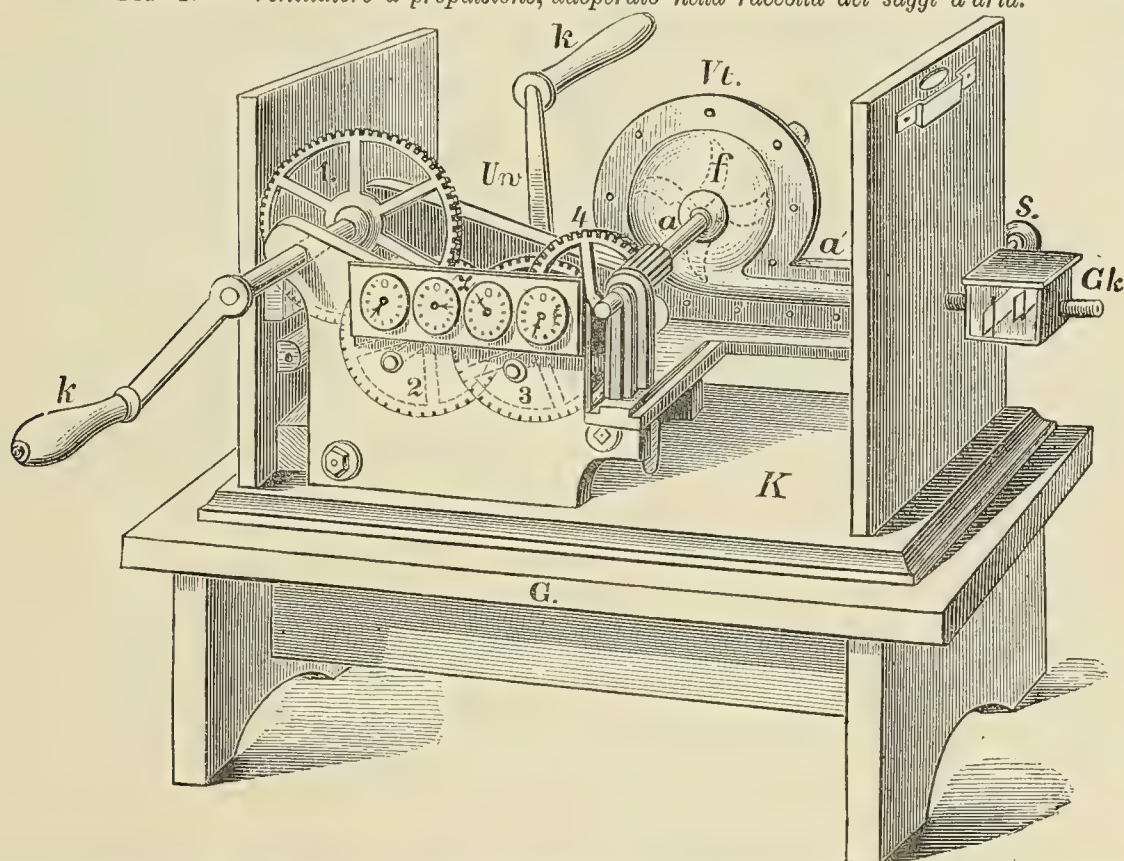
Ricerche.

Le ricerche istituite da noi per riconoscere la natura della malaria, dovevano esser dirette a risolvere la quistione in generale, e dall'altro lato avere in mira le particolarità di questa produzione in Roma e nella Campagna romana. Come punto di partenza delle nostre osservazioni occorreva scegliere una località nella quale, senza dubbio alcuno, le più gravi forme delle malattie malariche si manifestano durante la stagione calda. Le Paludi Pontine offrivano sotto questo rapporto le condizioni più favorevoli, specialmente per noi, che potevamo profittare dei liberali aiuti offertici da don Onorato Caetani principe di Teano. Infatti da Cisterna, punto centrale dei possedimenti della casa Caetani nelle Paludi, noi potemmo grazie a questa cortese liberalità, estendere le nostre osservazioni da un lato fino a Ninfa, posta ai piedi dei monti Lepini, e dall'altro lato fino alla costa del mar Tirreno, nella regione dei laghi di Fogliano, dei Monaci e di Caprolace.

Sebbene le febbri malariche non si fossero ancora manifestate in queste località nel tempo della nostra visita, credemmo utile esaminare l'aria delle medesime. A tale scopo ci servimmo di un ventilatore immaginato da uno di noi (Klebs) e costruito dal sig. Rothe meccanico dell'Istituto Fisiologico di Praga (*V.* fig. 1 p.195). Esso costituito da una scatola di rame a sezione ellittica, nel centro della quale ruota un asse che sostiene quattro ali metalliche, di forma adattata alla cavità della scatola e leggermente curve. L'apertura per la quale l'aria entra nella scatola è situata lateralmente, è circolare, del diametro di 2,5 centimetri, e l'asse del ventilatore ne traversa il centro. Onde potere aspirare l'aria di un punto determinato, anche lontano, si può allungare a piacere il corto tubo metallico adattato a questa apertura, aggiungendovi dei tubi leggeri di guttaperca, uniti fra loro per mezzo di tubi di caoutchouc. L'aria esce con forza dalla scatola per mezzo di un'apertura del diametro di 1 cent., alla quale è adattato un tubo metallico che sporge fuori dell'apparecchio. A questo tubo si possono unire i diversi congegni destinati a raccogliere l'aria che n'esce, sia entro sistemi di tubi contenenti dei liquidi, sia entro apparecchi nei quali sono disposte delle placche di vetro, che vengono perpendicolarmente colpite dalla corrente d'aria e che, essendo spalmate con un liquido viscoso (per es. glicerina e colla), fissano le particelle solide trascinate dalla medesima.

La superficie interna della scatola del ventilatore e le ali metalliche del medesimo possono esser sempre mantenute accuratamente pulite, perchè la scatola è formata da due metà simmetriche unite per mezzo di viti. La rotazione del ventilatore è procurata da un movimento di orologeria, che vien posto in azione per mezzo di due

manubri laterali, disposti in modo da poterli far girare senza alcuna fatica adoperando ambedue le mani ad un tempo. In questo modo si possono ottenere in 17 minuti 50,000 rivoluzioni dell'asse del ventilatore, ed aspirare così 300 litri d'aria. Nelle nostre ricerche potemmo per lo più ottenere questo numero di rivoluzioni, notato da un contatore, in 15 o 16 minuti.

Fig. 1. — *Ventilatore a propulsione, adoperato nella raccolta dei saggi d'aria.*

a. Asse che muove le ali metalliche *f.* *Vt.* Scatola del ventilatore. *a'* Tubo pel quale l'aria esce dalla scatola. *Ck.* Cassettina entro la quale l'aria aspirata viene spinta. *S.* Vite che fissa la cassettina *Ck* al tubo d'egresso dell'aria. 1, 2, 3, 4. Ruote del movimento d'orologeria *Urv.* *kk.* Manubri. *z.* Contatore. *K.* Piano inferiore dell'apparecchio. *G.* Sgabello portatile.

Andremmo troppo per le lunghe se volessimo esporre qui i risultati delle diverse prove fatte di questo apparecchio, in varie località e circostanze, prima di adoperarlo nelle nostre ricerche. Possiamo dire in generale, che un simile ventilatore a propulsione permette di fissare tutte le particelle solide contenute in una data quantità d'aria, con maggiore sicurezza della combinazione di una banderuola con un imbuto entro il quale essa dirige le varie correnti atmosferiche, adoperata da Lewis e Cunningham, ed ultimamente applicata anche in Montsouris: perchè quando la corrente aerea diretta entro l'imbuto ha una piccola velocità, molti dei corpicciuoli sospesi nell'aria non rimangono fissati sulla placca di vetro. L'aspiratore di Pouchet non ha questo difetto, ma esso è un apparecchio che diviene difficile a trasportarsi quando si vuole operare su notevoli quantità d'aria, e dirigerle a grande velocità contro la placca di vetro che deve fissare i pulviscoli aerei.

Nell'aria delle città la polvere di carbone supera in quantità tutte le altre specie di corpuscoli; ed anche in Roma, una prova fatta il 7 aprile in cima al Viminale ci fece trovare una gran quantità di polvere di carbone, delle polveri silicee e di pozzolana, alcune fibre di cotone e di lino, un granulo d'amido ed una spora di

ifomiceto. Sembra, anche per altre prove da noi fatte, che la massa delle spore che si trovano nell'aria sia molto minore di quello che generalmente si crede, almeno quando si osserva l'aria presa a qualche metro al disopra del suolo o nei piani superiori delle case. L'osservazione microscopica diretta dei materiali così raccolti dà dei risultati incerti, perchè spesso i pochi micrococchi e bastoncelli che vi si trovano mescolati a tante altre sostanze, sfuggono alla vista per la loro piccolezza. Noi non abbiamo trascurato di fare delle osservazioni anche in questo modo, ma diamo un valore molto maggiore all'uso fatto di questi materiali per istituire delle culture, poichè per mezzo di queste abbiamo ottenuti alcuni dei nostri risultati più sicuri, i quali provano che *nelle regioni malariche il veleno della malaria si solleva un poco al di sopra del terreno, anche prima del tempo nel quale si manifestano le infezioni nell'uomo.*

Prima della nostra escursione nelle Paludi Pontine raccogliemmo in Roma quattro di questi saggi d'aria, e quindi il 9 aprile uno in Ninfa (n. 5), il 10 aprile uno in Tre Ponti sulla via Appia (n. 6) e nel giorno 11 aprile cinque nei laghi littoranei (n. 7-11) (¹). Per ogni saggio furono impiegati 300 litri d'aria aspirati in vicinanza del suolo. In Ninfa l'aria fu presa al di sopra di un terreno coperto di vegetazione, vicino ad una chiesa rovinata; in Tre Ponti da un terreno paludoso vicino alla via Appia. Il saggio n. 7 fu preso sul lago di Fogliano vicino alla duna, in un luogo dove il terreno esalava un assai cattivo odore. La temperatura dell'acqua del lago era di 15° C. alle 9 e 15 minuti del mattino; quella dell'aria di 15,75° C. Alle 12 meridiane, dopo una piccola pioggia, la temperatura dell'acqua era nella *Fossa papale*, che unisce i due laghi dei Monaci e di Caprolace, 16,5° e 16,17° C.; quella dell'aria 18,2°. I saggi n. 8 e 9 furono presi sul lago di Caprolace fra l'1 e le 2 pomeridiane; quelli n. 10 e 11 sulla riva orientale dello stesso lago, formata da un fondo palustre, fra le 2 e mezzo e le 3 pomeridiane. Alle 4 la temperatura dell'acqua era di 17° C. nella *Fossa papale* e quella dell'aria 17,6°; alle 5, nel lago dei Monaci, la temperatura dell'acqua era 16°, e quella dell' aria 16,75°; alle 5 e mezzo, nel lago di Fogliano, la temperatura dell'acqua era 16,5° e quella dell'aria 15,5°.

Furono inoltre posti sulle acque dei laghi alcuni apparecchi, formati da tavolette di sughero forate, nei quali i fori erano coperti da placche di vetro che avevano spalmata di glicerina e còlla di pesce la faccia rivolta verso l'acqua. Questi apparecchi erano coperti da piccole tettoie di tela incerata onde preservarli dalla pioggia.

L'esame del saggio d'aria n. 9 fatto nel Casino stesso di Fogliano, fece vedere alcuni corti bastoncelli della lunghezza di 2,25 a 6,75 μ e della larghezza di 0,225 a 0,45 μ, un bastoncello della lunghezza di 11,25 μ, ed oltre a ciò un pezzetto di epidermide vegetale ed una fibra di cotone. Nel saggio n. 11, oltre a delle polveri minerali e ad alcune fibre vegetali, furono trovati dei bastoncelli simili a quelli del saggio n. 9, ed alcuni filamenti lunghi e curvi della lunghezza di 22,50 micromillimetri.

L'acqua presa nel mezzo del lago di Caprolace l'11 aprile, ed esaminata il 14, conteneva una gran quantità di batteri immobili, dei fili di alghe colorate dalla clorofilla, parecchi infusori, e le seguenti forme di schistomiceti: 1° filamenti sottili, talvolta assai lunghi, omogenei; 2° alcuni piccoli corpuscoli rotondeggianti (micrococchi?);

(¹) Per ognuno di questi saggi furono adoperate due placche di vetro, poste una dietro l'altra in una cassettina, entro la quale era spinta l'aria del ventilatore.

3° bastoncelli semoventi di diverse lunghezze; 4° corpicciuoli rotondeggianti disposti in serie; 5° filamenti, in parte articolati, contenenti dei corpuscoli lucenti.

Il limo del Caprolace, preso nello stesso punto della riva dove erano stati raccolti saggi d'aria n. 10 e 11, conteneva le medesime forme organiche, una notevole quantità di grandi infusori, moltissime diatomee, e dei vermicelli dotati di movimenti molto vivaci, che probabilmente erano larve di nematodi. L'11 aprile, nel luogo medesimo dove questo limo venne raccolto, ne fu introdotta colla punta di uno spillo una quantità piccolissima entro un tubo chiuso alla lampada, contenente della gelatina purissima di vescica di pesce. Questo tubo venne immediatamente chiuso con del cotone già tenuto ad alta temperatura (tubo di cultura n. 1): il 14 aprile fu chiusa alla lampada in un tubo consimile una porzione d'acqua del Caprolace (tubo di cultura n. 2). Ambedue questi tubi vennero posti in una stufa, ed ivi mantenuti alla temperatura di 30° a 34° C.

Il 15 aprile una piccola porzione del contenuto del tubo di cultura n. 1 venne posta in una camera ad aria microscopica [1]. L'osservazione di essa dimostrò che le diatomee erano tutte morte; dei nematodi non si vedeva più traccia; i filamenti degli ifomiceti non avevano subìto ulteriore sviluppo. Degli schistomiceti si distinguevano due forme: dei fili curvi, talvolta tortuosi, tal'altra piegati ad ansa, nei quali non si vedeva alcuna traccia di divisione o di differenziazione della loro sostanza, e dei bastoncelli i quali contenevano un granulo lucente ad ognuna delle estremità (tav. II, fig. 7 *c*). Altri bastoncelli, anche più piccoli, contenevano un terzo granulo nel mezzo (tav. II, fig. 1 *f*). Si trovarono inoltre dei filamenti sprovvisti di nuclei, alcuni dei quali non mostravano alcun indizio di divisione (tav. II, fig. 1 *a*), mentre in altri il protoplasma era a metà della lunghezza diviso in due da uno spazio chiaro, nel quale si poteva riconoscere la presenza di una membrana (tav. II, fig. 1 *b*). Finalmente si videro dei filamenti lunghi e tortuosi, simili a quelli della fig. 7, i quali contenevano una quantità notevole di granuli brillanti (tav. II, fig. 1 *d*). In questi ultimi si potè osservare uno sviluppo straordinariamente rapido; perchè, mentre la figura *d* rappresenta esattamente uno di tali filamenti, quale lo si vedeva al mezzogiorno del 15 aprile, il medesimo filamento aveva preso alle 2 pomeridiane la forma *d'*; cioè a dire era cresciuto quasi del doppio in lunghezza, era divenuto più grosso, e conteneva una gran quantità di corpuscoli brillanti, i quali, specialmente nella estremità più sottile, erano accumulati in guisa da dare l'impressione di un protoplasma granuloso molto meglio di quanto apparisce dalla figura.

Dominavano dunque principalmente due forme: filamenti omogenei con scissione incipiente, e filamenti con produzione di spore, in alcuni dei quali il protoplasma era divenuto granuloso. Soltanto per mezzo di ulteriori osservazioni del medesimo preparato era possibile decidere se le due forme fossero tra loro collegate. Una terza forma (tav. II, fig. 1 *e*) costituita da cellule fusiformi contenenti degli ammassi protoplasmatici assai

(1) Le migliori camere ad aria per osservazioni microscopiche sono quelle formate da portaoggetti del modello inglese, che hanno una scanalatura circolare nel mezzo. Il livello di quella parte del vetro che è inclusa nella scanalatura, è abbassato in guisa da lasciare fra essa e la superficie inferiore del vetrino di coperta uno spazio di 0,2 Mm. Questi vetri, dopo essere stati accuratamente puliti, vengono involti in carta da filtro e mantenuti per 12 a 24 ore ad una temperatura di 100° a 120° C. Appena disposto e ricoperto il preparato, lo si chiude ermeticamente fissando il vetrino di coperta con una mistura di colofonia e cera.

grossi, della quale si videro alcuni esemplari in questo preparato, appartiene ad un'altra serie organica, ed a misura che le due prime forme andarono sviluppandosi, scomparve.

Questa stessa cultura esaminata il giorno 16 aprile, dopo essere stata costantemente mantenuta ad una temperatura di 30° a 34° C., mostrava una gran quantità di filamenti assai lunghi con molti granuli, ed altri filamenti con protoplasma omogeneo, talvolta disposti parallelamente l'uno all'altro, in alcuni dei quali si vedevano molteplici divisioni trasversali (tav. II, fig. 3). Alle 9 ant. del 17 aprile vi si trovarono inoltre numerosissimi filamenti tortuosi, specialmente nell'orlo vicino alla scanalatura contenente l'aria: non si vedevano più i bastoncelli corti con due o tre granuli (fig. 7 *c* e fig. 1 *f*) che il giorno innanzi si osservavano ancora in alcuni punti esattamente determinati. Invece vi si incontravano le forme che son disegnate nella tav. II, fig. 2 quali le mostrava l'oggettivo di $1/12$ di pollice di Zeiss (immersione ad olio). La figura più piccola rappresenta queste forme vedute coll'oculare n. 0 di Zeiss, e le altre due quelle vedute coll'oculare n. IV. Erano filamenti articolati, i singoli articoli dei quali erano limitati da una membrana anche nei punti di divisione. I più piccoli di questi articoli avevano un protoplasma omogeneo; i più grossi contenevano un granulo assai voluminoso, ovale, brillante, ed applicato alla parete verso il mezzo; ovvero due granuli, più piccoli e rotondeggianti, alle estremità; od invece un granulo mediano e due terminali. Alcune osservazioni ci hanno condotti a credere verosimile che nei luoghi dove erano situati i granuli mediani avvenisse una ulteriore divisione degli articoli, ma non ci è riuscito di seguire l'andamento di questo processo, il quale probabilmente è molto rapido.

Lo stesso giorno 17 aprile, alle 2 pomeridiane, vennero studiati i filamenti articolati a protoplasma omogeneo della fig. 3 col $1/12$ di pollice di Zeiss e l'oculare n. II. I singoli articoli erano separati fra loro da interstizi sottili, nei quali talvolta si vedevano tracce di una membrana divisoria: raramente si scorgevano delle linee chiare fra le due estremità dell'articolo. La disposizione degli articoli era in serie lineari semplici, ovvero era dicotomica: non sappiamo però se questa dicotomia fosse il risultato della divisione longitudinale di un articolo, o delle deviazioni laterali dei nuovi articoli terminali. Questa ultima origine è molto più probabile della prima, perchè non abbiamo mai potuto vedere un principio qualunque di divisione longitudinale del protoplasma. Talvolta gli articoli terminali si trovavano in una direzione perpendicolare a quella dei precedenti, ciò che induce a credere che essi ne fossero distaccati, e che la posizione presa da essi fosse dovuta alle resistenze incontrate accidentalmente nel liquido dove erano immersi, come pure all'attività di accrescimento degli articoli che li avevano spinti in avanti. In questo periodo della evoluzione mancava ogni auto-movimento dei protoplasmi.

Il 26 aprile, cioè al 12° giorno di questa cultura, mantenuta sempre alla temperatura di 30° a 34° C., si vedevano lungo tutto l'orlo del preparato questi filamenti, nei quali non si erano prodotte ulteriori divisioni. Essi erano disposti a gruppi i quali, partendo dall'orlo della camera d'aria, si distendevano a guisa di ventaglio verso le parti più centrali del preparato: uno di questi gruppi, debolmente ingrandito coll'oggettivo E di Zeiss e l'oculare n. II, è rappresentato dalla fig. 6 della tav. II. Sebbene gli articoli componenti questi filamenti fossero debolmente connessi fra loro, i filamenti mantenevano la loro continuità, correvano dapprima parallelamente, poi si

divaricavano ed anco si incrociavano. Gli articoli più piccoli avevano una lunghezza di 2,25 μ ed una larghezza di 1,125 μ.

Da questi primi saggi di cultura si rilevava come, sotto l'influenza combinata della materia adoperata come fondo di cultura, di una determinata temperatura, e dell'azione dell'aria, molti degli organismi contenuti nel materiale grezzo erano periti, mentre dall'altra parte si erano sviluppate in grande quantità delle forme di schistomiceti appartenenti al genere *Bacillus*. Le due diverse specie di filamenti, gli uni con articoli omogenei, gli altri con articoli contenenti dei granuli o spore, molto probabilmente derivavano l'una dall'altra, poichè si vedevano talvolta congiunte nella medesima pianta. Sarebbe dunque questo un *Bacillus*, il quale si distinguerebbe dal *Bacillus subtilis* (F. Cohn) delle infusioni di fieno, come dal *Bacillus anthracis* (Koch) del carbonchio, e sarebbe caratterizzato così:

« Bastoncelli della lunghezza di 5 a 10 micromillimetri, che sviluppandosi si « convertono in filamenti tortuosi, i quali si dividono in articoli mediante la produ- « zione di spazi chiari nel protoplasma, ovvero, più raramente, per mezzo di mem- « brane separatrici. Questi filamenti, nelle superficie esposte all'azione dell'aria, pro- « ducono delle serie di articoli molto corti, e sviluppano nel loro interno delle « spore prima che la divisione in articoli avvenga, oppure dopo che essa è già avve- « nuta. Le spore occupano il mezzo o le estremità degli articoli, ovvero il mezzo « e le estremità nello stesso tempo: quando la divisione in articoli non avviene, esse « si moltiplicano divenendo sempre più piccole, e riempiono di una massa granulosa « l'interno del filamento ».

Siccome le medesime forme si poterono ripetutamente ottenere da simili culture, istituite nella gelatina purissima con varie specie di terreni presi nei luoghi di malaria (mentre altre forme organiche non comparivano se non eccezionalmente, ovvero perivano in seguito allo sviluppo preponderante di questo *Bacillus*), congetturammo che forse questa pianta potesse essere il portatore della malaria. Occorreva quindi procedere agli sperimenti sugli animali, onde apprezzare il valore di questa congettura.

I nostri sperimenti vennero tutti istituiti in conigli provenienti da buone razze, per lo più molto robusti, nei quali le autopsie non fecero mai riscontrare alcuna alterazione dovuta a stati morbosi anteriori. Essi erano tenuti in stalle di legno spaziose e bene aereate, appositamente costruite, e poste in un locale del laboratorio chimico vicino alla nostra stanza di lavoro, il finestrone del quale era sempre tenuto aperto. Il fondo di ogni stalla era formato da una rete di fil di ferro, al di sotto della quale un imbuto di zinco raccoglieva le orine e le dirigeva in un vaso posto al di fuori della stalla. Le stalle ed il pavimento della stanza vennero sempre nettati con molta accuratezza: gli animali erano nutriti con foglie di cavolo.

Gli animali vennero, a misura che entrarono nel laboratorio, indicati con numeri romani progressivi i quali, per evitare ogni possibile confusione, venivano scritti sul loro dorso denudato di pelo con dei colori di anilina. Le medesime cifre sono state adoperate per distinguere le curve delle temperature (tav. III, IV, V) e le stampe naturali della milza (tav. I) di ciaschedun animale, cosicchè riesce facile paragonare le osservazioni relative ad ognuno di essi.

Siccome per lo più si istituirono colle varie sostanze adoperate delle ricerche parallele, possiamo dividere queste ricerche in gruppi.

I.° Gruppo. *Conigli normali.* Onde stabilire la grossezza normale della milza vennero scelti due conigli assai belli, robusti e sanissimi (n.[i] XVII e XVIII) ed uccisi appena portati nel laboratorio. La morte venne procurata per mezzo di un laccio serrato al collo ed una forte trazione esercitata nello stesso tempo sulle estremità posteriori. Questa maniera di uccisione venne adoperata in tutti i nostri conigli (ad eccezione dei n.[i] I e II che vennero dissanguati): essa procura una morte immediata e per lo più senza convulsioni, cosicchè si evita ogni perturbazione del circolo capace di alterare il volume della milza.

Onde evitare l'azione di qualunque liquido estraneo sulla milza degli animali nei quali precedentemente avevamo prodotte delle infezioni, e sui quali torneremo più tardi, noi avevamo dovuto astenerci dal fare la determinazione del volume di quest'organo. Anche un'esatta determinazione del peso offriva delle difficoltà a causa della evaporazione, trattandosi di un organo il quale, sebbene sia nel coniglio molto piccolo, ha relativamente una gran superficie. Quindi, invece di fare la determinazione del volume e del peso della milza, avevamo cercato di ottenere, mediante le stampe naturali di quest'organo che nei conigli uccisi erano prese immediatamente dopo la morte, delle cifre che potessero essere messe in rapporto col peso del corpo dell'animale. Ottenemmo queste cifre colla moltiplicazione delle tre massime dimensioni della milza in lunghezza, larghezza e grossezza, misurate direttamente in millimetri sulle stampe; e calcolammo il valore di questo parallelepipedo della milza, rapporto ad un chilogrammo del peso del corpo. Noi daremo a questo valore relativo il nome di *Indice della milza,* designandolo colle lettere I. M.

Nei due conigli normali, tutti gli organi dei quali si mostrarono all'autopsia perfettamente sani, e le milze dei quali sono rappresentate nella tav. I, fig. *XVII* e *XVIII,* ottenemmo i seguenti valori:

Tabella I. — *Milza dei conigli normali.*

Numero dell'animale	Peso del corpo in grammi	Diametri della milza in millimetri			Prodotto delle tre dimensioni	I. M.
		Lunghezza	Larghezza	Grossezza		
XVII	1755	38,8	8,2	3,6	1145	—
XVIII	1591	38,7	9,4	3,7	1079	—
Media	1673	38,75	8,8	3,65	1112	664

Immediatamente prima della morte, la temperatura del n. XVII era di 39,0 C. (colla correzione = 39,1°), quella del n. XVIII di 38,6 C. (colla correzione = 38,7°). Questa temperatura però non è da considerarsi come normale, perchè molte volte abbiamo trovato che gli animali novellamente introdotti nel laboratorio avevano una temperatura minore della normale, e soltanto dopo circa 24 ore riacquistavano la temperatura normale e costante. Per determinare la temperatura media normale conviene fare astrazione da queste prime 24 ore, e dedurla da osservazioni ripetute per molti giorni. La tabella seguente mostra le medie ottenute per mezzo di 7 a 9

misurazioni quotidiane, fatte in nove diversi giorni, sopra sei conigli. Prima di calcolare la media venne fatta la correzione dei dati forniti dal termometro, che era, come si è detto, 0,1° C. sotto la normale.

TABELLA II. — *Calcolo della temperatura media rettale nei conigli.*

Numero dell'animale	Data delle osservazioni	Media quotidiana	Numero delle misurazioni quotidiane	Luogo della osservazione
V	30 aprile	39,556 C	9	Roma
»	1 maggio	39,516	»	»
XII	9 »	39,457	7	»
»	10 »	39,483	9	»
»	11 »	39,471	»	»
XV	17 »	39,162	8	»
XVI	» »	39,768	»	»
XIX	8 giugno	39,368	»	Praga
XX	» »	39,475	»	Praga
Media generale = 39,4745°, da 75 misurazioni				

La media temperatura del retto dei conigli va dunque calcolata a 39,4745° C. Forse la media di 39,541° C. che risulterebbe dalle misurazioni dei 30 aprile e 1° maggio, risponde alla temperatura normale delle parti più profonde del retto, stantechè queste misure furono prese col nostro primo termometro, il quale aveva un collo lungo e sottile che facilmente penetrava molto addentro. Crediamo di essere vicini al vero, ammettendo che la temperatura media del retto del coniglio debba essere valutata a 39,5° C., e quindi nelle nostre curve delle temperature (tav. III, IV, V) abbiamo tracciata a questo livello una linea assai marcata che rappresenta questa media normale.

Nell'analisi dei casi patologici crediamo opportuno di formare tre gruppi (II, III e IV) secondo la provenienza delle materie infettanti adoperate (Paludi Pontine, Gianicolo, Valchetta nella campagna di Roma). In un quinto gruppo porremo le ricerche fatte in Praga collo stesso metodo usato in Roma; ed in un sesto i casi di infezione settica accidentalmente prodottasi in alcuni animali, i quali non vennero perciò adoperati nelle nostre ricerche, ma offrirono degli eccellenti mezzi di paragone durante le ricerche sulla infezione malarica, fatte nello stesso luogo e nel medesimo tempo.

II. GRUPPO. *Ricerche con materie infettanti raccolte nelle Paludi Pontine.* Queste ricerche, fatte sugli animali n.[i] I, II, III, IV, V, servirono a saggiare le materie raccolte nel lago di Caprolace e dall'aria di Ninfa e di Fogliano, le quali vennero adoperate senza alcuna previa preparazione, ovvero dopo essere state coltivate, e delle quali abbiamo già esposta l'analisi microscopica.

A. *Ricerche parallele col fango del Caprolace.* Per queste ricerche furono adoperati i conigli I, e II. Alle 10 ant. del 16 aprile venne iniettato sotto la pelle del n. I, 1,6 Centim. cub. d'acqua che da tre giorni era andata raccogliendosi sul fango del Caprolace, e subito dopo veniva iniettato nella stessa guisa al n. II 0,6 Cent. cub. del liquido contenuto nel tubo di cultura n. 1. In questo tubo, contenente della gelatina purissima, era stata posta l'11 aprile una piccolissima quantità

di fango del Caprolace, e l'estremità rotta per introdurvela era stata accuratamente chiusa con cotone. Il tubo era stato tenuto per tre giorni in una stufa alla temperatura di 30° a 34° C., e col suo contenuto era stata riempita la camera ad aria microscopica n. 1, la quale nel medesimo giorno 16 aprile mostrava i bacilli provvisti di spore della fig. 7 *c*, e fig. 1 *f*, tav. II.

TABELLA III. — *Temperature e pesi dei conigli N. I e II* (¹)

Giorno	Ora	Temperatura rettale		Peso del corpo		Giorno	Ora	Temperatura rettale		Peso del corpo	
		I	II	I	II			I	II	I	II
15 Aprile	—	—	—	1560 gr.	1804 gr	20 Aprile	11,40 a.	40,8	39,8	—	—
16 »	10 a.	39,2	39,0[1]	—	—	» »	2,20 p.	40,5	39,4	—	—
» »	2.30 p.	40,15	39,9	—	—	» »	3 p.	40,5	39,4	—	—
» »	8 p.	39,85	40,2	—	—	» »	6,40 p.	40,7	39,8	—	—
17 »	9,30 a.	39,5	39,7	1443	1684	» »	10 p.	40,3	39,6	—	—
» »	2 p.	38,4	38,9	—	—	21 »	6 a.	40,8	39,7	—	—
18 »	9,40 a.	39,4	39,45	1445	1708	» »	8 a.	40,7	39,7	—	—
» »	3 p.	38,4	39,7	1461	1780	» »	9,15 a.	40,9	—	1387gr.[2]	—
» »	5 p.	39,75	39,7	—	—	» »	11,30 a.	—	39,65	—	—
» »	8,30 p.	39,7	39,5	—	—	» »	7 p.	—	39,8	—	—
19 »	9,15 a.	40,0	39,6	1408	1783	» »	10,45 p.	—	39,8	—	—
» »	11 a.	40,2	39,6	—	—	22 »	6 a.	—	39,8	—	—
» »	2 p.	40,6	40,1	—	—	» »	12,45 p.	—	39,4	—	—
» »	3 p.	40,65	40,05	—	—	» »	1 p.	—	39,9	—	—
» »	4 p.	40,85	40,2	—	—	» »	3 p.	—	39,9	—	—
» »	5 p.	40,8	40,2	—	—	23 »	12 m.	—	39,5	—	—
» »	6 p.	40,5	40,2	—	—	» »	6 p.	—	39,5	—	—
» »	8 p.	40,6	40,6	—	—	24 »	6 a.	—	39,2	—	—
» »	11 p.	40,5	40,3	—	—	» »	12 m.	—	39,6	—	—
20 »	6 a.	40,7	39,6	—	—	» »	6 p.	—	39,8	—	—
» »	8,10 a.	40,6	39,7	—	—	25 »	7 a.	—	39,5	—	—
» »	8,10 a.	40,65	39,8	—	—						

1 Iniezione sottocutanea delle materie sopradescritte in ambedue i conigli. — 2 Il N. 1 è ucciso disanguandolo.

L'autopsia del coniglio n. I, fatta immediatamente dopo la morte, dà i seguenti risultati. Nel luogo della iniezione, sulla destra della regione lombare, si trova una callosità della lunghezza di 4 c. m. e della larghezza di 3,5 c. m. formata da tessuto connettivo biancastro e di apparenza fibrosa, contenente alcuni vasi sanguigni assai ampi e ripieni da trombi duri e di color rosso-bruno. All'intorno il tessuto sottocutaneo è leggermente edematoso. Il liquido dell'edema, raccolto subito per mezzo di tubi capillari, contiene una gran quantità di corpicciuoli semoventi, di forma ovale o rotondeggiante, brillanti, alcuni dei quali mostrano da due opposti lati dei piccoli prolungamenti ottusi. Oltre a ciò si veggono dei filamenti immobili, o dotati di movimenti molto deboli, della lunghezza massima di 5,9001 μ, e della larghezza di 0,7143 μ. Le glandule linfatiche mesenteriche sono molto rigonfiate e contengono una gran quantità di liquido opalino biancastro. La milza è ingrossata: ha 55 mm. in lunghezza, 9 in larghezza e 4 mm. in grossezza. L'esame del tessuto della milza a fresco, fa vedere una gran quantità di pigmento bruno scuro in masse irregolari: aggiungendo al tessuto della milza dell'umore acqueo

(¹) Alle cifre delle temperature deve essere aggiunto 0,1° C. in ogni Tabella.

tolto dalla camera anteriore dell'occhio dello stesso coniglio (esaminato prima e trovato perfettamente normale), si vede un numero molto grande di corpicciuoli rotondeggianti che si muovono attivamente.

Negli altri organi del corpo non si osservò alcuna alterazione.

Il tessuto della callosità trovata nel luogo della iniezione era fibroso come quello delle cicatrici, e conteneva una quantità notevole di cellule linfatiche.

Per ben determinare la natura dei corpi rotondeggianti e semoventi trovati nella polpa della milza, molti dei quali si vedevano ancora mescolati alle piccole gocce di grasso del liquido estratto dalle glandule linfatiche, furono preparate due camere ad aria microscopiche (n. 7 e 8) [1]. Nella prima fu posto il siero della linfa, nella seconda una piccola quantità di polpa della milza diluita con l'umore acqueo dello stesso animale, e quindi le due camere furono messe in una stufa mantenuta alla temperatura di 30° e 35° C. Prima della preparazione i vetri erano stati riscaldati fino a 120° C. onde uccidere tutti gli esseri viventi che potessero aderirvi. Dopo 24 ore la camera n. 7 conteneva dei filamenti immobili provvisti di granuli brillanti (spore) e dei bastoncelli semoventi talvolta uniti in coppie: oltre a ciò dei corpi ovali liberi, simili a quelli contenuti nei filamenti. La fig. 4, tav. II mostra alcuni di questi corpi, insieme con un filamento contenente due spore terminali, inclusi in un coagulo di linfa nel quale si trova altresì una cellula linfatica. Nella camera n. 8 si erano formati, oltre a molte spore libere, alcuni filamenti con protoplasma omogeneo. Questi, e specialmente i più piccoli, non potevano essere veduti bene se non con obiettivi di eccellente definizione, come il $^1/_{12}$ e il $^1/_{18}$ di pollice di Zeiss, e la illuminazione fatta coll' apparecchio di Abbé. Più tardi si vedevano bene anche con obiettivi molto più deboli e imperfetti.

In ambedue i conigli che servirono a questa ricerca vediamo dunque essere insorta una febbre di carattere intermittente, in seguito alla iniezione delle sostanze sopradette (tav. III, curve *I* e *II*). Dopo la iniezione si verificò subito un aumento di temperatura al di sopra di 40° C.; il giorno seguente la temperatura scese un poco al di sotto della normale; il terzo giorno vi fu un leggero aumento; il quarto giorno un nuovo accesso di febbre nelle ore pomeridiane con aumento della temperatura fino a 40,85° nel n. I, e fino a 40,6° nel n. II. Dopo il quinto giorno il corso della malattia diversifica nei due. Il n. I che aveva avuto iniettato 1,6 cent. cub. dell'acqua uscita dal fango del Caprolace mantiene durante 48 ore una temperatura elevata, con lievi oscillazioni; mentre il n. II che aveva avuto iniettato soltanto 0,6 cent. cub. della cultura fatta collo stesso fango, mostra piccoli aumenti di temperatura nel 5°, 6° e 7° giorno con lievi remissioni quotidiane, all'8° giorno una temperatura normale, ed al 9° giorno una temperatura un poco inferiore alla normale nelle prime ore, ed un lieve aumento nelle ore pomeridiane. Il 10° giorno il n. II fu adoperato per un'altra ricerca. Vediamo quindi la febbre del n. I diventare continua dopo il 2° accesso, e nel n. II succedere al 2° accesso uno stato quasi normale, differenza che corrisponde alla differenza della quantità di materia infettante adoperata.

[1] Noi indichiamo le culture secondo il numero che portano nel nostro protocollo, limitandoci a descrivere soltanto quelle che si riferiscono ai singoli casi di infezione negli animali.

Quanto ai reperti anatomici riscontrati nel n. I, ucciso durante l'accesso febbrile, sono principalmente da notare: 1° la mancanza di suppurazione nel luogo della iniezione; 2° l'aumento di tutte le dimensioni della milza, e specialmente della sua lunghezza (55 millimetri, mentre la media normale è 38,75 mm.) che dà un valore di 1298 all'indice della milza, valore che è quasi il doppio del normale (664); 3° la presenza degli stessi organismi nel liquido iniettato, nel luogo della iniezione, nella milza, e nella linfa. Nè l'andamento della malattia, nè i trovati anatomici, corrispondono a quelli delle febbri putride o settiche. Merita attenzione oltre a ciò l'aumento di peso verificatosi in ambedue gli animali, fra il primo ed il secondo accesso febbrile.

B. *Ricerche parallele col fango del Caprolace e colle materie raccolte nell'aria di Ninfa e di Fogliano.* Queste ricerche dovevano condurci a risolvere la quistione se, prima ancora del tempo nel quale le malattie malariche si manifestano, l'agente che le suscita si solleva al di sopra del suolo negli strati più inferiori dell'atmosfera. La brevità del tempo e la quantità di lavoro che in questo breve tempo dovemmo condurre a termine, non ci permisero di studiare partitamente l'azione di ciascheduno dei saggi d'aria raccolti. Non è inverosimile che l' attività maggiore fosse spiegata dal saggio raccolto sulla riva del Lago di Fogliano, dove l'odore di putrescenza era molto sensibile, ciò che, secondo le idee degli abitatori del luogo, accennerebbe ad una maggiore potenza infettiva.

Il 17 aprile vennero istituite delle culture coi saggi d'aria n. 5 e 7 raccolti in Ninfa e sul lago di Fogliano. La colla di pesce colla quale erano state spalmate le placche di vetro era disseccata: se ne pose una porzione insieme con dell'albumina in due camere ad aria microscopiche, un' altra in due tubi contenenti cölla di pesce purissima, ed una terza in orina. Questa orina era stata lungamente bollita in un piccolo matraccio che poi era stato chiuso col cotone, e si era mantenuta perfettamente chiara durante 24 ore. Le culture nelle camere ad aria non diedero alcun risultato: dopo 24 ore vi si vedevano alcuni pochi granuli, che non si svilupparono ulteriormente nei 5 giorni seguenti. Nei tubi contenenti cölla di pesce si ebbe uno sviluppo di bacilli, ed essi furono riservati per altre ricerche: la cultura in orina fu adoperata subito. L'orina era giallo-pallida, chiara, ed acida: conteneva dei lunghi filamenti immobili, in parte articolati, ed in alcuni articoli si vedevano delle spore. Il 25 aprile si iniettarono 1,6 cent. cubici di questa orina sotto la pelle della regione dorsale al coniglio n. II, e contemporaneamente si iniettarono al coniglio n. III, non ancora adoperato in alcuna ricerca, 3 cent. cub. di acqua stata lungamente sul fango del Caprolace, la quale conteneva dei corpicciuoli di forma ovale ed alcuni filamenti sottili e tortuosi [1]. Oltre a ciò furono iniettati ad un altro nuovo coniglio (n. IV) 1,6 cent. cub. del contenuto di un tubo di cultura, nel quale era stata posta il 23 aprile una piccolissima quantità del fango del Caprolace insieme con della cölla di pesce, e che era stato sempre tenuto ad una temperatura di 35° a 40°. In quest' ultimo liquido si vedevano soltanto dei piccoli granuli brillanti.

[1] Le osservazioni microscopiche vennero fatte sempre da ambedue gli autori, e registrate da ognuno di essi separatamente nel protocollo.

I risultati sono esposti dalla tabella seguente:

Tabella IV. — *Temperature e pesi dei Conigli N. II, III e IV.*

Giorno	Ora	Temperatura			Peso del corpo			Osservazioni
		II	III	IV	II	III	IV	
25 Aprile	7 a.	39,5	—	—				
» »	8 a.	—	38,9	38,5				
» »	9 a.	—	—	—	1686	1546	1824	Iniezione.
» »	10 a.	39,4	39,3	39,1				
» »	12 m.	39,6	39.6	39,2				
» »	2 p.	39,6	39,2	38,8				
» »	4 p.	39,7	39,3	38,7				
» »	6 p.	39,9	39,2	39,0				
» »	8 p.	39,8	39,2	39,2				
» »	10 p.	39,8	39,2	39,2				
26 »	6 a.	39,4	38,9	39,1				
» »	8 a.	39,6	39,4 [1]	38,75 [2]				1 Durante i movimenti dell'animale la temperatura era di 39,6. 2 Alle 8,30 a. si iniettano al N. IV 3[4 di cent. cub. della medesima cultura.
» »	10,15 a.	39,4	39,4	39,8				
» »	12 m.	39,35	39,5	38,5				
» »	2 p.	39,5	39,0	38 6				
» »	4 p.	39,6	39,3	39,0				
» »	6 p.	39,7	39,5	39,5	—	—	—	Il N. IV partorisce 6 figli.
» »	8 p.	39,5	39,4	39,4				
» »	10 p.	39,6	39,4	39,4				
27 »	6 a.	39,3	39,2	39,5				
» »	8 a.	39,6	39,3	39,45	1717	1871	1532	Il peso dei figli partoriti dal N. IV era di gr. 262 quello della madre 1532; totale 1794. 3 Si iniettano 3 cent. cub. della cultura in orina del saggio dell'aria di Ninfa e di Fogliano. 4 Si iniettano 3 cent. cub. dell'acqua sovrapposta al fango del Caprolace.
» »	10 a.	39,4 [3]	39,2 [4]	39,6				
» »	12 m.	39,5	40,5	39,65				
» »	2 p.	39,7	40.1	40,05				
» »	4 p.	39,7	40,2	39,9				
» »	6 p.	39,8	40,2	39,6				
» »	8 p.	39,8	39,9	39,8				
» »	10 p.	39,8	39,9	39,9	1833	1615	1530	
28 »	6 a.	39,65	39,3	39,7				
» »	8 a.	39,7	39,4	39,6				
» »	10 a.	39,3	39.25	39,5				
» »	12 m.	39,4	39,3	39,4				
» »	2 p.	39,5	39,45	39,5				
» »	4 p.	39,75	39,4	39,45				
» »	6. p.	39,6	39,4	39,7				
» »	8 p.	39.6	89,5	39,65				
» »	10 p.	39,65	39,25	39,8				
29 »	6 a.	39,4	39,3	40,05				
» »	8 a.	39,6	39,0	41,00				
» »	10 a.	39,5	39,2	39.9				
» »	12 m.	39,6	39.2	40,2				
» »	2 p.	39,4	39,3	40,05				
» »	6 p.	39,6	39.2	40,05				
» »	8 p.	39,95	39,55	40,3				
» »	10 p.	39,8	39,45	41,05				
30 »	6 a.	41,0	39,1	41,0				
» »	8 a.	39,95	39,2	39,8				
» »	10 a.	40,2	39,0	40,2	1749	1668	1632	
» »	12 m.	40,1	39.2	40,4				
» »	2 p.	39,8	39,2	40,2				
» »	4 p.	39,5	39,2	40,2				
» »	6 p.	39,55	39,3	40,15				
» »	8 p.	39,4	39,2	39,9				
» »	10 p.	39,5	39,2	40,1				
1 Maggio	6 a.	39,5	39,2	40,1				
» »	8 a.	39,35	39,4	39,9				
» »	10 a.	39,1	39,5	39,85				

Giorno	Ora	Temperatura			Peso del corpo			*Osservazioni*
		II	III	IV	II	III	IV	
1 Maggio	12 m.	39,25	39,3	39,95				
» »	2 p.	39,45	36,2	40,05				
» »	4 p.	39,4	39,3	39,9				
» »	6 p.	39,4	39,1	40,0				
» »	8 p.	39,5	39,4	40,1				
» »	10 p.	39,6	39,3	40,0				
2 »	6 a.	39,3	39,4	40,1				
» »	8 a.	39,4	39,1	39,85				
» »	10 a.	39,2	39,3	39,9				
» »	12 m.	39,5	39,2	39,6				
» »	2 p.	39,5	39,2	39,7	1745	1612	1490	
» »	4 p.	39,4	39,3 [1]	39,9				1 Al N. III vengono iniettati alle 3,30 pom. 16 cent. cubici del liquido filtrato ottenuto dalla cultura in orina dell'aria di Ninfa e di Fogliano. Vedi la ricerca parallela seguente.
» »	6 p.	39,7	—	40,5				
» »	8 p.	39,8	—	39,9				
» »	10 p.	40,0	—	39,95				
3 »	6 a.	39,5	—	— [2]				2 Il termometro si rompe. Il nuovo termometro è anch' esso 0,1° C, sotto la normale.
» »	12 m.	39,2	—	—				
» »	2 p.	39,85	—	40,0				
» »	4 p.	39,7	—	40,0	1905	—	1585	
» »	6 p.	40,0	—	40,1				
» »	8 p.	40,1	—	39,8				
» »	10 p.	40,0	—	39,9				
4 »	6 a.	39,9	—	40,1				
» »	8 a.	39,5	—	39,9				
» »	12 m.	39,6	—	40,0				
» »	2 p.	40,0	—	40,1				
» »	4 p.	40,1	—	40,0				
» »	6 p.	39,8	—	40,05				
» »	8 p.	39,85	—	40,0				
» »	10 p.	39,7	—	40,0				
5 »	6 a.	39,5	—	40,0				
» »	8 a.	39,7	—	39,8				
» »	12 m.	39,7	—	39,2	1910	—	1529	
» »	2 p.	39,8	—	36,6	—	—	—	Alle 2,30 p. il coniglio N. IV viene ucciso.
» »	4 p.	39,8	—	—				
» »	6 p.	40,0	—	—				
» »	8 p.	40,1	—	—				
» »	10 p.	40,0	—	—				

La tabella delle temperature del coniglio n. III verrà continuata più sotto.

Il coniglio n. II venne ucciso il 6 maggio, dissanguandolo. Alle 6 ant. di questo giorno la sua temperatura rettale era di 39,9°, alle 8 ant. di 39,8°, e alle 10 ant. di 39,4°. Il suo peso era di 1602 grammi.

L'autopsia di questo coniglio, al quale era stata iniettata il 25 aprile la cultura in orina del saggio dell'aria di Ninfa e di Fogliano, dà i seguenti risultati. L'animale è ben nutrito (all'11° giorno della osservazione pesava 224 grammi, ed il giorno della morte 116 grammi più del giorno nel quale fu introdotto nel laboratorio); la sua milza è molto ingrossata (tav. I, fig. *II*), ha una lunghezza di 52,6 mm., una larghezza di 11,5 mm., e una grossezza di 5,8 mm. Il prodotto di queste tre cifre calcolato in rapporto al peso massimo dell'11° giorno, dà un indice della milza = 1832 cioè quasi tre volte maggiore dell'indice normale. L'organo è piuttosto resistente, poco ricco di sangue, di color rosso chiaro, e la sua capsula è aggrinzata, cosicchè

certamente la milza aveva raggiunto una grossezza maggiore di quella misurata. Le glandule dell'intestino non sono rigonfiate: invece sono molte rigonfiate le glandule linfatiche del mesenterio, le quali alla radice del mesenterio formano una massa lunga 3 c. m. e larga 1,8 c. m. Queste glandule sono resistenti, biancastre, e contengono molta linfa chiara. Il fegato è ricco di sangue, meno ricchi ne sono i reni. V'è un leggero edema polmonare con ecchimosi della pleura (È a notare che in questo caso la morte fu piuttosto lenta). In uno dei due luoghi dove venne praticata l'iniezione si trovò un piccolo ascesso incapsulato.

La curva delle temperature di questo animale (tav. III, curva *II*) è molto interessante. Nei primi due giorni dopo la prima iniezione le oscillazioni della temperatura sono piccole (massime 39,9°-39,7°; minime 39,35°-39,3°). Nelle prime 48 ore dopo la seconda iniezione del medesimo liquido di cultura (27 aprile) non si osservano notevoli perturbazioni della temperatura, ma questa comincia ad inalzarsi rapidamente 51 ora dopo la seconda iniezione, arriva in 16 ore a 41° C. (*e*) e poi ricade rapidamente a 39,4°. Questo accesso ebbe nell'insieme una durata di 24 ore. Nelle 36 ore seguenti si hanno minime temperature di 39,1°-39,2°, e delle massime che appena superano la media normale: ma poi viene una serie di 4 accessi (*f*, *g*, *h*, *i*) ognuno dei quali dura 24 ore circa, con delle temperature massime di 40°; 40,1°; 40,1°; 40,1°; e delle minime di 39,2°; 39,5°; 39,5°. *Il tipo quartanario della febbre, dopo l'accesso f, si trasformò in un tipo quotidiano.* Il reperto anatomico è tale da escludere una complicazione dovuta all'infezione settica: sopratutto è a notare la consistenza della milza rigonfiata, non che la nessuna alterazione della forma dei suoi spigoli, quale si può verificare nei tagli trasversali (tav. I, fig. *II*), mentre nelle infezioni settiche la milza è molle ed i suoi spigoli sono arrotondati (tav. I, fig. *VI* e *XI*). Fu trovato inoltre in questa milza del pigmento melanemico.

Nella linfa furono trovati molti corpi ovali, brillanti, della lunghezza di 0,00095mm. che si muovevano molto attivamente.

Risulta quindi che l'aria esaminata conteneva dei corpicciuoli capaci di sviluppo i quali, dopo essersi moltiplicati nell'orina, l'avevano resa atta a produrre degli accessi di febbre intermittente nell'animale infettato con essa.

Per ottenere questo effetto fu necessario adoperare una discreta quantità del liquido di cultura, ed il risultato non si ottenne se non dopo un periodo di latenza della durata di 48 ore. Ciò si spiega facilmente colla gran quantità del liquido (400 cent. cubici circa) nel quale si trovava dispersa la sostanza posta in cultura. Rimaneva a vedere se l'azione febbrigena era veramente esercitata dalle particelle sospese in questo liquido, o da sostanze disciolte nel medesimo, ed a ciò venne destinata la ricerca parallela successiva.

Il coniglio n. III, al quale era stata iniettata due volte l'acqua che aveva lungamente riposato sul fango del Caprolace (1,6 cent. cub. il 25 aprile, 3,2 cent. cub. il 27 aprile) mostrò due lievi aumenti di temperatura dopo la prima iniezione (tav. III, curva *III a. b.*) i *maximum* dei quali distano esattamente di 24 ore. La differenza fra i massimi e i minimi di queste temperature è di 0,7° C. Tutto questo tratto di curva è però al di sotto della normale: il primo massimo eccede la normale soltanto di 0,1° C., il secondo vi arriva per l'appunto. Dopo la seconda

minima, la temperatura risale verso la media. Queste oscillazioni sono assai frequenti ad osservarsi nei conigli che da poco tempo sono posti in nuove condizioni di abitazione, di nutrizione ecc., durante quel periodo di abbassamento della temperatura al quale abbiamo accennato più sopra, e non hanno nulla che fare col processo della febbre intermittente. Di ciò si potè avere in questo caso una riprova positiva. Infatti, quando la temperatura era ritornata verso la media normale, si praticò la seconda iniezione con dose doppia del medesimo liquido: si ebbe quasi immediatamente un aumento di temperatura che giunse fino a 40,2° C., ma poi si produsse un abbassamento di temperatura tale, che la curva rimase nei cinque giorni consecutivi al di sotto della media normale, e solo alcune poche volte raggiunse questa media, oltrepassandola una sola volta di 0,1° C. Dopo ciò l'animale fu adoperato per un'altra ricerca. Quindi le due iniezioni riuscirono impotenti a generare una febbre malarica, od in altri termini: *l'acqua che era stata per lungo tempo sovrapposta ad un limo ricco di veleno malarico, non si mostrò atta a trasmettere questo veleno.*

In questo caso non si può ammettere che il risultato negativo fosse dovuto ad una particolare immunità dell'animale, perchè una ricerca ulteriore fatta sul medesimo coniglio prova che questa immunità non esisteva. Quel risultato acquista una grande importanza quando si rifletta che lo sviluppo naturale della malaria manca, anche nei terreni più favorevoli alla sua produzione, quando il suolo è separato dall'atmosfera per mezzo di strati di acqua assai cospicui (*V.* Capitolo I). Infatti l'acqua del lago di Caprolace si mostrò nelle nostre ricerche interamente spoglia di quegli organismi che poterono essere sviluppati in tanta quantità nella cultura preparata col limo raccolto sulla riva del lago, e per mezzo della quale ottenemmo dei risultati positivi nel coniglio n. II. Quest'acqua era molto ricca di schistomiceti semoventi, ma in nessuna delle culture con essa istituite nella còlla di pesce, nell' albumina, nell'orina, e nemmeno quando venne lasciata a se stessa in bocce chiuse col cotone, si videro mai svilupparsi dei bacilli contenenti nuclei. Invece si svilupparono sempre delle forme analoghe a quelle che uno di noi (Klebs) ha distinte col nome di *Monadine.* Ciò concorre a provare che il Bacillo da noi descritto è un organismo eminentemente *aerobio*, il quale non può prosperare se non in contatto dell'atmosfera: fatto il quale va d'accordo con le condizioni della produzione della malaria da noi enumerate nel I° Capitolo, ed è confermato dai risultati di tutte le nostre culture, nelle quali questa pianta si sviluppava sempre alla superficie del liquido.

Il coniglio n. IV, il terzo di questa serie, nel quale erano stati iniettati 1,6 cent. cub. di una cultura del Bacillo nella còlla di pesce, era un animale affatto simile per conformazione e provenienza al coniglio n. III. Ambedue erano albini, robusti, allevati nello stesso luogo e probabilmente provenivano dal medesimo parto, ed anche durante le ricerche furono da noi sempre tenuti nella medesima stalla. Il n. IV pesava un poco più del n. III. Da principio anch'esso aveva una temperatura minore della normale: nei primi due giorni dopo la iniezione mostrò delle piccole oscillazioni di temperatura, che rimasero però sempre al di sotto della normale. Verso la metà del terzo giorno la temperatura si inalzò al di sopra di questa media, e alle due pom. sorpassò il 40° C.; poi discese lentamente fino ad un *minimum* di 39,4 nel giorno

seguente: al quinto giorno si ebbe un forte accesso (temperatura massima 41° C), *cosicchè, come avviene nel tipo terzanario, i due accessi vennero separati da un giorno di completa apiressia.* Ma alla sera del medesimo giorno si ebbe un nuovo aumento di temperatura più forte e più durevole del precedente. Questo secondo accesso durò 8 ore ed il massimo della temperatura giunse a 41,05° C. Nei cinque giorni seguenti si ebbe una temperatura continuamente elevata sui 40° C. con piccoli aumenti verso il mezzogiorno dei 2 e 3 maggio, e brevi intermittenze (temp. minima 39,6°); *cosicchè dopo un forte accesso di* 8 *ore la febbre si convertì in una subcontinua.* Questa, al 6° giorno, declinò, e la temperatura discese a 39,2°. L'animale venne allora ucciso.

Prima di entrare nei dettagli dell'autopsia, crediamo utile di avvertire un fatto che ci sembra importante. La nostra aspettativa di ottenere dei risultati positivi nei conigli III e IV venne delusa durante i primi giorni delle nostre osservazioni sui medesimi, e quindi il forte accesso che improvvisamente si manifestò il 29 aprile nel n. IV ci sorprese. È a notare che in quel giorno vi furono grandi scosse di pioggia con rapido abbassamento della temperatura atmosferica, e che anche nel n. II, nel quale da tre giorni era stata praticata l'ultima iniezione, si verificò un aumento di temperatura notevole (39,95° C.) al quale tenne dietro subito il forte accesso *e* (tav. III, curve *I, II*). Invece i conigli V e VI che non erano stati ancora adoperati in alcuna ricerca, ed il n. III al quale era stata iniettata una sostanza inattiva, mostrarono nello stesso tempo un abbassamento cospicuo della temperatura (n. III 39°,0; n. V 38,85°; n. VI 38,9°).

Sembra dunque che gli animali nei quali era stata prodotta una infezione malarica, risentissero l'azione di queste influenze atmosferiche in modo diverso di quelli non infetti. I seguenti dati meteorologici fornitici gentilmente dal Padre Ferrari, Direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano, mostrano quali fossero queste influenze.

Giorno	Barometro ridotto al livello del mare	Temperatura massima	Temperatura minima	Umidità %	Pioggia in millimetri	Vento
25 Aprile	756,6	19,7	9,1	66	3,3	N. SO.
26 »	759,5	19,1	7,0	68	gocce	N. SO.
27 »	758,7	19,2	12,1	69	2,7	SO.SE.NO.
28 »	754,5	16,7	9,7	66	11,3	E. SE. SO.
29 »	754,0	13,2	9,4	88	66,0	N. NE.
30 »	756,8	15,0	8,3	79	8,0	N. NO.
1 Maggio	759,0	17,9	8,3	68	0	N. SO.
2 »	758,8	15,3	7,5	78	6,0	SE.
3 »	755,3	14,5	8,2	80	30,2	SE.
4 »	757,8	16,5	8,0	71	10,0	N. SO.
5 »	760,9	18,0	8,0	83	22,4	N. SO. N.

Vediamo dunque corrispondere al giorno 29 aprile la più bassa temperatura massima, la minor pressione atmosferica, la maggiore umidità, e le più forti piogge. Il giorno 30 la pressione atmosferica cresce, ma la temperatura minima è ancora più bassa. *È dunque verosimile che il raffreddamento dell'aria e l'aumento dell'umidità di essa, abbiano influito alla produzione dei forti accessi febbrili manifestatisi negli animali infetti, e che negli animali non infetti influissero invece a determinare un abbassamento della temperatura.*

Autopsia del coniglio n. IV. L'animale è molto ben nutrito, è cresciuto di peso 63 grammi, dopo il parto del 26 aprile. La milza è molto ingrossata (tav. I, fig. *IV*); è lunga 67,3 mm., larga 13,0 mm., grossa 4,3 mm. nelle massime dimensioni. L'indice della milza è = 2460, cioè quasi 4 volte maggiore del normale. L'organo si trova retratto, con capsula molto aggrinzata, ed è povero di sangue: il fegato ed i reni contengono molto sangue e nel resto sono normali. Le glandule mesenteriche sono ingrossate, di colore biancastro, ricche di linfa; le placche di Peyer dell'intestino sono un poco rilevate, grigio-biancastre; la muccosa intestinale è un poco arrossata. L'utero è grande, l'inserzione placentare assottigliata, la muccosa uterina è levigata e rossastra. I polmoni sono grandi, sotto la pleura vi sono alcune ecchimosi. Il cuore è retratto: le vene dell'addome contengono molto sangue fluido.

Nella linfa si trovano moltissimi corpuscoli ovali, brillanti, dotati di movimenti molto attivi, ed anco nella milza se ne trovano, ma in piccolo numero. Col sangue raccolto durante la sezione in tubi capillari preparati sul posto, vennero istituite delle culture microscopiche. In una di queste si trovò il 9 maggio uno sviluppo di filamenti di Bacillo; nelle altre tale sviluppo non si verificò. Nella milza si trovano molte cellule nelle quali sono inclusi dei frammenti di corpuscoli rossi del sangue e molti granuli brillanti. Questa milza contiene molto pigmento bruno ed anche una discreta quantità di pigmento nero, il quale si colora in turchino mediante il trattamento con acido idroclorico e ferrocianuro di potassio.

C. *Ricerche parallele sull'efficacia del liquido ottenuto colla filtrazione della cultura in orina dei saggi d'aria raccolti in Ninfa ed in Fogliano.*

Queste ricerche avevano per iscopo di riconoscere se esistesse una differenza fra l'azione del liquido di cultura non filtrato, e quella esercitata dal medesimo liquido dopo la filtrazione. Delle ragioni per le quali noi abbiamo preferito di fare la separazione delle parti solide dalle fluide del liquido di cultura, con un mezzo puramente meccanico, abbiamo già parlato a pag. 193. Il liquido di cultura mediante il quale era stata già procurata una infezione malarica nel coniglio n. II, venne filtrato per mezzo della pompa di Bunsen a traverso un filtro di gesso. Sedici centimetri cubici del liquido filtrato vennero il 2 maggio iniettati sotto la pelle del dorso (in punti diversi) al coniglio n. III, il quale dal 29 aprile in poi aveva sempre avuta una temperatura normale, ed il quale poteva credersi più predisposto a risentire gli effetti di una sostanza infettante, per le ricerche alle quali aveva servito antecedentemente. Al coniglio n. V, non ancora adoperato in alcuna ricerca, vennero iniettati soltanto 3,2 centimetri cubici del liquido rimasto sul filtro.

Tabella V. — *Temperature e pesi dei conigli N. III e V.*

Giorno	Ora	Temperature e pesi III	Temperature e pesi V	Differenze delle temperature del N. V da quelle del N. III
2 Maggio	6 a.	39,4	39,7	+ 0,3
» »	8 a.	39,1	39,6	+ 0,5
» »	10 a.	39,3	39,5	+ 0,2
» »	12 m.	39,2	39,6	+ 0,4
» »	2 p.	39,2	39,5	+ 0,3
	pesi	1612 gr.	1798 gr.	
» »	4 p.	39,3	39,4	+ 0,1 [1]
» »	6 p.	39,8	40,0	+ 0,2
» »	8 p.	40,1	40,42	+ 0,32
» »	10 p.	40,25	40,2	— 0,05
» »	12 p.	40,2	39,9	— 0,3
3 »	12 m.	39,1	40,4	+ 1,3
» »	2 p.	39,5	40,2	+ 0,7
» »	4 p.	39,35	40,2	+ 0,85
» »	6 p.	39,7	40,3	+ 0,6
» »	8 p.	39,8	40,3	+ 0,5
» »	10 p.	39,6	40,1	+ 0,5
4 »	6 a.	39,5	40,0	+ 0,5
» »	8 a.	39,65	39,85	+ 0,2
» »	12 m.	39,7	39,6	— 0,1
» »	2 p.	39,8	39,5	— 0,2
» »	4 p.	39,5	40,0	+ 0,5
» »	6 p.	39,4	40,0	+ 0,6
» »	8 p.	39,6	40,05	+ 0,45
» »	10 p.	39,55	39,95	+ 0,4
5 »	6 a.	39,2	39,9	+ 0,7
» »	8 a.	40,0	39,85	— 0,15
» »	11 a. pesi	1657 gr.	1767 gr.	
» »	12 m.	39,35	39,9	+ 0,55
» »	2 p.	39,7	39,8	+ 0,1
» »	4 p.	39,6	40,0	+ 0,4
» »	6 p.	39,7	40,5	+ 0,8
» »	8 p.	39,8	40,4	+ 0,6
» »	10 p.	39,7	40,1	+ 0,4
6 »	6 a.	39,3	39,6	+ 0,3
» »	8 a.	39,7	39,8	+ 0,1
» »	10 a.	39,1	39,7	+ 0,6
» »	12 m.	39,3	39,9	+ 0,6
» »	2 p.	39,4	40,0	+ 0,6
» »	4 p.	39,6	40,15	+ 0,55
» »	6 p.	39,7	40,1	+ 0,4

Giorno	Ora	Temperature e pesi III	Temperature e pesi V	Differenze delle temperature del N. V. da quelle del N. III
6 Maggio	8 p.	39,8	40,1	+ 0,3
» »	10 p.	39,5	40,8	+ 0,5
7 »	6 a.	39,55	39,8	+ 0,25
» »	8 a.	39,7	39,9	+ 0,2
» »	10 a.	39,5	39,9	+ 0,4
» »	12 m.	39,3	39,8	+ 0,5
» »	2 p.	39,4	40,1	+ 0,7
» »	4 p.	39,7	40,1	+ 0,4
» »	6 p.	40,0	40,2	+ 0,2
» »	8 p.	39,7	40,1	+ 0,4
» »	10 p.	39,8	40,0	+ 0,2
8 »	6 a.	39,3	40,0	+ 0,7
» »	8 a.	39,65	39,9	+ 0,25
» »	10 a.	39,3	39,85	+ 0,55
» »	12 m.	39,4	39,9	+ 0,5
» »	2 p.	39,2	40,0	+ 0,8
» »	4 p.	39,5	40,1	+ 0,55
» »	6 p.	39,6	40,3	+ 0,7
» »	8 p.	39,5	40,0	+ 0,5
» »	10 p.	39,4	39,9	+ 0,5
9 »	6 a.	39,4	39,8	+ 0,4
» »	8 a.	39,2	39,7	+ 0,5
» »	10 a.	39,2	39,9	+ 0,7
» »	2 p.	39,5	40,0	+ 0,5
» »	4 p.	—	40,0	
» »	6 p.	39,7	39,9	+ 0,2
» »	8 p.	39,6	39,95	+ 0,35
» »	10 p.	39,65	40,0	+ 0,35
10 »	6 a.	39,3	39,9	+ 0,6
» »	8 a.	39,6	39,9	+ 0,3
» »	10 a.	39,6	39,85	+ 0,25
» »	12 m.	39,5	39,9	+ 0,4
» »	2 p.	39,4	40,0	+ 0,6
» »	4 p.	39,6	40,05	+ 0,45
» »	6 p.	39,7	40,0	+ 0,3
» »	8 p.	39,8	39,9	+ 0,1
» »	10 p.	39,6	39,85	+ 0,25
11 »	6 a.	39,5	39,9	+ 0,4
» »	8 a.	39,4	39,7	+ 0,3
» »	10 a. pesi	1759 gr.	1807gr.[2]	

1 Si pratica la iniezione in ambedue. — 2 Vengono uccisi ambedue.

I risultati delle autopsie sono identici a quelli dei casi esposti più sopra. Non si trova alcuna suppurazione nei luoghi dell'iniezione, nemmeno nel n. III, il quale ebbe iniettate quantità assai ragguardevoli di liquido. Le glandule mesenteriche superiori sono rigonfie. Le milze sono ambedue ingrossate (tav. I, fig. *III* e *V*), ma in proporzioni diverse nei due conigli, come si rileva dal seguente quadro:

	Lunghezza	Larghezza	Grossezza	Peso del corpo	Indice della milza
n. III.	51mm.	11,8	4,2	1757	1410
n. V.	56mm.	11,2	5,6	1807	1943.

Inoltre, mentre la milza del n. III non contiene pigmento se non in forma di piccoli granuli color di ruggine, inclusi in uno scarso numero di cellule bianche che si trovano sparse a grandi distanze fra loro nel tessuto della milza, quella del n. V è ricchissima di pigmento. La massima parte di questo pigmento è di color di nickelio e si trova in forma di granuli inclusi nelle cellule bianche, od in forma di zolle assai voluminose; ovvero ha sostituita l'emoglobina nei globuli rossi del sangue. Alcuni di questi hanno conservate le loro dimensioni, la loro omogeneità, e la loro forma discoide, ma la emoglobina vi si trova interamente rimpiazzata da questo pigmento. Oltre al pigmento color di nickel, si incontra in questa milza una certa quantità di pigmento nero, per lo più in forma di piccoli granuli inclusi nelle cellule bianche.

Questi risultati anatomici, e le curve delle temperature (tav. III, curve n.° *III* e n.° *V*) provano che in ambedue i casi fu prodotta una infezione malarica, ma che essa ebbe una intensità molto minore quando venne suscitata dal liquido filtrato, sebbene questo fosse stato impiegato in dose cinque volte maggiore del liquido non filtrato, e sebbene il coniglio n. III, a differenza del n. V, fosse già indebolito dal trattamento al quale era stato sottoposto nelle ricerche anteriori.

Il tipo della febbre nel n. V è quello di una quotidiana, con una intensità maggiore del 1°, 4° e 7° accesso, cosicchè si potrebbe credere ad una combinazione di una quartana con una quotidiana. La curva delle temperature è in generale 0,5°C. al di sopra della media. Nel n. III invece la posizione generale della curva corrisponde alla media normale, ma le oscillazioni intorno a questa media non sono tali da corrispondere a un tipo regolare di quotidiana. Le massime elevazioni di temperatura rispondono a tre brevi accessi, i quali sono divisi da intervalli di 48 ore e quindi accennerebbero al tipo della quartana, ma il quarto accesso (temperatura 39,8°C.) è posposto, e non ha luogo se non a distanza di 60 ore dal terzo.

Senza volere accordare un valore eccessivo alle distinzioni molteplici che si sono fatte delle varie forme, semplici e composte, delle febbri intermittenti, riteniamo assai verosimile che la grande varietà dei tipi d'intermittenza dipenda da corrispondenti varietà nello sviluppo dell' agente infettante, e quindi abbia importanza nella diagnosi. Probabilmente le misurazioni esatte della temperatura, fatte anche sull'uomo ad intervalli di tempo molto brevi, condurranno ad aumentare il numero di queste varietà.

Nel caso del n. V, la gravità della infezione prodottasi è attestata dalla elevazione uniforme della temperatura media del corpo, e dalle alterazioni trovate nella milza. Ciò nonostante non si era verificata una perdita di peso, ma anzi un aumento di 9 grammi. Nel n. III il peso era cresciuto nello stesso periodo di tempo di 147 grammi; la qual differenza è una nuova riprova della diversa efficacia morbigena dei due liquidi impiegati.

Questa ricerca ci mette in grado di concludere che, mediante l'allontanamento delle parti solide contenute in un liquido infettante, questo liquido perde una gran parte della sua potenza morbigena e genera una febbre tipica molto debole. Rimane indeciso se nel caso nostro la separazione fosse completa od incompleta; ma, in ogni modo, il fatto viene in appoggio di quanto si era riconosciuto per mezzo delle culture: cioè *che le particelle solide capaci di sviluppo sono i portatori del virus*. Però

non si può escludere ancora in modo assoluto che il liquido nel quale questi organismi sono sospesi, e nel quale si trovano i prodotti del loro ricambio materiale, concorra all'azione morbigena che essi indubitatamente esercitano. Un risultato analogo si ottenne per mezzo di due ricerche consimili fatte sui conigli n. XV e XVI, e sui conigli n. VIII e XII.

D. *Ricerche parallele col Bacillo della malaria coltivato in vaso aperto ed in vaso chiuso.* Il 23 aprile si posero in due tubi, nei quali della còlla di pesce era stata chiusa alla lampada appena preparata nella pentola di Papin, due minutissime porzioni del limo raccolto sulla riva del Caprolace. Uno dei tubi fu richiuso subito alla lampada: l'altro fu tappato con molta cura con del cotone che era stato prima esposto ad un'alta temperatura. Ambedue i tubi furono tenuti in una stufa alla temperatura di 30° a 35° C. Il 5 maggio si vedeva alla superficie del liquido contenuto nel tubo lasciato aperto, uno strato biancastro più grosso di quello che appariva nel tubo chiuso. L'osservazione microscopica mostrò nella prima cultura dei bastoncelli immobili, ed altri che oscillavano lentamente; nei primi si vedevano delle serie di nuclei brillanti che mancavano nei secondi, oltre a ciò si vedevano molte spore ovali libere. Nella cultura in tubo chiuso si vedevano pure bastoncelli e filamenti immobili, con spore. I due tubi vennero richiusi come prima, ed il 9 maggio il contenuto di essi venne adoperato in due ricerche parallele.

Verso le 10 ant. del 9 maggio vennero iniettati 1,04 cent. cub. della cultura in vaso aperto al coniglio n. IX, e 3,2 cent. cub. della cultura in vaso chiuso al coniglio n. X. Il n. IX ebbe da principio un forte accesso febbrile della durata di 24 ore, con due temperature massime di 40,3° e 40,2°, ed una temperatura minima interposta di 39,95° (tav. IV, curva *IX*). Nei giorni 11, 12 e 13 la temperatura fu normale con oscillazioni piuttosto sensibili: il 14 comparve un accesso febbrile che durò quasi 48 ore, e nel quale si osservarono tre notevoli inalzamenti della temperatura, separati da tre diminuzioni transitorie, durante le quali la temperatura rimase sempre superiore alla normale (curva *IX a*, *b*, *c*). Il 16 maggio, alle 6 del mattino, la temperatura era ancora di 40° C., ma alle 10 ant. era già discesa a 39,2°, cioè al di sotto della normale. Nei tre giorni successivi la temperatura fu normale od anco inferiore alla normale: alle 6 pom. del giorno 20 la temperatura si alzò fino al 39,8 C. Non potemmo osservare l'animale ulteriormente, perchè obbligati a chiudere la serie dei nostri lavori in Roma. La mattina del 20 questo animale partorì due figli immaturi.

La curva delle temperature del coniglio n. X, il quale aveva avuta iniettata una quantità tre volte maggiore della cultura in vaso chiuso, mostra una grande somiglianza colla curva precedente (tav. IV, curva *X*). Il primo accesso febbrile comparisce anche qui dopo l'iniezione e presenta due massime temperature come nel caso del n. IX, ma queste due massime sono più ravvicinate fra loro. Nei tre giorni seguenti la temperatura si abbassa, ma rimane sempre un poco al di sopra della normale. Alle 6 ant. del 13 maggio la temperatura era di 40,05°, ciò che fa supporre che essa già avesse ricominciato ad aumentare nella notte. Questo secondo accesso comincia un giorno prima che nel n. IX, dura tre giorni, e presenta quattro principali fasi di recrudescenza e di remissione (curva $X\ a,\ b^2,\ c,\ d$): le massime

e le minime sono un poco meno elevate che nel n. IX. Nei cinque giorni seguenti la temperatura rimane un poco superiore alla media, ed al quinto giorno ridiviene normale.

Si vede dunque come nel n. X, sebbene la quantità del materiale iniettato fosse tanto maggiore di quella adoperata nel n. IX, il primo accesso febbrile avesse minore durata, ed il secondo (che per rapporto al primo apparterrebbe al tipo quartanario) rappresentasse una subcontinua di minore intensità e di maggior durata della subcontinua osservata nel n. IX. È probabile quindi che l'azione infettante della cultura in vaso chiuso fosse minore di quella esercitata dalla cultura in vaso aperto, ed è a supporre che questa differenza sarebbe riuscita più sensibile, se nel vaso della cultura non fosse rimasta inclusa una notevole quantità di aria. Infatti nelle culture istituite escludendo interamente l'aria, lo sviluppo del Bacillo veniva sospeso, e perciò esse non poterono essere adoperate nelle ricerche dirette a riconoscere la potenza infettiva di questa pianta.

La tabella dei pesi di questi due animali dimostra come essi, dopo l'iniezione e dopo il primo accesso febbrile, crescessero di peso, e come questo aumento di peso si mantenesse nel n. X fino alla morte. Nel coniglio IX dopo il secondo accesso febbrile si ebbe una diminuzione del peso, la quale crebbe ancora di più dopo l'aborto.

		IX		X		
8	maggio	1902	gr.	1819	gr.	
9	id.	1818	»	1715	»	iniezione.
16	id.	1893	»	1796	»	dopo il secondo accesso febbrile.
17	id.	1775	»	1813	»	
18	id.	1777	»	—	»	
20	id.	—	»	—	»	il n. IX abortisce. I due aborti pesano 65 grammi.
21	id.	1596	»	1847	»	

Ambedue gli animali furono uccisi il 21. La milza del n. IX era mediocremente ingrandita, consistente e di colore oscuro: quella del n. X più voluminosa, di colore più chiaro ed un poco molle. In ambedue si trovò un leggero edema polmonale accompagnato nel n. X da piccoli stravasi intraalveolari. Le dimensioni delle milze erano le seguenti (tav. I, fig. *IX* e *X*).

	Lunghezza	Larghezza	Grossezza	Indice della milza
n. IX.	46,0 mm.	10,8 mm.	3,0 mm.	934
n. X.	60,8 mm.	13,7 mm.	6,1 mm.	2754.

Si trovò una mediocre quantità di pigmento rosso-bruno e nero, in granuli ed anco in masse più voluminose, nella milza di ambedue i conigli. Essa era un poco minore nel n. X.

Queste due ricerche provano che i bacilli sviluppatisi nelle culture istituite colla gelatina di pesce produssero febbri intermittenti, ma non permettono di stabilire una differenza decisa fra l'azione dei bacilli coltivati in vaso aperto e quella dei bacilli sviluppatisi in vaso chiuso.

III. Gruppo. *Ricerche con saggi di terreni del Gianicolo.* Il dott. Fleischl, medico esercente in Roma, ebbe la gentilezza di avvertirci che il sig. W. proprietario

della villa Spada sul Gianicolo, era stato attaccato da una grave febbre di malaria, in un' epoca nella quale simili forme morbose non si erano ancora manifestate in Roma. Questa malattia era insorta in seguito a grandi movimenti di terra fatti nel terreno adiacente alla villa, alcuni dei quali in immediata vicinanza della camera dove il proprietario dormiva, posta al piano terreno della casa. Gli sterri erano stati praticati tanto in un terreno ricco di *humus* che per molto tempo aveva servito da giardino, quanto in un terreno argilloso situato più in basso, dove si faceva una piantagione di aranci. Il 2 maggio portammo nel laboratorio dei saggi dell' una e dell' altra specie di terreno, presi al di sotto degli strati più superficiali, e con essi si fecero degli acquitrini artificiali, nel modo che abbiamo descritto nel Capitolo II. La temperatura delle terre di questi acquitrini posti nel bagno d'aria fu mantenuta fra i 35° e i 36° C. Nell'acqua mescolata a queste terre si vedevano moltissimi corpiccioli ovali semoventi del diametro massimo di 0,00095 mm., alcuni dei quali erano riuniti a due e a tre, in serie che avevano un movimento oscillatorio. Nei saggi comparativi fatti colla terra presa nel nuovo Orto botanico del Viminale, si vedevano gli stessi corpi ovali ma in scarsissimo numero, e mai riuniti in serie.

Il 6 maggio, a due conigli non ancora adoperati in alcuna ricerca (n. VII e VIII) vennero iniettati sotto la pelle del dorso i liquidi ottenuti, mescolando dell'acqua alle terre dei due acquitrini artificiali. Al n. VII vennero iniettati 6,4 cent. cubici del liquido ottenuto dalla terra argillosa, ed al n. VIII la stessa quantità del liquido ottenuto dalla terra ricca di *humus*.

Le due curve *VII* e *VIII* della tav. III mostrano le variazioni della temperatura in questi due conigli. Il n. VII nel corso dei primi otto giorni ebbe quattro accessi di febbre, con temperature massime sempre crescenti (1.° accesso 39,9°; 2.° 39,8°; 3.° 40,3°; 4.° 40,3°, 40,1°, 40,3°): anche durante le intermittenze la temperatura andò progressivamente crescendo. Nei sei giorni successivi la febbre assunse il tipo quotidiano, e la temperatura massima degli accessi febbrili crebbe progressivamente fino a 41,1° C.

Il n. VIII, dal 6 al 16 maggio, giorno nel quale fu adoperato in un'altra ricerca, mostrò aumenti di temperatura molto meno considerevoli. Le massime temperature infatti oscillano fra 39,9° e 40,05°: le due prime distano fra loro di sole 24 ore, le altre di 48 ore.

I pesi dei due animali variarono nel modo seguente:

	VII	VIII	Osservazioni
6 maggio	2429 gr.	1838	Si praticano le iniezioni.
14 id.	—	—	Il n. VII partorisce 7 figli, che non furono pesati.
16 id.	2092 »	1898	
17 id.	—	1878	
19 id.	—	—	Il n. VIII partorisce nella notte 5 figli del peso di 214 grammi.
20 id.	1965 »	1719	
		+ 214	
		1933 gr.	

I due animali furono uccisi la mattina del 20. All'autopsia la milza del n. VII si trovò molto ingrossata (lungh. 56,3, largh. 12,8, gross. 3,5mm. Indice della milza 1289); essa aveva colore più scuro e consistenza minore della normale, e conteneva una piccola quantità di pigmento nero. Nella pleura vi erano molte ecchimosi, e nelle parti superiori (posteriori nell'uomo) dei polmoni, si trovò un'iperemia diffusa e dell'edema. Il cuore destro era ripieno di sangue fluido: nei luoghi dell'iniezione i tessuti erano normali.

Il n. VIII aveva una milza meno ingrossata, sebbene dal 16 al 20 maggio avesse sofferto di una febbre malarica procuratagli per mezzo di un'altra ricerca, (lungh. 49,0mm. largh. 11,0, gross. 3,0mm. Indice della milza 837); l'organo aveva colore e consistenza normali, e conteneva pochissimi granuli di pigmento nero, ed una discreta quantità di pigmento rosso-scuro. Si trovò un liquido sanguinolento nelle cavità pleuritiche; nei polmoni v'erano delle atelectasie parziali con un leggero enfisema dell' orlo inferiore (anteriore nell' uomo). Nessuna alterazione venne riscontrata nei luoghi dell'iniezione.

I risultati ottenuti in questi due animali accennerebbero ad una grande diversità di sviluppo dell'agente dell'infezione malarica nel terreno vergine, e nel terreno che ha lungamente servito ad una cultura di giardino. Parrebbe che in quest'ultimo un tale sviluppo fosse ridotto a minime proporzioni; ma una sola ricerca, fatta coi materiali tolti soltanto da una località malarica, non giustificherebbe certamente una simile conclusione.

IV. Gruppo. *Ricerche con saggi dei terreni dell'Agro romano.* Le terre adoperate per questo gruppo di ricerche furono tutte raccolte nella tenuta della *Valchetta*, appartenente al cav. Francesco Piacentini. Il primo saggio fu tolto da un acquitrino situato sopra una delle due colline, che nella tav. II del lavoro pubblicato da uno di noi sulle acque dell'Agro romano sono tagliate dalla linea *C.D* (¹) e delle quali si vede lo spaccato nella fig. 2 della tav. III annessa alla medesima Memoria. Questo acquitrino si trovava ad un livello inferiore di 15 metri alla cima della più alta delle due colline. Il secondo saggio fu preso da un acquitrino prossimo al Casale della Valchetta, ed il terzo da un terreno pascolivo che era stato recentemente arato nella Valle del Cremera (Fosso della Valchetta). Questi tre saggi furono da noi raccolti il 9 maggio: il 17 maggio ricevemmo dal cav. Alessandro Piacentini un quarto saggio preso da un terreno della Valle del Cremera, coltivato a carciofi.

Coi tre primi saggi furono preparati tre acquitrini artificiali per mezzo di cassette di latta a pareti bucherellate, nel modo che abbiamo destritto nel Capitolo II, e questi mantenemmo nel bagno d'aria ad una temperatura di 30° a 35° C.

Dopo tre giorni (14 maggio) istituimmo una prima ricerca colla terra tolta all'acquitrino del Casale della Valchetta. Una porzione di questa terra fu mescolata ad un ugual volume di acqua Marcia, e dopo che le particelle più pesanti si furono depositate, iniettammo 6,4 cent. cubici del liquido sotto la pelle del dorso del coniglio n. XII. Questo animale era stato tenuto in osservazione durante sei giorni ed

(¹) Tommasi-Crudeli, Memoria citata.

aveva sempre mostrata una temperatura un poco inferiore alla normale, fuorchè nel giorno 13, tav. V, curva *XII*). Dopo la iniezione, la temperatura salì a 39,8°, ma poi discese di nuovo sotto la media: il 15, verso mezzogiorno, risalì a 39,9° per ridiscendere di nuovo sotto la media fino a 38,6°. I due piccoli e brevi inalzamenti di temperatura verificatisi in questo coniglio non potevano essere considerati come un effetto della iniezione, perchè esso il giorno prima dell'iniezione ne aveva mostrato uno perfettamente uguale; quindi lo adoperammo in un'altra ricerca.

Colla terra dell'acquitrino posto sull'alto della collina furono istituite due ricerche parallele. Il liquido della iniezione fu preparato nello stesso modo usato nella ricerca precedente, e poi il 16 maggio ne vennero iniettati 6,4 cent. cubici sotto la pelle del coniglio n. XII. Si filtrò quindi questo liquido a traverso un doppio filtro di carta svedese, e si iniettarono 6,4 cent. cubici del filtrato al coniglio n. VIII, già adoperato nelle ricerche fatte colle terre del Gianicolo.

Poco dopo l'iniezione, la temperatura del n. VIII crebbe fino a 40,2°, ma poi discese al di sotto della media, ed oscillò intorno a questa, fino al giorno dipoi (17 maggio). Alle 10 ant. di questo giorno si praticò una seconda iniezione del liquido filtrato in egual quantità, e soltanto il giorno dopo (18) si produsse un aumento di temperatura fino a 40° che durò poco, e non si rinnovò se non nelle ore pomeridiane del 19 (tav. III, curva *VIII*). La mattina del 20, l'animale venne ucciso [1]. Il liquido filtrato aveva prodotta in esso una febbre intermittente, con temperature massime poco elevate: nell'ultima intermittenza osservata, la temperatura fu, durante 24 ore, inferiore alla normale.

Il n. XII, al quale erano state iniettate contemporaneamente uguali quantità del medesimo liquido non filtrato, ebbe nelle 36 ore successive tre accessi febbrili, con temperature massime e minime sempre più elevate (tav. V, curva *XII*). Il terzo accesso ebbe luogo nelle ore pomeridiane del giorno 17: in esso furono osservate due temperature massime di 40,8° e di 40,6°, dopo le quali la temperatura diminuì rapidamente, e nell'ultima osservazione fatta (10 pom.) si trovò di soli 39,4°. Nella notte del 17 l'animale morì. Dal 16 al 17 esso aveva perduto in peso 166 grammi nel corso di 24 ore: la mattina del 16, verso mezzogiorno, l'animale aveva partorito un prodotto immaturo del peso di 30 grammi circa.

La mattina del 18 il cadavere era già un poco irrigidito, la temperatura delle cavità del corpo era ancora elevata, il sangue era coagulato entro i vasi: dall'apertura della vagina sporgeva un altro aborto. Nei luoghi dell'iniezione v'era una suppurazione: in mezzo alle cellule del pus si trovò una gran quantità dei soliti corpi ovali semoventi (spore) ed oltre a ciò molti filamenti del *Bacillus malariae,* alcuni dei quali assai lunghi; ve n'erano degli articolati che contenevano spore.

La milza era molto ingrossata (tav. I, fig. *XII*). Essa aveva raggiunto delle dimensioni mai vedute da noi in queste infezioni malariche: lunghezza 81,8mm. largh. 19,4, gross. 6,9mm. Indice della milza = 5903, cioè quasi otto volte maggiore dell'indice normale = 664. L'organo era piuttosto molle, mai i suoi orli e spigoli non erano arrotondati, *la sezione trasversale era triangolare, il colore*

[1] I risultati dell'autopsia del n. VIII sono riportati a pag. 216.

ardesiaco. Nella polpa splenicà esaminata a fresco si vedevano molte spore ovali semoventi, dei bacilli della lungh. di 0,001 — 0,002mm. *ed anco dei filamenti più lunghi, omogenei.* Molte cellule della milza contenevano granuli di pigmento nero. *Anche il midollo delle ossa conteneva molte spore semoventi e dei bacilli.* Oltre a ciò vi si trovarono dei *filamenti lunghi ed omogenei della larghezza di* 0,0006mm. e *di una lunghezza media di* 0,06mm.: *alcuni di essi raggiungevano una lunghezza di* 0,084mm. Tutte queste preparazioni vennero fatte con una soluzione di 0,75°/₀ di cloruro di sodio in acqua distillata, preparata appositamente, e nella quale un attento esame microscopico non fece vedere alcuna traccia di organismi. Del resto, anche senza alcuna aggiunta di altro liquido, si poterono osservare questi filamenti tanto nel midollo delle ossa, quanto nella milza. Il prof. Bizzozero, che in quel tempo si trovava in Roma, ci aiutò amichevolmente in queste osservazioni e misurazioni.

I reni erano assai grossi, specialmente il sinistro. La faccia superiore di essi confinava col limite inferiore dei focolai inflammatori prodottisi nei luoghi delle iniezioni. Il fegato era di colore oscuro ed assai grosso. L'utero conteneva ancora 4 prodotti immaturi. Il cuore destro era ripieno di sangue aggrumato. Ambedue i polmoni erano edematosi, con iperemie diffuse ed alcune ecchimosi recenti.

Vediamo dunque in questo caso insorgere, dietro l'azione di un liquido preparato colla terra di un acquitrino di collina (il quale dopo la filtrazione aveva prodotta nel n. VIII una infezione molto debole), una vera febbre perniciosa, che uccise l'animale in 36 ore, e nel corso della quale il *Bacillus malariae*, diffusosi nell'interno del corpo, si accumulò nella milza e nel midollo delle ossa, dove raggiunse uno sviluppo assai avanzato [1].

I dubbi che in questo caso potrebbero esistere sulla natura del processo febbrile, per la complicazione verificatasi di una suppurazione nei tessuti del dorso, verranno dileguati dallo studio del caso seguente, nel quale la infezione malarica prodotta dal medesimo materiale decorse senza complicazioni di sorta. È probabile che quella complicazione fosse dovuta all'iniezione fatta il giorno 14 col liquido preparato mediante la terra raccolta nell'acquitrino del Casale della Valchetta, la quale contiene molte materie escrementizie animali, e facilmente poteva suscitare una infiammazione suppurativa.

Un liquido preparato nella medesima maniera, colla terra proveniente dall'acquitrino della collina della Valchetta, non filtrato, venne iniettato in quantità di 6,4 cent. cubici sotto la pelle del dorso al coniglio n. XIII, la mattina del 14 maggio alle 8 ant. Questo coniglio era stato tenuto tre giorni in osservazione nel laboratorio, e non aveva servito ad alcun'altra ricerca. Stante la importanza del caso, crediamo utile di aggiungere alla curva delle temperature misurate (tav. V, curva *XIII*) la tabella di tutte le cifre.

[1] È importante osservare che le infezioni malariche più gravi (quelle dei n.ⁱ XII, XIII e XIV), vennero prodotte dalle terre che da tre giorni avevano subito un trattamento il quale, come abbiam detto a pag. 192, *impedisce lo sviluppo delle Alghe*, e lo arresta fin dai primi momenti anche nei fanghi palustri dov'era più rigoglioso. Questo fatto va posto a riscontro di quanto abbiamo detto nel Cap. I sulle osservazioni di Salisbury e di Balestra.

Tabella VI. — *Temperature e pesi del coniglio N. XIII.*

Giorno	Ora	Temperatura	Peso	Giorno	Ora	Temperatura	Peso	*Osservazioni*
12 Maggio	4 p.	39,5	1567 gr.	13 Maggio	10 p.	39,65		
» »	6 p.	39,35		14 »	6 a.	39,6		
» »	8 p.	39,3		» »	8 a.	39,5	1481 gr.	Si fa l'iniezione nel modo sopradetto.
» »	10 p.	39,2		» »	10 a.	40,5		
13 »	6 a.	39,3		» »	12 m.	40,1		
» »	8 a.	39,7		» »	2 p.	41,1		
» »	10 a.	39,3		» »	4 p.	41,5		
» »	12 m.	39,5		» »	6 p.	41,2		
» »	2 p.	39,9		» »	8 p.	41,15		
» »	4 p.	39,7		» »	10 p.	41,2		
» »	6 p.	39,3		15 »	6 a.	37,4		
» »	8 p.	39,8		» »	8 a.	—	—	Trovato morto.

L'autopsia venne fatta immediamente. Si trovò la milza molto ingrandita, molle, di colore oscuro (tav. I, fig. *XIII*) essa presentava le seguenti dimensioni: lunghezza 58,0mm., largh. 14,3, gross. 4,8mm. Essendoci dimenticati di pesare l'animale prima di sezionarlo, l'indice della milza va calcolato in rapporto al peso dell'animale avanti l'accesso febbrile. Questo valore è di 2124: *quindi era divenuto* 3,2 *volte maggiore del normale, in sole* 24 *ore.*

La polpa della milza esaminata a fresco, conteneva *granuli e masse irregolari di pigmento bruno e nero, moltissime spore ovali semoventi, dei bacilli e dei lunghi filamenti omogenei della largh. di* 0,0006mm. *e della lungh. media di* 0,07mm.

Nel midollo delle ossa v'erano molti corpuscoli ovali, alcuni dei quali inclusi nelle grandi cellule bianche del midollo; alcuni dei liberi erano doppi.

Alcuni di questi corpi semoventi si incontrarono nel sangue della vena porta e della vena cava inferiore. Nella *linfa delle glandule mesenteriche superiori* si trovarono moltissime *spore ovali, e dei bacilli* in quantità.

Negli altri organi del corpo non fu trovata alcuna alterazione.

La gravità di questo caso nel quale si produsse, senza alcuna complicazione, una perniciosa anche più intensa di quella che uccise il coniglio n. XII, e con gli stessi risultati necroscopici, rende molto interessante il paragone di esso col caso del n. VIII. In quest'ultimo animale la medesima sostanza infettante venne iniettata in quantità uguale a quella iniettata al n. XII, ed in quantità doppia di quella adoperata nel n. XIII, ma il liquido della iniezione era stato filtrato a traverso della carta da filtro svedese. Questa semplice ed incompleta filtrazione bastò per ridurre la potenza morbigena di questo liquido, dalle proporzioni che ebbe nei casi dei n.[i] XII e XIII, alle tenui proporzioni dimostrate dal corso della febbre e dai reperti anatomici osservati nel n. VIII.

Il terzo saggio di terra, quello tolto dal campo recentemente arato nella Valle del Cremera, proveniva da un suolo non acquitrinoso, ma che in seguito all'aratura era stato esposto all'azione dell'aria atmosferica molto più dei terreni dai quali erano stati tolti i due saggi precedenti. Questa circostanza faceva supporre che lo

sviluppo della malaria avesse anche qui raggiunte grandi proporzioni, e questa supposizione venne confermata dai risultati della ricerca seguente.

Al coniglio n. XIV, non adoperato in alcun'altra ricerca, e del quale la temperatura normale era stata misurata durante due interi giorni, vennero iniettati sotto la pelle del dorso, alle 10 ant. del 14 maggio, 6,4 cent. cubici di un fluido ottenuto mescolando a parti uguali dell'acqua Marcia col saggio di terra in discorso, ed iniettato appena le parti più pesanti della miscèla si furono depositate. Il risultato di questa operazione si vede nella tabella seguente:

Tabella VII. — *Temperature e pesi del coniglio N. XIV.*

Giorno	Ora	Temperatura	Peso	Giorno	Ora	Temperatura	Peso
12 Maggio	4 p.	39,3	1421 gr.	16 Maggio	10 p.	40,5	
» »	6 p.	39,3		17 »	6 a.	40,7	
» »	8 p.	39,3		» »	8 a.	40,8	
» »	10 p.	39,25		» »	10 a.	40,6	1309 gr.
13 »	6 a.	39,25		» »	12 m.	40,8	
» »	8 a.	39,2		» »	2 p.	40,7	
» »	10 a.	39,0		» »	4 p.	40,6	
» »	12 m.	39,1		» »	6 p.	40,7	
» »	2 p.	39,4		» »	8 p.	41.1	
» »	4 p.	39,5		» »	10 p.	41,3	
» »	6 p.	39,3		18 »	6 a.	41,1	
» »	8 p.	39,6		» »	8 a.	41,2	
» »	10 p.	39,5		» »	10 a.	40,9	
14 »	6 a.	39,4	1412 gr.	» »	12 m.	40,7	
» »	8 a.	39,4 [1]		» »	2 p.	40,6	
» »	10 a.	40,2		» »	4 p.	40,7	
» »	12 m.	39,9		» »	6 p.	40,75	
» »	2 p.	41,25		» »	8 p.	40,5	
» »	3 p.	41,8		» »	10 p.	40,4	
» »	6 p.	41,3		19 »	6 a.	40,4	
» »	8 p.	41,0		» »	8 a.	40,4	
» »	10 p.	40,9		» »	10 a.	40,5	
15 »	6 a.	40,7		» »	12 m.	40,4	
» »	8 a.	40,6		» »	4 p.	40,3	
» »	12 m.	40,4		» »	6 p.	41,2	
» »	2 p.	40,8		» »	8 p.	41,5	
» »	4 p.	41,0		» »	10 p.	41,2	
» »	6 p.	40,7		20 »	6 a.	40,7	
» »	8 p.	40,4		» »	8 a.	40,6	1345 gr.
» »	10 p.	40.6		» »	12 m.	40,1	
16 »	6 a.	40,1		» »	2 p.	40,5	
» »	8 a.	40,0		» »	4 p.	40,2	
» »	10 a.	39,8	1303 gr.	» »	6 p.	40,2	
» »	2 p.	40,95		» »	8 p.	40,0	
» »	4 p.	40,2		» »	10 p.	40,[illegible]5	
» »	6 p.	40,1		21 »	6 a.	40,9 [2]	1373 gr.
» »	8 p.	40,6					

1 Si fa la iniezione di 6,4 cent. cub. del liquido. — 2 Viene ucciso.

Questa febbre è una delle più caratteristiche pel suo andamento, e nello stesso tempo una delle più gravi da noi prodotte, come lo mostra la elevazione delle massime temperature nel 1.° accesso (41,8° C.) e nel 3°(41,5° C.). Ma sebbene la febbre

fosse così grave, il peso dell'animale dopo la prima remissione andò crescendo sempre, benchè di non molto (70 grammi).

All'autopsia si trovò una grande povertà di sangue in tutto l'organismo, e questo sangue era talmente scolorato, che non potè servire a fare la stampa naturale della milza, per cui bisognò farla, tingendo la milza col sangue del n. X ucciso contemporaneamente.

La milza, relativamente alla piccolezza dell'animale, era molto grossa, molle, di colore scuro, e di sezione triangolare (tav. I, fig. *XIV*). La sua lunghezza era di 62,4° mm., la larghezza 12,8 mm., la grossezza 4,8: l'indice della milza era = 2792, cioè quattro volte maggiore del normale. Quest'organo conteneva una grandissima quantità di pigmento nero, ed un numero grandissimo di corpi ovali semoventi, del diametro di 0,00095 mm., ma nessun bacillo o filamento. I corpuscoli ovali si trovarono anche nel midollo delle ossa e perfino nell'umore acqueo dell'occhio, che venne esservato per caso al microscopio, perchè ce ne volevamo servire come liquido aggiunto alle altre preparazioni. Il solo luogo nel quale si trovarono bacilli e filamenti simili a quelli della milza e del midollo osseo dei n.[i] XII e XIII, fu un piccolissimo ascesso formatosi nel luogo della iniezione.

Ricchissima di spore ovali era anche la linfa delle glandule mesenteriche superiori, le quali erano cariche di pigmento nero.

Volendo classificare queste tre qualità di terra sperimentata, a seconda della potenza infettiva spiegata da ognuna di esse, l'ultimo posto spetta certamente a quella tolta dall'acquitrino del Casale della Valchetta, il quale si trova nelle stesse condizioni fisiche dell'altro acquitrino situato superiormente sulla collina, ma il quale, a differenza di quest'ultimo, è impregnato di molte materie escrementizie animali. La scarsa potenza morbigena del saggio tolto da questo acquitrino, e quella ugualmente scarsa del terreno ricco di *humus* preso nel giardino di villa Spada, sembravano accennare ad una diminuzione dell'attitudine dei terreni a generare malaria, quando la composizione di essi viene modificata dalla cultura e dalla mescolanza di materie escrementizie. Volemmo quindi fare un'altra prova per mezzo di un saggio di terra preso da una carciofaia della valle del Cremera, posta in vicinanza del campo arato, la terra del quale aveva prodotta la infezione del coniglio n. XIV. Il terreno di questa carciofaia era molto disgregato ed abbondantemente concimato.

La brevità del tempo che ci rimaneva ancora pei nostri lavori in Roma, non ci permise di far subire a questo saggio di terra lo stesso trattamento degli altri tre, ponendolo per qualche giorno nelle stesse condizioni nelle quali i terreni malarici si trovano durante l'estate. Ci dovemmo contentare di mescolare a parti uguali con acqua una porzione della terra, arrivata dalla Valchetta in una cassetta di latta ben chiusa, e di adoperare il liquido così ottenuto appena depositatesi le parti più pesanti. La ricerca si fece contemporaneamente il 18 maggio su due conigli, n.[i] XV e XVI, i quali non avevano servito ad alcuna ricerca, e dei quali da due giorni erano state misurate le temperature normali (tav. V, curve *XV* e *XVI*). Al n. XVI vennero iniettati nel modo consueto 6,4 cent. cubici del liquido torbido non filtrato: esso ebbe tre accessi febbrili in tre giorni con temperature massime sempre minori, e temperature

minime sempre crescenti. È il tipo di una quotidiana che va convertendosi in una subcontinua remittente. Al n. XV furono iniettati 6,4 cent. cubici dello stesso liquido passato per doppio filtro di carta svedese: si ebbe da principio un aumento di temperatura fino a 40,15° che durò poco, poi per 14 ore una temperatura minore della media, e quindi tre leggeri aumenti di temperatura che superavano di uno o due decimi di grado la media normale, e si succedevano ad intervalli irregolari.

Questo duplice esperimento, mentre dimostra una notevole diminuzione della potenza infettante del liquido dopo la sua filtrazione, sembra dimostrare inoltre che questa potenza era già molto limitata anche nel liquido non filtrato. Quindi potrebbe essere anch'esso citato in appoggio della ipotesi: *che una razionale cultura del suolo diminuisca la produzione della malaria, anco in regioni nelle quali questa produzione è molto grande* [1].

Noi abbiamo in animo di intraprendere delle ricerche molto più estese e complete, onde tentare di risolvere questa quistione che è di un così grande interesse economico ed igienico: gli elementi che possediamo fin qui non permettono se non di accennare ad una probabilità.

V. Gruppo. *Ricerche con saggi di terra provenienti da luoghi non malarici.* Noi non abbiamo avuto agio sinora di istituire ricerche di questo genere se non in due animali. La ristrettezza del tempo non ci ha permesso di moltiplicarne il numero e di adoperare in esse terreni di varie località, come è desiderabile che si faccia per risolvere due quistioni di grande interesse. Infatti simili ricerche, se da un lato possono servire di riscontro a quelle istituite con terreni di località malariche, possono dall'altro lato fornirci il modo di apprezzare la estensione reale della distribuzione dei germi malarici sulla superficie della terra. È molto probabile che la diffusione di questi germi sia maggiore di quella che ci vien rivelata dalla esistenza dell'endemia malarica, e che essi si trovino in molte località nelle quali l'endemia malarica manca, soltanto perchè mancano le condizioni naturali necessarie ad un completo sviluppo di tali bacilli. Procurando artificialmente queste condizioni necessarie, si dovrebbero

[1] Crediamo opportuno di dire espressamente che noi, per *cultura razionale del suolo*, intendiamo l'applicazione di TUTTI quei mezzi che possono renderlo atto ad una buona produzione agricola, e che fra questi mezzi poniamo in prima linea la sistemazione delle acque contenute nel suolo medesimo. Senza di ciò la cultura del suolo, per quanto intensa e ben regolata possa essere, riesce impotente a procurare o a mantenere una bonifica. Lo prova l'esempio della Val di Chiana, che è egregiamente coltivata dappertutto, dove alcune località perfettamente bonificate dalla sistemazione delle acque e poi dalla cultura intensiva, sono ridivenute insalubri quando la sistemazione delle acque è divenuta imperfetta, sebbene le culture siano rimaste quello che erano negli anni di salubrità completa. Noi riferiamo la minor potenza morbigena che abbiamo riscontrata nelle terre coltivate di villa Spada e della Valchetta, non solo alle modificazioni indotte in esse dalla concimazione, ma ancora, e principalmente, alla sistemazione delle acque in questi terreni. Infatti, nella villa Spada, il terreno dal quale fu tolto il saggio è da molto tempo sistemato a giardino di piacere; e nelle terre coltivate della Valchetta, l'intelligente e coraggioso proprietario di quella tenuta (cav. Piacentini) ha eseguite estese e profonde canalizzazioni, che assicurano lo scolo nel Cremera di tutte le acque in esse contenute. Senza questa previa sistemazione delle acque, potrebbe avvenire talvolta che la disgregazione del terreno procurata dalla cultura intensiva ne peggiorasse le condizioni igieniche, moltiplicando gli accessi dell'aria fino agli strati umidi del sottosuolo dove la produzione della malaria ha sede, come sembra essersi in alcuni casi verificato.

in tal caso rendere infettanti dei saggi di terra provenienti da luoghi, nei quali la produzione della malaria non si rivela per mezzo di una azione malefica sulla salute umana. Ciò è quanto faremo in seguito con terre di varie provenienze, istituendo contemporaneamente delle ricerche parallele coi terreni romani, come già si è incominciato a fare nell'Istituto Patologico di Praga.

Le due ricerche fatte sinora sono state istituite con la terra del giardino annesso all'Istituto Patologico dell'Università di Praga. Questa terra è formata da schisti siluriani disgregati, è in sito da 20 anni circa, ed era stata concimata negli ultimi due anni. Non era stata lavorata nè concimata in quest'anno, e quindi era rimasta molto compatta. Con questa terra si fece un acquitrino artificiale che fu mantenuto per 4 giorni alla temperatura di 35° — 40° C. Una porzione di questa terra fu il 9 giugno mescolata con acqua, e dopo depositatesi le parti più pesanti, vennero iniettati 10 cent. cub. del liquido torbido sotto la pelle del dorso di un grosso coniglio (n. XIX) il quale pesava 2749 grammi. Il liquido venne poi filtrato a traverso un doppio filtro di carta svedese, e 10 cent. cubici di esso vennero iniettati nello stesso modo al coniglio n. XX che pesava 1680 grammi.

Questi animali erano stati tenuti due giorni in osservazione per misurarne la temperatura normale (tav. V, curve *XIX* e *XX*). Dopo la iniezione insorse nel coniglio n. XIX una febbre, durante il corso della quale le temperature minime furono sempre molto superiori alla media normale. Questa febbre continua ebbe dopo la prima remissione (39, 9° C.) due recrudescenze, durante le quali la temperatura salì a 41,1° C. e a 41,8° C.: da quest'ultima massima fino alla morte naturale, che avvenne quando l'animale aveva ancora una temperatura di 40,4° C., decorsero 22 ore.

Nel coniglio n. XX insorse dopo la iniezione una febbre che, per l'aspetto generale della curva, somiglia ad una quotidiana. I sei accessi osservati sono divisi in due gruppi di tre ciascuno, separati da una intermittenza fra il terzo e il quarto accesso, nella quale la temperatura, da 40,0° che era nell'acume del terzo accesso, discese a 37,5° C., per risalire poi durante il quarto accesso sino a 40,3° C. Questo animale fu ucciso quando il n. XIX morì, e l'autopsia di ambedue fu fatta immediatamente.

Nel n. XIX si trovò una vasta suppurazione nel luogo della iniezione, un grave edema polmonale, e tutti gli organi atrofici e poveri di grasso. La milza era aumentata di volume e molle. Nel n. XX l'atrofia generale era molto pronunziata: la milza piccolissima. Ambedue gli animali avevano grandemente diminuito di peso.

Peso del corpo

	In principio.	Alla fine.	Differenza in meno
XIX.	2749 gr.	2285,5	— 463,5
XX.	1680 gr.	1175,5	— 504,5

Dimensioni della milza

	Lunghezza	Larghezza	Grossezza	Indice della milza	
XIX.	60,8 mm.	11,2 mm.	4,0 mm. —	1261	L'indice normale
XX.	30,8 mm.	4,8 mm.	1,6 mm. —	201	è = 664

La febbre del n. XIX era indubbiamente una febbre settica, e quella del n. XX era probabilmente niente altro che una febbre etica prodotta dalla infezione settica, nella quale, come si vede talvolta avvenire nell'uomo, le alternative delle temperature erano simili a quelle delle febbri quotidiane da malaria. Lo stato della milza, l'indice della quale non arrivava nemmeno al terzo dell'indice normale, non permette di interpretare questa febbre intermittente come una febbre prodotta da infezione malarica.

VI. Gruppo. *Infezioni settiche prodottesi spontaneamente negli animali di prova.* Sebbene non occorrano prove speciali per dimostrare, che le febbri malariche da noi prodotte artificialmente sono molto diverse dalle febbri settiche, è interessante paragonare ciò che abbiamo già esposto riguardo alle prime, con quanto venne osservato in conigli i quali vivevano nelle medesime condizioni degli altri, e nei quali spontaneamente si sviluppò una infezione settica.

In due degli animali portati nel nostro laboratorio, questa infezione si manifestò prima che essi fossero adoperati in alcuna ricerca. In uno di essi (n. VI), piccolo animale del peso di 1236 gr., la temperatura che nel primo giorno era sotto la normale incominciò a crescere, e crebbe quasi continuamente fino a raggiungere poco prima della morte naturale del coniglio (tav. IV, curva *VI*) l'altezza di 40,9° C. (colla correzione 41,0° C.). All'autopsia si trovò una grave peritonite con abbondante essudato di siero e di masse fibrinose, prodotta da una ulcerazione che aveva perforato il grosso intestino. L'animale era anemico, nel cuore si trovarono dei grumi sanguigni assai densi: i polmoni erano fortemente edematosi. La milza era mediocremente ingrossata, molle, di color rosso-pallido, i suoi spigoli erano molto arrotondati come si può vedere dalle sezioni trasversali praticatevi, e stampate accanto alla stampa naturale della faccia convessa dell'organo (tav. I, fig. *VI*) il quale non conteneva pigmento nero nè bruno.

	Peso del corpo		Dimensioni della milza			Indice della milza
	Da principio	Alla fine	Lunghezza	Larghezza	Grossezza	
VI.	1236 gr.	1057 gr.	53,00 mm.	9,0 mm.	4,6 mm.	1968
Differenza in meno = 79						

Il secondo caso si verificò in un grosso coniglio (n. XI) il quale aveva già la febbre quando fu portato nel laboratorio (tav. IV, curva *XI*). Il primo e il secondo giorno la temperatura salì fino a 40,0° e 40,3°; il terzo giorno si ebbero due brevi remissioni; il quarto la temperatura ascese gradatamente fino a 40,8° e si praticò l'apertura di un vasto ascesso formatosi al collo. Nei due giorni seguenti si verificò una diminuzione progressiva della temperatura, forse aiutata da una medicazione col benzoato di magnesia. Poi ricomparve una forte febbre durante la quale per sei giorni e mezzo, cioè fino a quando l'animale venne ucciso, la temperatura fu sempre molto elevata anche nelle remissioni, fuorchè alla metà del secondo giorno, nella

quale la temperatura discese per brevissimo tempo fino alla media normale. La medicazione col benzoato di magnesia, praticata in quest'ultimo periodo della malattia, riuscì insufficiente a moderare l'intensità del processo morboso.

Questo animale, durante tutto il corso della malattia mangiò enormemente, e sebbene la febbre fosse così grave e continua, aumentò un poco di peso.

All'autopsia, fatta immediatamente dopo la uccisione, si trovò la milza molto grossa e mollissima, cogli orli arrotondati, e con una sezione trasversale ellittica (tav. I, fig. *XI*): essa non conteneva pigmento nero nè bruno. Il sangue era acquoso e scolorato, come si vede dalla stampa naturale di questa milza fatta per mezzo del medesimo. La pleura polmonale conteneva delle piccole ecchimosi: i polmoni erano iperemici ed edematosi; il cuore destro era ripieno di sangue, il sinistro era vuoto. Nella regione sottomascellare v'era una vasta cavità d'ascesso, ed un'altra occupava la regione scapolare destra; intorno ad essa si trovava una estesa infiltrazione purulenta.

	Peso del corpo		Dimensioni della milza			Indice della milza
	Da principio	Alla fine	Lunghezza	Larghezza	Grossezza	
XI.	2578 gr.	2655 gr.	79 mm.	13,8 mm.	6,5 mm.	2669
Differenza in più = 77						

Annotazioni complementari.

Crediamo di avere esposto nel precedente Capitolo i risultati delle nostre ricerche abbastanza dettagliatamente, perchè si possa giudicare il valore delle conclusioni pubblicate da noi in precedenza ([1]). Noi siamo i primi a riconoscere che un argomento di tanta importanza e difficoltà, non può considerarsi come esaurito senza ulteriori e più estese ricerche, ma riteniamo intanto di aver provato: 1° che le affezioni malariche si possono riprodurre artificialmente negli animali (conigli) in quelle stesse forme che sono già conosciute nella patologia umana; 2° che queste affezioni malariche artificialmente prodotte, sono suscitate da organismi che si trovano nel suolo delle regioni malariche prima della comparsa delle febbri e i quali, anche in quest'epoca, possono sollevarsi negli strati dell'atmosfera più prossimi al suolo.

Dobbiamo adesso completare l'esposizione di alcuni fatti che non hanno potuto essere illustrati interamente nel capitolo precedente, e dire di una conferma che i nostri risultati hanno recentemente avuta da alcune osservazioni fatte sull'uomo. Questa conferma ha tanto maggiore importanza, in quanto che tali osservazioni non sono state fatte da noi, bensì dal dott. Ettore Marchiafava, dopo la nostra partenza da Roma.

1. *Alterazioni anatomiche osservate negli animali ai quali venne procurata la infezione malarica.* La nostra tavola di stampe naturali della milza basta a dimostrare

([1]) Atti della R. Accademia dei Lincei. Volume III, serie 3.ª Transunti.

la costanza del rigonfiamento caratteristico di quest'organo in tutti i nostri casi, ed a far riconoscere le differenze fra le iperplasie malariche di essa, e le tumefazioni settiche riprodotte dalle figure *VI* e *XI*. Abbiamo già descritte le particolarità di forma e di struttura trovate in queste milze iperplastiche, ma dobbiamo illustrare un po' più estesamente di quanto abbiamo potuto fare nelle descrizioni particolari, una delle alterazioni riscontratevi, cioè la presenza del pigmento nero.

Non intendiamo qui decidere la quistione se questo pigmento, il quale nelle gravi infezioni malariche dell'uomo si trova talvolta in quasi tutti gli organi del corpo, si produca esclusivamente nella milza, ovvero anche in altri organi (specialmente nel midollo delle ossa), o forse anche in tutta la estensione del circolo sanguigno. Certo si è che esso deriva direttamente dall'emoglobina del sangue, come Langhans aveva già provato pel pigmento color di ruggine. Questa derivazione diretta del pigmento nero delle infezioni malariche dalla emoglobina del sangue, è stata dimostrata da Marchiafava [1] il quale ha seguìto entro i globuli rossi per nulla alterati nella loro struttura, le trasformazioni dell'emoglobina in un pigmento dapprima rosso-scuro, poi nerastro, ed in ultimo interamente nero. Questo pigmento nero contiene del ferro in combinazione inorganica, e diviene turchino quando è trattato con acido idroclorico allungato e poi con ferrocianuro di potassio (Klebs). Noi abbiamo ottenuta questa reazione anche nei globuli sanguigni divenuti uniformemente neri. *Quindi è indubitato, che nelle malattie malariche l'emoglobina viene decomposta, anche dentro i globuli sanguigni tuttora intatti, in modo da render libero il ferro che prima era unito agli altri componenti organici, e non poteva essere rintracciato mediante quella reazione.* Quindi a buon dritto si può dare a questo pigmento il nome di *melanemico*, e distinguerlo così da tutti gli altri pigmenti che si incontrano nell'organismo.

Nella maggior parte dei casi di infezione malarica da noi prodotti artificialmente, abbiamo potuto riscontrare la formazione di questo pigmento melanemico. La più grande quantità di esso fu trovata nella milza del coniglio n. XIV, nel quale la malattia era stata procurata mediante la terra recentemente arata della Valchetta, e che aveva avuto tre gravi accessi febbrili, in uno dei quali la temperatura era salita fino a 41,8° C. (colla correzione = 41,9°). Il pigmento era abbondantissimo nelle parti periferiche della milza e formava delle zolle grandi ed irregolari, ovvero delle masse a contorno circolare, di un diametro un poco minore di quello dei globuli sanguigni. Le trasformazioni dell'emoglobina entro i globuli rossi ancora intatti poterono essere studiate in tutti i loro stadî in questa milza, e possono esserlo tuttavia nei preparati di essa conservati nel balsamo di Canadà. Insieme ai globuli rossi di forme e di dimensioni normali, se ne veggono altri nei quali la forma discoide persiste: ma nei quali la depressione centrale è così forte da farli apparire quasi incolori nel centro, mentre tutto il resto del globulo è formato da una sostanza omogenea semitrasparente, di un colore grigio scuro, simile a quello del nickel non tirato a pulimento. Da questo colore di nickel i globuli passano gradatamente ad una colorazione perfettamente nera, mentre nello stesso tempo divengono opachi e

(1) Commentario clinico di Pisa. Fascicolo del gennaio 1879.

quasi sferici. In questo ultimo stadio della trasformazione dell' emoglobina, i globuli sanguigni trattati con acido idroclorico e ferrocianuro di potassio, diventavano turchini.

Una gran parte delle masse pigmentarie trovate in questa milza, era inclusa nelle grandi cellule bianche della polpa splenica. Entro queste cellule si vedevano: o i globuli sanguigni color di nickel e neri ora descritti; o dei granuli pigmentari probabilmente risultanti dalla divisione di questi globuli (microciti melanemici); o delle grosse masse lobulate, nei contorni delle quali si potevano riconoscere le forme primitive dei globuli sanguigni divenuti neri; ovvero delle masse pigmentarie a contorni angolosi. Le osservazioni fatte su questa milza rendono probabile, che la conversione dell'emoglobina in pigmento nero avvenga quando ancora la consistenza dei globuli è normale; che i granuli pigmentari risultino dalla divisione di tali globuli quando, dopo essere stati inclusi nelle cellule bianche, la loro sostanza ha cominciato a rammollirsi; e che le grosse masse pigmentarie lobulate e poi angolose, provengano dalla fusione di più globuli inclusi nella stessa cellula, quando lo stroma di essi ha subìto un rammollimento molto avanzato. Colla distruzione delle cellule includenti, i granuli e le masse pigmentarie divengono libere, ed entrano come tali nel circolo. È a notare che Marchiafava ha osservato i medesimi fatti nella milza e nel midollo osseo dell'uomo, specialmente in neonati melanemici [1].

Questo coniglio n. XIV è il solo dei nostri animali di prova nel quale il pigmento melanemico è stato trovato in un altro organo del corpo, oltre la milza. Forse la breve durata dei processi febbrili molto gravi, e la poca gravità dei processi febbrili più lunghi osservati da noi negli altri casi, spiegano questa differenza. Anche in questo animale però, il pigmento non fu potuto vedere se non nelle glandule linfatiche mesenteriche superiori, le quali, esaminate subito dopo la morte, erano di color grigio-bruno. Il pigmento era sopratutto accumulato nei seni linfatici, dove si vedevano gruppi di granuli, alcuni dei quali trasparenti e colore di nickel, altri opachi ed interamente neri. La perfetta identità di queste due specie di pigmento con quelle osservate nella milza, la piccolezza delle masse pigmentarie, la mancanza delle forme di transizione dei globuli rossi in melanemici, ed i luoghi nei quali il pigmento era accumulato, provano che la produzione di esso non aveva avuto luogo nelle glandule linfatiche, ma che esso vi era stato importato, dopo la divisione delle masse o dei globuli pigmentari in piccoli frammenti. Siccome nè il sangue, nè le glandule linfatiche mesenteriche inferiori, contenevano alcuna traccia di questo pigmento, non si può ammettere che esso provenisse dall'intestino o dai vasi sanguigni, e quindi è da supporre che esso venisse importato nelle glandule mesenteriche superiori, da vasi linfatici che le mettono in comunicazione diretta colla milza.

Nei conigli n. XII e XIII, nei quali l'infezione venne prodotta per mezzo della terra dell'acquitrino situato sull'alto della collina della Valchetta, e morti il primo dopo 36, il secondo dopo 12 ore di febbre, la quantità del pigmento nero trovato nella milza era assai minore che nel n. XIV. Ciò forse si doveva alla molto minor durata della loro malattia. Fra le due milze, la più ricca di pigmento melanemico

[1] Marchiafava. Memoria citata.

era quella del n. XIII, benchè la febbre avesse durato assai meno; ma la elevazione maggiore della temperatura e la rapidità colla quale l'animale venne condotto a morte, accennano ad una gravità della infezione, maggiore che nel caso del n. XII. È notevole che in ambedue i casi una parte relativamente grande del pigmento si trovò nei corpuscoli di Malpighi, e specialmente in vicinanza delle arterie. Probabilmente ciò era il risultato di una rapida introduzione del pigmento nel circolo sanguigno, non potendosi ammettere che esso si fosse formato in questi corpuscoli, nei quali in nessun altro coniglio, nemmeno nel n. XIV che aveva una vera *milza nera*, si trovò traccia di pigmentazione.

Nella milza del n. V, nel quale la infezione era stata procurata per mezzo del residuo rimasto sul filtro, della cultura fatta coll'aria di Ninfa e di Fogliano, e il quale durante otto giorni aveva avuto delle febbri, si trovò molto pigmento rosso-bruno ed una gran quantità di pigmento color nickel. Anche in questo caso si poterono studiare benissimo le trasformazioni dei globuli rossi del sangue in globuli color di nickel, nei quali la forma discoide era perfettamente conservata.

Invece nella milza del n. III, al quale era stato iniettato il liquido filtrato della medesima cultura, e che aveva avuta una febbre leggera, non si trovava che del pigmento color ruggine in scarsissima quantità.

In tutti gli altri nostri casi una piccola, talvolta piccolissima, quantità di pigmento nero fu riscontrata, ad eccezione dei due conigli n. XV e XVI. Su questi due conigli era stata sperimentata l'azione del terreno coltivato a carciofi; essi avevano avuto febbri lievissime, ed erano stati uccisi pochi giorni dopo l'iniezione: è dubbio anzi se nel n. XV si riuscisse ad ottenere una infezione malarica.

I due casi di setticoemia n. VI e XI si trovano sotto questo rapporto in vera opposizione coi casi di infezione malarica. Nelle milze di questi due conigli infatti non si trovò pigmento nero, e nemmeno del pigmento bruno. Vi si vedevano soltanto molte delle grosse cellule bianche ripiene di piccoli granuli uniformi colore arancione.

2. *Bacillus malariae.* Noi abbiamo già descritte nel capitolo III le forme principali della pianta trovata da noi nel suolo e nell'aria di regioni malariche, la quale, dopo essere stata coltivata, produsse forme morbose perfettamente uguali a quelle suscitate dai materiali grezzi che avevano servito a preparare le culture. Per quanto riguarda la quistione patologica sulla vera causa della malaria, che per noi è in prima linea, basta l'avere sperimentalmente riconosciuto che una determinata forma di Bacillo deve essere considerata come l'eccitatrice della infezione malarica. Spetta ai botanici il determinare quali ulteriori sviluppi questo organismo possa avere, e tutte le pertinenze biologiche del medesimo. Crediamo intanto sia debito nostro l'esporre i risultati di tutte le osservazioni che ci è occorso di fare in proposito, anche a rischio di veder più tardi soggetti a correzione alcuni di questi risultati.

Abbiamo già detto come le forme più semplici del *Bacillus malariae* provengano da filamenti omogenei, spesso tortuosi od ansiformi, i quali, quando sono coltivati nella còlla di pesce, nell'albumina d'uovo, nell'orina, si dividono in articoli, e producono spore nel loro interno prima che questa divisione avvenga, o dopo che essa è avvenuta. La posizione di queste spore nell'interno degli articoli varia: talvolta

esse si trovano soltanto alle due estremità dell'articolo, tal'altra soltanto nel mezzo di esso; altre volte si osservano nello stesso articolo una spora mediana e due terminali. Questi caratteri possono servire a distinguere il *Bacillus malariae* da altre forme patogeniche di bacilli.

Alcune culture ci mostrarono assai bene lo sviluppo dei filamenti da queste spore divenute libere. Nei corpuscoli ovali e brillanti più volte descritti, uno dei poli si allunga in una appendice, che adagio adagio si converte in un bastoncello (fig. 2 *d*, *e*). Talvolta si vede nelle giovani spore il rischiaramento della sostanza di uno dei poli precedere la formazione dell'appendice (fig. 2 *c*). Altre volte la formazione del bastoncello procede da ambedue i poli della spora ad un tempo, in seguito alla formazione di due appendici.

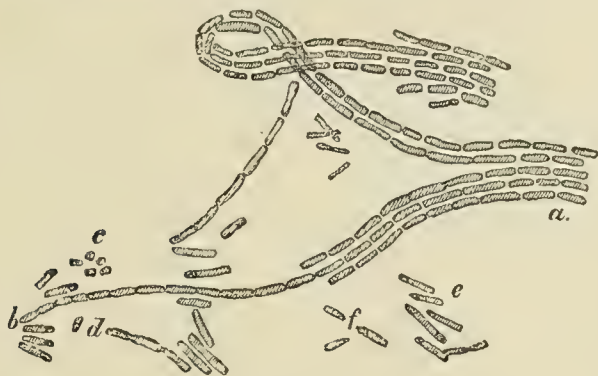



Fig. 2.

Bacillus malariae. *Preparato n. 2 del 26 aprile, colorato con violetto d'anilina. Esso venne tolto da una camera ad aria microscopica nella quale si era posta il 15 aprile, insieme con dell'albume d'uovo, una piccolissima goccia della cultura del fango del Caprolace nel tubo n. 2.*

I bastoncelli, allungandosi, producono poi dei filamenti omogenei. Talvolta si sviluppano nell'interno dei medesimi due spore terminali, ovvero una mediana (fig. 2 *e*): in alcuni casi le spore sono disposte nel loro interno, in modo da farle credere prodotte da divisioni avvenute in sito di una spora precedentemente formatasi (fig. 2 *f*).

Talvolta, prima che la divisione dei filamenti già sviluppatisi avvenga e si producano i filamenti articolati (fig. 2 *a b*) si vedono formarsi nell'interno dei medesimi alcuni corpuscoli ovali brillanti (tav. II, fig. 1 *d*) ed il filamento crescere così rapidamente da poter seguire coll'occhio il suo accrescimento, empiendosi di piccoli granuli brillanti, mentre le spore ovali scompaiono (tav. II, fig. 1 *d'*). Noi non siamo in caso di decidere se i piccoli granuli provengano da uno spezzettamento delle spore preesistenti, ovvero rappresentino una moltiplicazione di esse dovuta a nuove precipitazioni del plasma.

Con questa forma di evoluzione sembrano essere connesse alcune forme di sviluppo osservate da noi, tanto in una cultura dell'aria di Ninfa e di Fogliano in orina, quanto in una cultura del limo del Caprolace in còlla di pesce. Esse sono disegnate nella fig. 8, tav. II quali si vedevano coll'oggettivo $^1/_{12}$ di pollice (immersione ad olio) e l'oculare n. IV di Zeiss. Sono filamenti articolati, ripieni di piccoli granuli lucenti (*a*, *a*, *a*). La divisione in articoli incomincia in questi filamenti colla formazione di una membrana divisoria che separa due porzioni del protoplasma. Le estremità degli articoli novellamente formatisi si arrotondano, la distanza fra due articoli confinanti diviene sempre maggiore, ed il legame che gli unisce è così debole da renderne facilissima la separazione. Le masse granulose omogenee contenute negli articoli si dividono in senso longitudinale o trasversale, o nei due sensi ad un tempo,

producendo delle sferule (fig. 8 *b*) divise da interstizi chiari. Anche in *c* si vede questa divisione, ma i prodotti di essa sono separati da interstizi minori che in *b*.

Noi non possiamo decidere se queste forme appartengano alla serie delle evoluzioni normali del *Bacillus malariae*, ovvero rappresentino delle anomalie di sviluppo, prodotte dalle speciali condizioni di nutrizione nelle quali era posto dalle nostre culture. L'insieme delle nostre osservazioni ci fa ritenere che anche le forme della fig. 8 appartengano a questa specie di *Bacillus*: se ulteriori osservazioni dimostreranno il contrario, ciò non cambierebbe le altre nostre conclusioni, perchè in tal caso si tratterebbe soltanto di una mescolanza con altre forme di schistomiceti, verificatasi accidentalmente in due delle nostre culture.

Di maggiore importanza sono le osservazioni sullo sviluppo ulteriore delle forme del Bacillo, trovate nei nostri animali di prova. La figura 5 della tav. II rappresenta appunto lo sviluppo molto avanzato di quelle forme della pianta, che furono da noi incontrate nel siero della linfa del coniglio n. I. Questo siero era stato chiuso il 21 aprile nella camera ad aria microscopica n. 7. Esso conteneva allora molti corpi ovali semoventi, alcuni dei quali avevano due appendici polari (spore germoglianti); ed inoltre dei filamenti omogenei che oscillavano lentamente. Il 22 aprile si trovarono nella camera microscopica le forme della fig. 4, tav. II, cioè: spore libere, e filamenti leggermente contorti, dei quali alcuni avevano delle spore alle due estremità. Il 23 aprile lo sviluppo dei filamenti era enormemente aumentato, ed essi formavano dei fascicoli incrociati per modo da rappresentare una rete a grandi maglie (fig. 5). Alcuni di questi filamenti mostravano una divisione in articoli di diverse lunghezze, ancora strettamente uniti fra loro. *Cosicchè da un liquido del corpo di un animale infetto si ottennero, senza aggiunta di alcun'altra sostanza, delle forme identiche a quelle ottenute mediante la prima cultura del materiale grezzo, e le culture successive del medesimo.* È da notare che questo grande sviluppo dei filamenti fu osservato più volte da noi in altre culture, e specialmente in quella che fornì il preparato della fig. 2 (pag. 229).

Rammentiamo per ultimo che lo sviluppo del Bacillo in lunghi filamenti omogenei, identici a quelli ottenuti per mezzo delle culture, venne osservato nella milza del coniglio n. XIII, e nella milza e nel midollo delle ossa del coniglio n. XII.

3. *Bacillus malariae nell'uomo.* Il dott. Ettore Marchiafava, primo assistente alla Cattedra di Anatomia Patologica della Università di Roma, ha avuta l'opportunità di sezionare i cadaveri freschissimi di tre individui morti di perniciosa, dopo la comunicazione da noi fatta all'Accademia. Queste autopsie furono eseguite seguendo scrupolosamente alcune indicazioni da noi date, onde evitare la possibile mescolanza di organismi vegetabili estranei ai liquidi ed ai tessuti del corpo. Nella prima autopsia, eseguita ai 25 luglio, fu omesso di esaminare il sangue, e nella milza e nel midollo delle ossa non vennero incontrate forme bacillari, ma soltanto si trovò una quantità notevole di spore. La seconda autopsia fu fatta il 19 agosto, in un uomo morto durante il secondo accesso di una perniciosa comatosa nello Spedale di S. Spirito. In questo individuo la milza era raddoppiata di volume, di colore bruno e mollissima; il midollo delle ossa era rosso brunastro; i reni ed il fegato erano ricchi di sangue, e così pure il cervello e le meningi; il cuore destro era ripieno di sangue

disciolto, il sinistro vuoto; v'era inoltre una ipostasi bilaterale dei polmoni. Nessun'altra alterazione anatomica venne riscontrata. La polpa splenica; il succo del midollo osseo; il succo delle glandule linfatiche celiache; il sangue della vena splenica, della vena porta, delle vene epatiche e del cuore destro, vennero raccolti in tubi capillari di vetro, chiusi immediatamente alla lampada.

Nella polpa splenica e nel midollo osseo fu trovata una piccola quantità di pigmento color ruggine, in masse libere od incluse negli elementi cellulari, una discreta quantità di spore ovali, ed inoltre alcuni bastoncelli analoghi a quelli della fig. 1 *a* della nostra tav. II. Nel succo delle glandule linfatiche ed in tutti i saggi del sangue, esaminati senza aggiunta di alcun altro liquido, fu osservata una gran quantità di bacilli, alcuni dei quali omogenei, altri articolati e perfettamente identici a quelli rappresentati nella fig. 3 della nostra tav. II. Le culture di porzioni della polpa splenica e di alcune gocce del sangue, in orina bollita e mantenuta alla temperatura di 35 C. in bocce chiuse da cotone previamente riscaldato ad alta temperatura, produssero delle forme perfettamente identiche a quelle delle fig. 5 e 6 della nostra tav. II.

La terza autopsia fu praticata il 20 settembre in un campagnolo dell'età di 55 anni, morto nel secondo accesso di una perniciosa comatosa nello Spedale di S. Spirito. In questo caso, a differenza del caso precedente, esisteva una gravissima melanemia generale. La milza era quasi raddoppiata di volume, la polpa splenica diffluente e di color nero; il midollo osseo di color cioccolatte. Il fegato aveva un colore plumbeo e la sostanza grigia del cervello un colore ardesiaco. Nel sangue di tutte le parti del corpo si trovavano granuli e masse di pigmento nero libere, ovvero incluse nelle cellule bianche. Nel sangue, nel midollo osseo e nella milza v' erano moltissime spore ovali dotate di movimenti vivacissimi: (la temperatura dell' atmosfera era di 29° C.). Oltre a ciò furono osservati nella milza e nel sangue dei bastoncelli oscillanti simili a quelli della fig. 1 *a* della nostra tav. II, e dei bastoncelli contenenti nuclei, simili a quelli della fig. 1 *f* e della fig. 7 *c*. Nel sangue di tutte le parti del corpo, nel midollo osseo e nella milza, si vide inoltre un numero grandissimo di lunghi filamenti omogenei, alcuni dei quali contorti come quello della fig. 7 tav. II, e di lunghi filamenti omogenei ed articolati, perfettamente identici a quelli della fig. 5 della medesima tavola. Questi ultimi erano abbondantissimi nella milza, dove talvolta raggiungevano una lunghezza di 0,16 millimetri.

Ad alcune di queste osservazioni prese parte il dott. Valenti, professore di Patologia generale nella Università romana, ed i risultati dell'ultima autopsia poterono essere verificati anche da uno di noi (Tommasi-Crudeli), che si trovava di passaggio in Roma.

Queste osservazioni verranno in seguito completamente illustrate in tutti i loro dettagli dal dott. Marchiafava. Noi ci limitiamo qui a dare questa breve notizia dei risultati principali di esse, che formano un corollario importante di tutto ciò che avemmo l'onore di esporre all'Accademia nella seduta del 1° giugno.

INDICE

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tavola I.

Stampe naturali delle milze dei conigli n.[i] I-XVIII, ottenute applicando sulla carta la superficie convessa dell'organo appena estratto dal corpo, dopo averlo tinto con un poco di sangue dell'animale stesso. Accanto ad ogni stampa della superficie convessa della milza, vi sono due o tre stampe naturali della sezione trasversale dell'organo, praticata nel tratto dove la milza presentava la maggiore grossezza.

Fig. *XVII* e *XVIII*. Milze di conigli normali. Il coniglio n. XVII pesava 1755 grammi, il n. XVIII 1591 grammi.

Fig. *I*. Milza del coniglio n. I, al quale venne iniettato il 16 aprile 1,5 cent. cub. dell'acqua raccoltasi alla superficie del fango del Caprolace, ed il quale venne ucciso il giorno 21 aprile. L'animale pesava al momento della morte 1387 grammi. La curva delle temperature di questo coniglio si vede nella Tav. III n.[i] *I*, *II*.

Fig. *II*. Milza del coniglio n. II, al quale vennero iniettati il 16 aprile 0,6 cent. cub. della cultura in gelatina del fango del Caprolace, e successivamente 1,6 cent. cub. della cultura in orina dei saggi d'aria di Ninfa e di Fogliano il 25 aprile, e 3,20 cent. cub. della stessa cultura il 27 aprile. L'animale venne ucciso il 6 maggio: pesava allora 1602 grammi. La curva delle temperature di questo coniglio si trova nella tav. III unita a quella del precedente.

Fig. *III*. Milza del coniglio n. III al quale vennero iniettati il 25 aprile 1,3 cent. cubici dell'acqua che aveva riposato lungamente sul fango del Caprolace, e 3,20 cent. cub. dello stesso liquido il 27 aprile; ed al quale poi vennero iniettati il 2 maggio 16 cent. cub. del liquido ottenuto filtrando a traverso il gesso la cultura in orina del saggio dell'aria di Ninfa e di Fogliano. L'animale venne ucciso l'11 maggio: al momento della morte pesava 1759 grammi. La curva delle sue temperature si vede nella tav. III n.[i] *III* e *IV*.

Fig. *IV*. Milza del coniglio n. IV, al quale venne iniettato il 25 aprile 1,6 cent. cub. di una cultura del fango del Caprolace in còlla di pesce, disposta il 23 aprile; ed ai 26 aprile venne fatta la iniezione di ³⁄₄ di centimetro cubico del medesimo liquido di cultura. L'animale venne ucciso il 5 maggio: al momento della morte pesava 1529 grammi. La curva delle temperature di questo coniglio è unita nella tav. III a quella del precedente.

Fig. *V*. Milza del coniglio n. V al quale vennero iniettati il 2 maggio 3,2 cent. cub. del residuo rimasto sul filtro di gesso, dopo la filtrazione della cultura in orina dei saggi d'aria di Ninfa e di Fogliano. L'animale venne ucciso l'11 maggio: al momento della morte pesava 1807 grammi. La curva delle sue temperature si vede nella tav. III n. *V*.

Fig. *VI*. Milza del coniglio n. VI, morto di setticoemia in seguito ad una peritonite da ulcerazione intestinale. L'animale pesava 1157 grammi. La curva delle sue temperature è nella tav. IV n. *VI*.

Fig. *VII*. Milza del coniglio n. VII al quale vennero iniettati il 6 maggio 6,4 cent. cub. del liquido proveniente da un acquitrino artificiale preparato con la terra argillosa del Gianicolo (villa Spada). L'animale fu ucciso il 20 maggio: pesava allora 1965 grammi. La curva delle sue temperature si vede nella tav. III n. *VII*.

Fig. *VIII*. Milza del coniglio n. VIII al quale vennero iniettati il 6 maggio 6,4 cent. cub. del liquido proveniente da un acquitrino artificiale preparato con la terra ricca di *humus* del giardino di villa Spada. Il 16 maggio vennero iniettati a questo coniglio altri 6,4 cent. cub. del liquido ottenuto da un acquitrino artificiale, preparato colla terra di un acquitrino posto sull'alto di una collina della Valchetta (vedi illustrazione delle fig. *XII* e *XIII*), dopo aver passato questo liquido a traverso un

doppio filtro di carta svedese. L'animale venne ucciso il 20 maggio: esso pesava allora, dopo un parto avuto il giorno innanzi, 1719 grammi. La curva delle sue temperature si vede nella tav. III n. *VIII*.

Fig. *IX*. Milza del coniglio n. IX al quale venne iniettato il 9 maggio 1,04 cent. cub. del liquido di una cultura in vaso aperto del limo del Caprolace, in gelatina di pesce. L'animale venne ucciso il 21 maggio: pesava allora 1596 grammi. La curva delle sue temperature si vede nella tav. IV n. *IX*.

Fig. *X*. Milza del coniglio n. X al quale vennero iniettati il 9 maggio 3,2 cent. cub. della stessa cultura, mantenuta in vaso chiuso alla lampada. L'animale fu ucciso il 21 maggio: pesava allora 1847 grammi. La curva delle sue temperature si vede nella tav. IV n. *X*.

Fig. *XI*. Milza del coniglio n. XI il quale entrò nel laboratorio già ammalato di setticoemia in seguito ad un ascesso nella regione sotto-mascellare. Questo animale non fu adoperato in alcuna ricerca e venne ucciso il 20 maggio: pesava allora 2655 grammi. La curva delle sue temperature si vede nella tav. IV n. *XI*.

Fig. *XII*. Milza del coniglio n. XII al quale vennero iniettati il 14 maggio 6,4 cent. cub. di un liquido ottenuto mescolando a parti uguali l'acqua Marcia e la terra di un acquitrino artificiale, preparato colla terra di un acquitrino prossimo al Casale della Valchetta. Il 16 maggio vennero iniettati all'animale altri 6,4 cent. cub. di un liquido preparato nella stessa guisa, colla terra di un'acquitrino posto in vicinanza della cima di una collina della Valchetta: la mattina del 17 questa iniezione venne ripetuta, e la notte del 17 al 18 l'animale morì. Pesava poco prima della morte 2150 grammi. La curva delle sue temperature si vede nella tav. V n. *XII*.

Fig. *XIII*. Milza del coniglio n. XIII al quale la mattina del 14 maggio vennero iniettati 6,4 cent. cub. di un liquido ottenuto mescolando a parti uguali l'acqua Marcia e la terra di un acquitrino artificiale, preparato colla terra presa da un acquitrino posto in vicinanza della cima di un colle alla Valchetta. L'animale fu trovato morto 24 ore dopo: l'ultima volta che fu pesato, il suo peso era di 1481 grammi. La curva delle sue temperature si vede nella tav. V, n. *XIII*.

Fig. *XIV*. Milza del coniglio n. XIV al quale vennero iniettati il 14 maggio 6,4 cent. cubici di un liquido ottenuto mescolando a parti uguali l'acqua Marcia e la terra di un acquitrino artificiale preparato col suolo recentemente arato di un campo della Valchetta. L'animale venne ucciso la mattina del 21: pesava allora 1373 grammi. La curva delle sue temperature si trova nella tav. V, n. *XIV*.

Fig. *XV* e *XVI*. Milze dei conigli n.[i] XV e XVI ai quali vennero iniettati la mattina del 18 maggio 6,4 cent. cub. di una miscela a parti uguali di acqua Marcia e della terra proveniente direttamente da una carciofaia della Valchetta. Al n. XV fu iniettato questo liquido, dopo averlo passato per un doppio filtro di carta svedese. Ambedue gli animali furono uccisi il 21 maggio: il n. XV pesava allora 1690, il n. XVI 1890 grammi. Le curve delle loro temperature si trovano nella tav. V, n.[i] *XV* e *XVI*.

Tavola II.

Bacillus malariae. I primi gradi dello sviluppo sono rappresentati nella incisione intercalata nella pag. 229 del testo.

Fig. 7. Filamenti omogenei tortuosi o piegati ad ansa, trovati il 15 aprile in una cultura del fango del Caprolace preparata colla gelatina l'11 aprile. In *c* si vede un bastoncello che contiene in ciascuna delle sue estremità un granulo lucente.

Fig. 1. Altre forme trovate lo stesso giorno 15 aprile nella medesima cultura. (La differenza della numerazione delle due figure 1 e 7 è dovuta ad un errore del litografo). *a*. Bastoncello omogeneo, senza alcun indizio di divisione. *b*. Bastoncello omogeneo, con divisione trasversale. *d*. Filamento contenente molti granuli brillanti, visto al mezzogiorno del 15 aprile. *d'*. Lo stesso, visto alle due pomeridiane del medesimo giorno. *e*. Cellula fusiforme non appartenente alla serie di sviluppo del bacillo. *f*. Piccolo bastoncello con due granuli terminali ed uno mediano.

Fig. 2. Filamenti articolati, alcuni articoli dei quali contengono un protoplasma omogeneo, altri un nucleo mediano parietale, altri due nuclei terminali, altri infine un nucleo mediano e due terminali. Forme trovate il 17 aprile nella medesima cultura, mantenuta in una camera ad aria microscopica, e vedute coll'obbiettivo $1/_{12}$ di pollice di Zeiss (immersione ad olio). La figura più piccola è vista coll'oculare n. 0, le due più grandi coll'oculare n. IV.

Fig. 3. Filamenti articolati, a protoplasma omogeneo, visti sull'orlo della medesima cultura il 17 aprile col $\frac{1}{12}$ di pollice di Zeiss e l'oculare n. II.

Fig. 6. Gli stessi filamenti, disposti a gruppi, visti nella medesima cultura microscopica il giorno 26 aprile coll'obiettivo E di Zeiss e l'oculare n. II. Il fascio *b* qui rappresentato partiva dall'orlo della camera ad aria *a* e si distendeva a ventaglio verso il centro del preparato.

Fig. 4. *a*. Bacillo contenente due spore terminali. *b*. Spore ovali libere contenute in un coagulo di linfa. *c*. Cellula linfatica. Forme viste il 22 aprile nella camera ad aria microscopica n. 7, dove da 24 ore era stata posta in cultura la linfa del coniglio n. I.

Fig. 5. Fascicoli di filamenti omogenei ed articolati, incrociati in vari sensi, osservati nella stessa cultura il giorno 23 aprile.

Fig. 8. Forme osservate in una cultura dei saggi d'aria di Ninfa e di Fogliano in orina, ed in una cultura del limo del Caprolace nella còlla di pesce. Le figure sono state disegnate come si vedevano coll'oggettivo $\frac{1}{12}$ di pollice e l'oculare n. IV di Zeiss. *a*, *a*, *a*. Filamenti articolati ripieni di piccoli granuli brillanti. *b*. Divisione delle masse granulose omogenee contenute entro gli articoli. *c*. *d*. Primi indizi di questa divisione

Tavole III. IV. V.

Curve delle temperature di tutti gli animali di prova. I pesi dell'animale, in grammi, sono notati al disotto della linea ove si trovano le indicazioni dei giorni dell'osservazione. Accanto al numero di ciascuna curva, identico a quello dell'animale di prova, è registrata la provenienza della materia adoperata per procurargli la infezione, ovvero (nelle curve n. *VI* e *XI*) la natura della malattia spontaneamente sviluppatasi nell'animale. L'uccisione dell'animale è indicata col segno +: la morte naturale col segno #.

La **tavola III** contiene le curve delle temperature dei conigli n.i I, II, III, IV, V, VII ed VIII.

La **tavola IV** quelle dei conigli n.i IX, X, VI ed XI.

La **tavola V** quelle dei conigli n.i XII, XIII, XIV, XV, XVI, XIX, e XX.

Le indicazioni relative alle operazioni eseguite su questi animali, (ad eccezione di quelle relative ai n.i XIX e XX) si trovano nelle illustrazioni della tav. I dove sono riprodotte le stampe naturali delle rispettive milze. In quella tavola non figurano le milze dei conigli n.i XIX e XX, perchè essa era già allestita quando, posteriormente alla presentazione di questa Memoria all'Accademia, vennero fatte su questi due animali in Praga le ricerche da noi riferite a pag. 222.

Klebs e Tommasi – Crudeli

Malaria.

I.

VII.

XII.

II.

VIII

XIII.

III.

IX.

XIV

IV.

XV

XVI.

X.

V

XI.

VI.

XVII.

XVIII.

Fig 1.

Fig 2.

Fig 3

Fig 4.

Fig 5

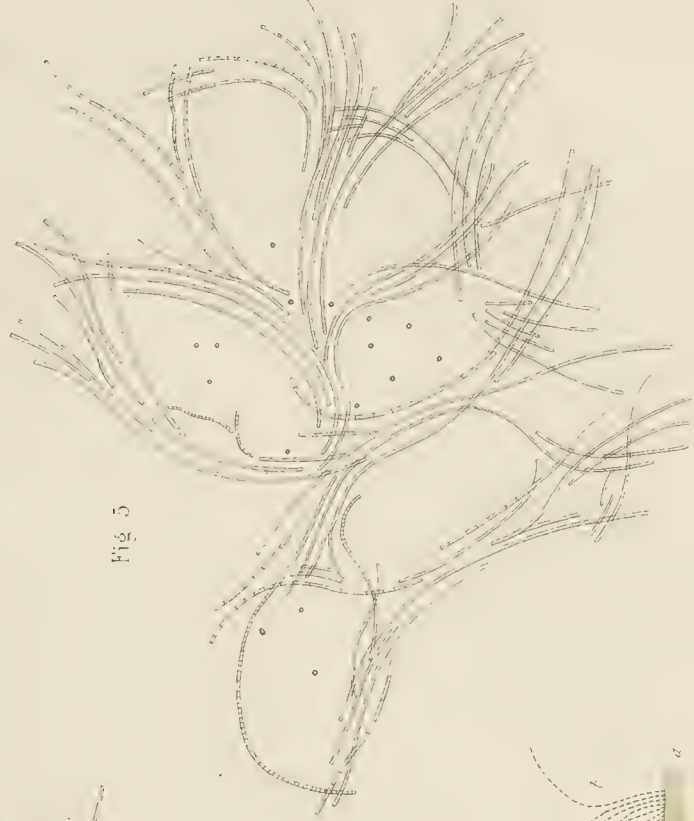
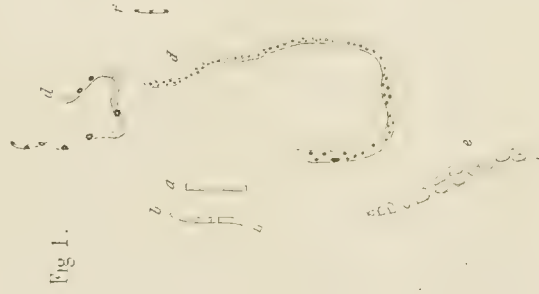
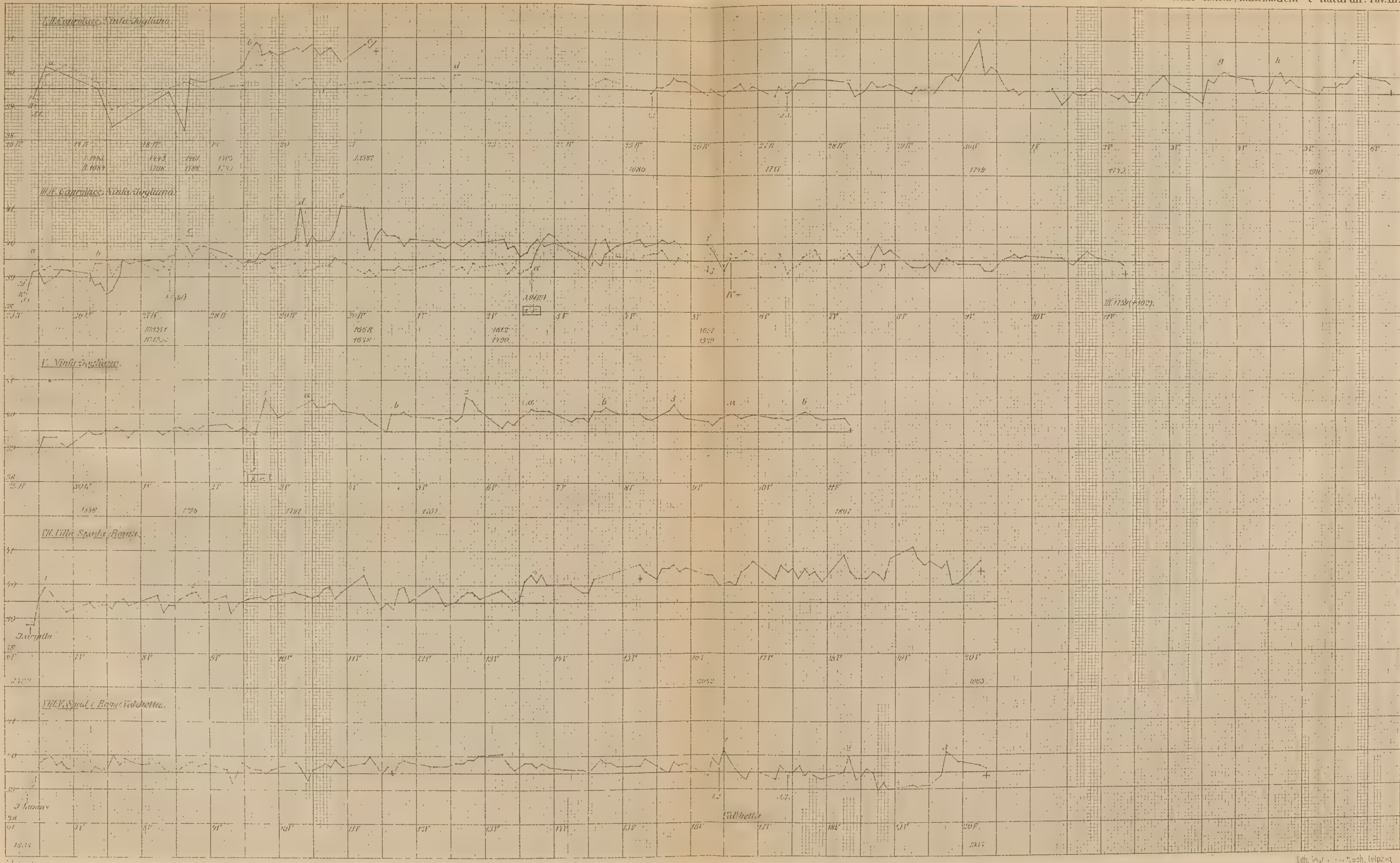
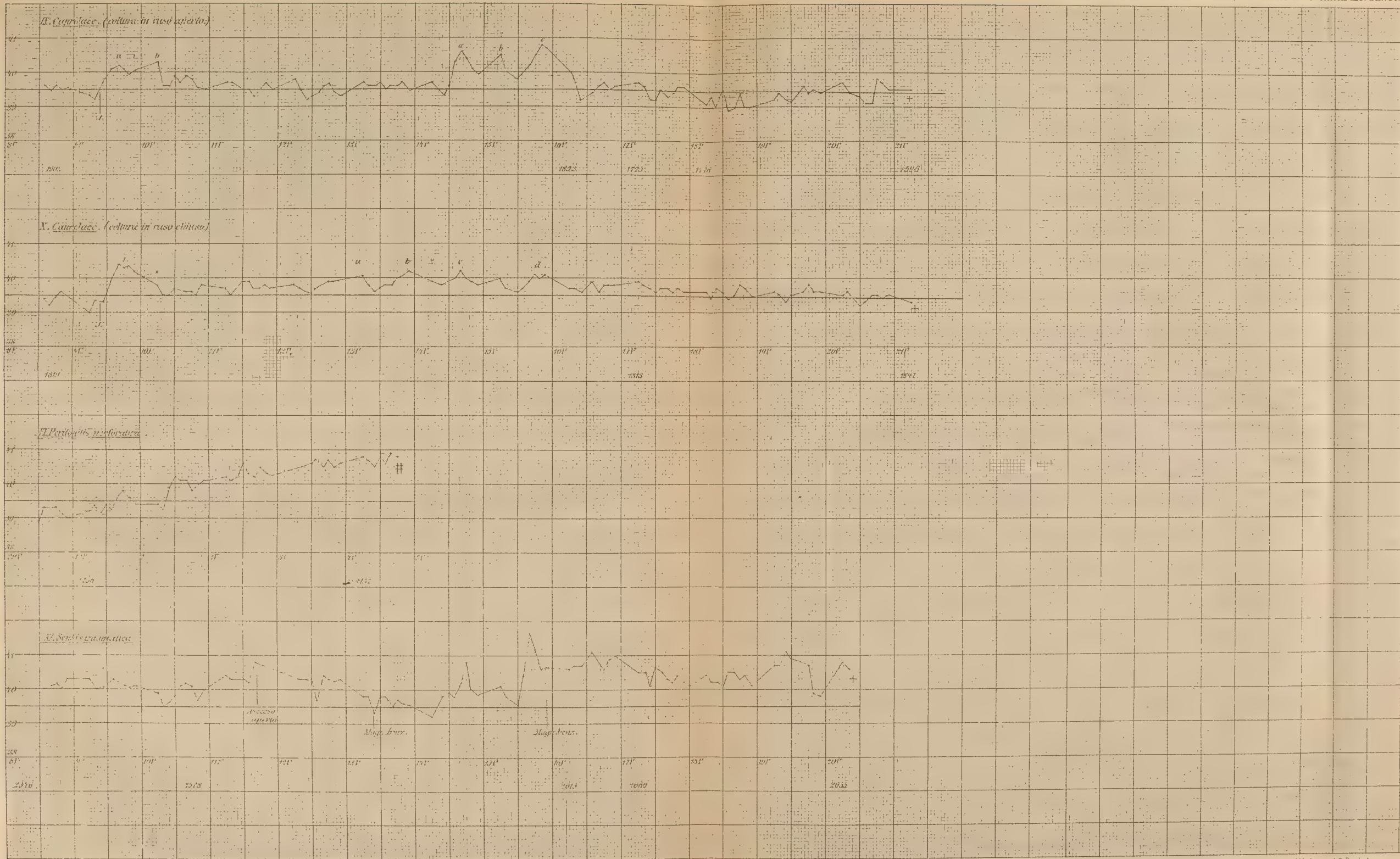
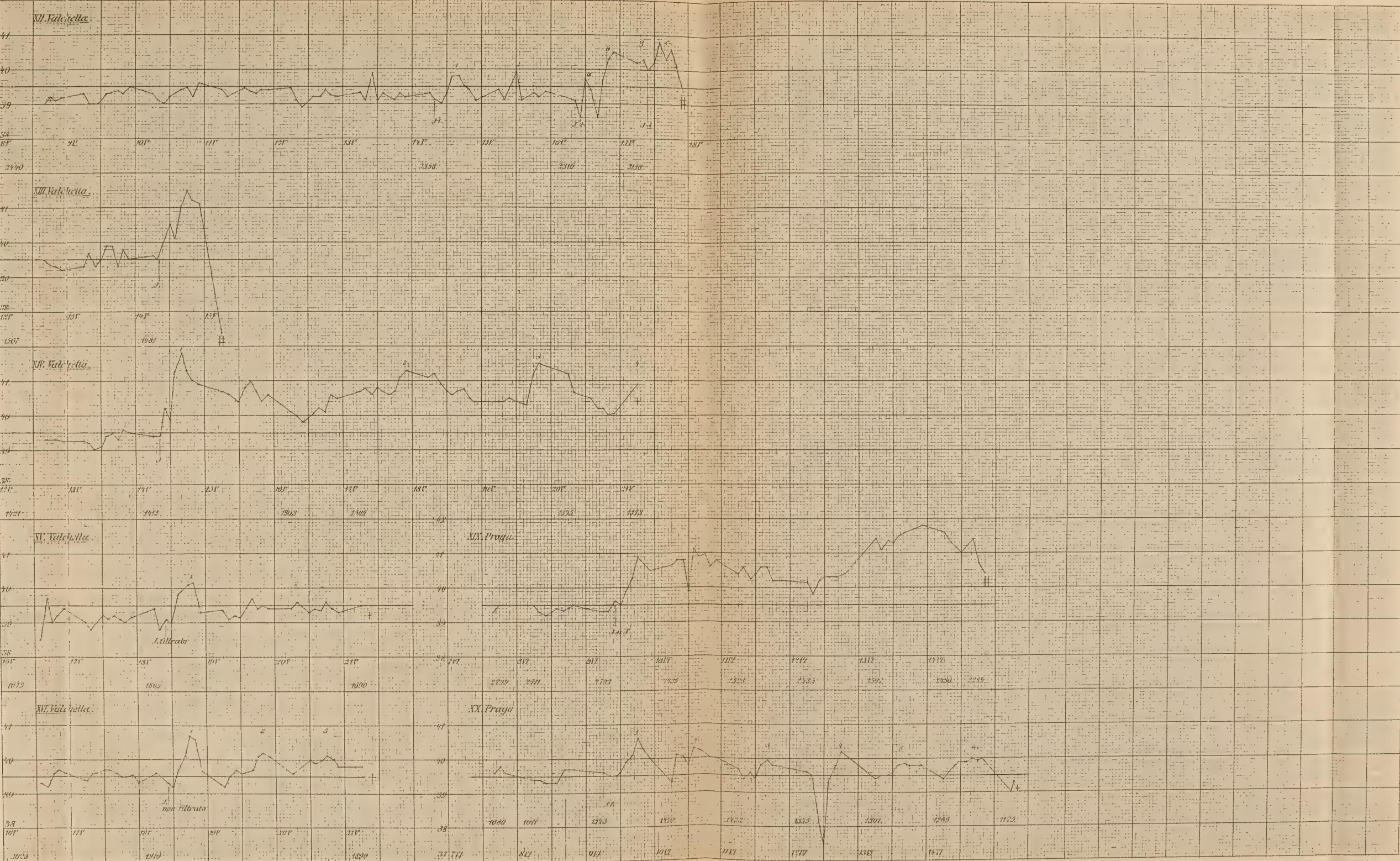
Fig 6

Fig 7.

Fig 8.

Lith. Anst. v. J. G. Bach, Leipzig.

XII. Valchetta.
XIII. Valchetta.
XIV. Valchetta.
XV. Valchetta.
XVI. Valchetta.
XIX. Praga.
XX. Praga.
J. filtrato
J. non filtrato

Klebs del.

Effemeridi e Statistica del Fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene, e dello stesso Fiume Aniene durante l'anno 1878.

Memoria del Socio ALESSANDRO BETOCCHI

letta nella seduta del 1 giugno 1879.

Se in ogni tempo potè essere considerato di non poco interesse per la scienza della idrologia fluviale il continuare e moltiplicare le osservazioni idrometriche del Tevere, che è fra i fiumi d'Italia quello le cui effemeridi formano oggimai una delle più lunghe e continuate serie che si conoscano; non mai certo questo interesse fu più grande di quello che sia oggidì che si stanno eseguendo i grandi lavori di sistemazione del Tevere urbano.

Imperocchè sebbene il vantaggio che la scienza e l'arte dell'ingegnere si ripromette di ottenere a pro' della città di Roma da tali lavori non possa sperarsi completo altro che allorquando sarà portato a totale compimento l'intero artifizio che lo compone (artifizio che, come è noto, consta di un ben inteso coordinamento di allargamenti della sezione, di approfondamenti dell'alveo, e di raccorciamenti delle svolte); pure è di somma importanza il discoprire, se è possibile, fin da ora quali vantaggi si vengono ottenendo di mano in mano che uno qualunque di questi provvedimenti è attuato.

È chiaro infatti che se i risultati di questa ricerca, che vuol essere diligente e sottile, verranno a conferma delle previsioni della scienza, sarà questa una circostanza meglio di qualunque altra atta ad infondere coraggio ed a consigliare perseveranza nell'impreso cammino; mentre se invece l'esperienza dimostrasse che queste previsioni fallissero, sarebbe prudente consiglio il ricercare le cause di questo insuccesso per correggere opportunamente le difettose proposte, e forse anche arrestarsi nell'intrapreso cammino.

È perciò che nel presentare che oggi faccio a questa R. Accademia l'effemeride del Tevere relativa al decorso anno 1878, effemeride che per ordine numerico è la cinquantesima settima che vien resa di pubblica ragione, ho creduto di aggiungervi altresì il registro e la rappresentazione grafica delle altezze segnate d'ora in ora ai due estremi idrometri di Roma (*Ripetta* e *Ripagrande*) durante tre fra le ultime piene avvenute, cioè quella dal 26 novembre al 7 dicembre 1875, l'altra dal 21 al 27 dicembre 1876, e l'ultima dal 12 al 24 novembre 1878.

Prendendo pertanto per punto di confronto le altezze segnate dall'acqua all'idrometro di Ripetta mentre l'idrometro di Ripagrande segnava un'altezza data, e confrontando ciò che a parità di circostanze tornerà a verificarsi di mano in mano che

i lavori in corso nell'alveo urbano del Tevere vengono eseguiti, noi potremo con piena certezza dedurne il beneficio che arreca ciascun lavoro allo scopo di ribassare il livello di piena nell'interno di Roma, e giudicare così del maggiore o minor grado di utilità delle singole opere.

Ed intanto, siccome durante il periodo di piena lo stato delle acque che meglio si presta a somministrare un preciso ed esatto confronto fra le due altezze misurate ai due idrometri in parola è quello in cui la prima avendo raggiunto il colmo resta per qualche tempo stazionaria, essendo questo periodo l'unico che non è influenzato dalla crescente o decrescente rapidità dell'acqua fluente pel Tevere; così riescirà di molto interesse, pei confronti di cui tratto, il seguente prospetto nel quale di fronte all'altezza dell'acqua segnata all'idrometro di Ripagrande durante il colmo delle piene avvenute negli anni 1875, 76, 77 e 78, noto le altezze del colmo della rispettiva piena all'idrometro di Ripetta e le rispettive differenze; aggiungendo infine lo stesso confronto per la massima delle piene del presente secolo, quella cioè del dicembre 1870.

Confronto delle altezze di piena del Tevere alle estremità del corso urbano.

EPOCA DELLA PIENA	ALTEZZA DEL COLMO DI PIENA ALL'IDROMETRO		DIFFERENZA
	di Ripagrande	di Ripettta	
Dal 13 al 17 ottobre 1875.	5,10	11,23	6,13
Dal 18 al 20 aprile 1877.	5,55	11,77	6,22
Dal 25 febbraio al 4 marzo 1875 .	5,84	12,08	6,24
Dal 29 novembre al 7 dicembre 1877.	6,15	12,42	6,27
Dal 22 al 26 ottobre 1875.	6,17	12,49	6,32
Dal 23 al 27 marzo 1877	6,19	12,55	6,36
Dal 10 al 15 gennaio 1876	6,38	12,64	6,26
Dal 10 al 14 febbraio 1876	6,48	12,88	6,40
Dal 26 novembre al 7 dicembre 1875.	7,30	13,96	6,66
Dal 12 al 24 novembre 1878 . . .	7,97	15,37	7,40
Dal 28 al 29 dicembre 1870. . . .	8,90	17,22	8,32

Per poco che si esaminino le differenze sopradette si scorge di leggieri come esse anzichè costanti, siano crescenti secondo una legge della cui determinazione mi sto attualmente occupando, e mi riservo di farne oggetto di speciale comunicazione in altra adunanza. Del resto per ciò che spetta alla effemeride del decorso anno 1878 il suo esame, e più semplicemente ancora quello delle relative rappresentazioni grafiche, dimostra come nell'anno in parola il Tevere non solo non fu così benigno come nei precedenti due anni 1876 e 1877, ma ebbe invece una piena oltremodo infesta alla città di Roma, siccome quella che raggiunse una fra le maggiori altezze verificatesi nel presente secolo. Infatti l'altezza massima segnata dal livello del Tevere all'idrometro di Ripetta il dì 16 novembre 1878 fu di metri 15,35; e questa altezza nel corrente secolo non fu superata se non che dalla piena del 1870 che salì a

metri 17,22; da quella del 1805 che fu di met. 16,42; e da quella del 1846 la quale segnò allo stesso idrometro metri 16,25. Di altre piene che superassero i 15 metri dacchè si registra quotidianamente l'altezza del livello del Tevere a Ripetta non si conosce che quella del 1843, la quale segnò metri 15,10.

Che se si considerino i diversi stati in cui il Tevere si mantenne durante l'anno, e si ritenga come di consueto che la scala idrometrica del Tevere a Ripetta rappresenti lo stato di magra del fiume fino all'altezza di metri 6, lo stato ordinario dai 6 agli 8 metri, quello d'intumescenza dagli 8 ai 12 e quello di vera piena dai 12 metri in su; numerati i giorni in cui il livello del Tevere oscillò entro questi limiti, troviamo che il Tevere durante l'anno 1878 fu per ben 125 giorni allo stato di magra, per 188 in istato ordinario, per 48 in istato d'intumescenza e per 6 giorni (dei quali 5 in novembre e 1 in dicembre) in istato di vera e minacciosa piena.

Ed ora passando a dare qualche cenno delle tre piene sopraindicate delle quali presento le tabelle orarie e le rappresentazioni grafiche rispettive, osserverò anzi tutto come desse confermino sempre più il fenomeno che ho rimarcato più volte, di presentare cioè due intumescenze di cui la prima è la minore, ed a mio avviso rappresenta l'arrivo della piena dell'Aniene ed altri tributarii prossimi a Roma; la seconda, ordinariamente maggiore, la quale a mio avviso rappresenta l'arrivo delle piene dei confluenti e dei bacini superiori. Se non che quest'ordine è assolutamente invertito nella piena del 1878, la cui rappresentazione grafica inoltre si differenzia affatto da tutte le altre che fin qui ho avuto l'onore di presentarvi. Questa piena crebbe rapidissimamente, e nel breve spazio di poche ore raggiunse l'altezza massima presentando la prima prominenza o gibbosità superiore di gran lunga a quella verificatasi posteriormente.

Ora consultati i registri delle osservazioni delle diverse stazioni meteorologiche comprese nel bacino del Tevere si rileva a tutta evidenza come questa piena fu dovuta presso che interamente alle dirotte pioggie cadute nel bacino del Tevere inferiore; piena che per conseguenza giunse in Roma in tempo brevissimo, al contrario di quanto avviene allorquando la piena è dovuta alla parte superiore del bacino, che è la più lontana e al tempo stesso la più ampia. Contrariamente dunque a quanto accade ordinariamente, cioè che la prima intumescenza è quella di minor rilievo, siccome quella che proviene da un bacino più ristretto, avvenne questa volta che questa prima intumescenza fosse della massima importanza e raggiungesse il colmo con rapidità affatto inusitata; perchè appunto nel solo bacino inferiore si verificarono le grandi pioggie cui detta piena era dovuta.

Effemeride del Tevere ossia Registro giornaliero dell' altezza
al mezzodì di ciascun

GIORNI del mese	**Gennaio** Altezza osservata Met. lin.	**Febbraio** Altezza osservata Met. lin.	**Marzo** Altezza osservata Met. lin.	**Aprile** Altezza osservata Met. lin.	**Maggio** Altezza osservata Met. lin.	**Giugno** Altezza osservata Met. lin.
1	1,80	1,80	1,60	2,40	2,60	1,50
2	1,80	1,80	1,60	2,80	2,40	1,50
3	1,80	1,80	1,60	2,40	2,60	1,50
4	1,80	1,80	1,60	2,30	2,40	1,50
5	1,80	1,70	1,60	2,30	2,30	1,50
6	1,80	1,70	1,60	2,00	2,00	1,50
7	1,80	1,70	1,60	1,90	2,00	1,40
8	1,80	1,70	1,60	1,90	2,00	1,40
9	2,80	1,70	1,60	1,90	1,90	1,40
10	2,60	1,70	1,60	1,60	1,80	1,40
11	2,80	1,70	1,60	1,60	1,80	1,40
12	2,20	1,70	1,60	1,60	1,80	1,40
13	2,00	1,70	1,60	1,60	1,80	1,40
14	2,00	1,70	1,60	1,60	1,70	1,40
15	1,80	1.70	1,60	1,60	1,60	1,40
16	1,80	1,70	1,60	1,60	1,60	2,70
17	1,80	1,70	1,60	1,60	1,60	2,10
18	1,80	1,70	1,60	1,60	1,60	1,80
19	1,80	1,70	1,60	1,60	1,50	1,60
20	1,70	1,70	1,60	1,60	1,50	1,60
21	1,70	1,70	1,50	1,60	1,50	1,60
22	1,70	1,70	1,50	2,70	1,50	1,60
23	1,70	1,70	1,50	2,00	1,80	1,60
24	1,60	1,70	1,50	1,90	1,60	1,60
25	1,60	1,70	1,50	1,90	1,60	1,60
26	2,90	1,70	1,50	4,00	1,60	1,60
27	2,70	1,70	1,50	3,10	1,60	1,60
28	2,00	1,70	1,50	2,50	1,60	1,60
29	2,00	1,70	1,80	2,50	1,60	1,60
30	1,80		3,00	2,50	1,60	1,60
31	1,80		2,70		1,60	
Sommata	61,00	48,00	51,50	62,20	56,10	47,40
Media	1,97	1,72	1,66	2,07	1,81	1,58
Massima	2,90	1,80	3,00	4,00	2,60	2,70
Minima	1,70	1,70	1,50	1,60	1,50	1,40
Differenza	1,20	0,10	1,50	2,40	1,10	1,30

del pelo di acqua del Fiume Tevere all' idrometro di Orte giorno dell'anno 1878.

Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1,60	1,40	1,60	1,30	2,00	2,50
1,40	1,40	1,50	1,30	2,00	2,50
1,40	1,40	1,40	1,30	3,00	2,80
1,40	2,80	1,40	1,30	2,00	3,00
1,40	1,80	1,30	1,30	1,80	2,40
1,40	1,70	1,30	1,30	1,90	2,00
1,40	1,60	1,30	1,30	2,30	2,00
1,40	1,50	1,30	1,30	2,40	2,00
1,40	1,40	1,30	2,80	2,00	2,50
1,40	1,40	1,30	2,20	1,90	2,50
1,40	1,30	1,30	2,20	2,00	2,50
1,40	1,30	1,30	2,60	2,70	2,70
1,40	1,30	1,30	2,80	2,40	2,70
1,40	1,30	1,30	2,70	7,30	2,70
1,30	1,40	1,30	2,30	7,30	2,60
1,30	1,40	1,30	2,00	3,80	2,50
1,30	1,40	1,30	2,00	3,80	2,50
1,30	1,40	1,30	2,00	3,60	4,30
1,30	1,40	1,30	3,20	3,00	3,30
1,30	1,40	1,30	2,90	3,00	3,10
1,30	1,40	1,70	2,60	3,00	3,00
1,30	1,40	1,70	2,00	2,90	3,40
1,30	1,40	1,70	1,90	2,90	2,60
1,30	1,40	1,80	1,80	2,90	2,60
2,30	2,30	2,80	1,70	2,90	2,40
1,80	1,80	2,90	1,60	2,90	2,60
1,80	1,60	2,00	1,60	2,00	2,70
1,50	1,60	1,60	1,60	2,00	3,50
1,50	1,60	1,40	1,70	3,40	2,80
1,40	1,50	1,40	1,50	3,00	2,70
1,40	1,50		1,60		2,70
44,50	47,50	45,70	59,70	88,10	84,10
1,44	1,53	1,52	1,93	2,94	2,71
2,30	2,80	2,90	3,20	7,30	3,50
1,30	1,30	1,30	1,30	1,80	2,00
1,00	1,50	1,60	1,90	5,50	1,50

Effemeride del Tevere ossia Registro giornaliero dell' altezza
al mezzodì di ciascun

GIORNI del mese	**Gennaio** Altezza osservata Met. lin.	**Febbraio** Altezza osservata Met. lin.	**Marzo** Altezza osservata Met. lin.	**Aprile** Altezza osservata Met. lin.	**Maggio** Altezza osservata Met. lin.	**Giugno** Altezza osservata Met. lin.
1	6,36	6,47	6,04	8,15	7,04	5,97
2	6,32	6,38	6,02	7,83	6,89	5,97
3	6,33	6,35	6,00	7,79	7,53	6,00
4	6,38	6,28	5,99	7,98	8,80	6,00
5	6,27	6,26	5,98	7,73	7,52	5,95
6	6,21	6,18	5,98	7,32	7,08	5,92
7	6,15	6,17	5,96	7,06	6,88	5,92
8	6,12	6,14	5,96	6,86	6,81	5,89
9	6,23	6,14	5,94	6,75	7,15	5,88
10	8,80	6,15	5,94	6,64	7,07	5,85
11	7,81	6,15	5,92	6,55	6,69	5,83
12	7,18	6,17	5,97	6,46	6,56	5,80
13	6,80	6,24	6,08	6,40	6,49	5,78
14	6,61	6,31	6,30	6,34	6,48	5,78
15	6,64	6,31	6,07	6,29	6,70	5,77
16	6,36	6,24	6,01	6,24	6,44	5,80
17	6,31	6,52	6,00	6,21	6,34	7,45
18	6,31	6,42	5,97	6,25	6,29	6,73
19	6,29	6,28	5,94	6,26	6,22	6,25
20	6,24	6,25	5,93	6,26	6,20	6,04
21	6,17	6,20	5,92	6,49	6,18	5,95
22	6,12	6,16	5,92	6,45	6,13	5,98
23	6,10	6,12	5,92	7,65	6,11	6,04
24	6,10	6,10	5,92	7,24	6,74	5,90
25	6,12	6,08	5,95	6,79	6,23	5,90
26	6,36	6,08	5,96	7,20	6,09	6,24
27	8,04	6,09	6,08	10,64	6,06	6,14
28	7,55	6,11	6,18	8,49	6,04	5,95
29	6,91		6,07	7,80	6,04	5,88
30	6,66		6,22	7,32	6,02	5,85
31	6,53		9,30		6,00	
Sommata	204,38	174,35	189,44	213,44	204,82	180,41
Media	6,59	6,23	6,11	7,11	6,61	6,01
Massima	8,80	6,52	9,30	10,64	8,80	7,45
Minima	6,10	6,08	5,92	6,21	6,00	5,77
Differenza	2,70	0,44	3,38	4,43	2,80	1,68

del pelo di acqua del Fiume Tevere all' idrometro di Ripetta giorno dell'anno 1878.

Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
5,85	5,67	5,53	5,83	6,12	8,38
5,82	5,75	5,53	5,83	6,40	7,66
5,79	5,93	5,53	5,77	8,80	7,93
5,77	5,74	5,53	5,73	8,35	8,42
5,92	7,94	5,53	5,72	7,08	9,36
5,95	6,28	5,60	5,72	7,12	8,18
5,93	5,93	5,55	5,70	7,41	7,80
5,82	5,78	5,52	5,68	8,37	7.98
5,78	5,73	5,52	6,03	7,85	8,27
5,76	5,68	5,54	7,26	7,12	8,80
5,74	5,66	5,69	7,04	7,35	8,03
5,73	5,66	5,64	6,13	6,89	8,05
5,72	5,64	5,67	5,92	8,37	8,20
5,69	5,63	5,63	7,18	13,20	8,51
5,67	5,62	5,63	8,32	14,53	7,85
5,66	5,59	5,62	6,97	15,35	7,59
5,64	5,58	5,62	7,24	14,50	7,49
5,64	5,54	5,86	6,60	12,79	11,28
5,64	5,54	5,63	6,70	11,34	12,23
5,62	5,53	5,60	8,78	10,59	9,86
5,61	5,51	5,58	7,45	11,00	9,73
5,61	5,49	5,81	6,42	10,98	9,30
5,60	5,49	6,05	7,33	9,48	9,18
5,58	5,52	6,12	7,50	9,18	8,65
5,58	5,52	10,78	6,58	8,50	8,87
6,18	6,30	8,45	6,17	8,12	8,29
6,11	6,09	6,93	6,05	7,80	7,63
6,31	5,70	6,20	6,04	7,74	8,70
5,95	5,60	6,02	6,03	8,78	9,60
5,75	5,56	5,95	6,15	9,97	8,45
5,67	5,55		6,23		8,45
179,09	178,75	179,86	202,10	281,08	268,81
5,78	5,77	5,99	6,52	9,37	8,67
6,18	7,94	10,78	8,78	15,35	12,23
5,58	5,49	5,52	5,68	6,12	7,49
0,60	2,45	5,26	3,10	9,23	4,74

Effemeride dell'Aniene ossia Registro giornaliero dell' altezza del pelo di acqua del
al mezzodì di ciascun

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.
1	1,30	1,30	1,25	1,50	1,50	1,35
2	1,30	1,30	1,25	2,00	1,50	1,35
3	1,30	1,30	1,25	1,80	1,90	1,35
4	1,30	1,30	1,25	1,60	1,50	1,35
5	1,30	1,30	1,25	1,50	1,50	1,35
6	1,30	1,30	1,25	1,40	1,50	1,30
7	1,30	1,30	1,25	1,40	1,50	1,30
8	1,30	1,30	1,25	1,40	1,70	1,30
9	1,80	1,30	1,25	1,40	1,40	1,30
10	1,40	1,30	1,25	1,40	1,40	1,30
11	1,40	1,30	1,25	1,40	1,40	1,30
12	1,40	1,30	1,40	1,40	1,40	1,30
13	1,30	1,30	1,30	1,40	1,40	1,30
14	1,30	1,30	1,50	1,40	1,40	1,30
15	1,30	1,30	1,40	1,40	1,40	1,30
16	1,30	1,30	1,40	1,40	1,60	1,40
17	1,30	1,30	1,30	1,40	1,50	1,40
18	1,30	1,30	1,30	1,60	1,40	1,30
19	1,30	1,30	1,30	1,40	1,40	1,20
20	1,30	1,30	1,30	1,40	1,40	1,20
21	1,30	1,25	1,30	1,60	1,40	1,20
22	1,30	1,25	1,25	1,50	1,40	1,20
23	1,30	1,25	1,20	1,50	1,40	1,20
24	1,50	1,25	1,20	1,60	1,35	1,20
25	1,60	1,25	1,20	1,40	1,35	1,40
26	1,90	1,25	1,20	1,40	1,35	1,50
27	1,50	1,25	1,20	1,60	1,35	1,50
28	1,40	1,25	1,20	1,50	1,35	1,30
29	1.30		1,20	1,50	1,35	1,40
30	1,30		1,80	1,50	1,35	1,20
31	1,30		1,60		1,35	
Sommata	42,50	36,00	40,30	44,70	44,70	39,35
Media	1,37	1,29	1,30	1,49	1,44	1,31
Massima	1,90	1,30	1,80	2,00	1,90	1,50
Minima	1,30	1,25	1,20	1,40	1,35	1,20
Differenza	0,60	0,05	0,60	0,60	0,55	0,30

Fiume Aniene all'idrometro esistente all' imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli giorno dell'anno 1878.

Luglio Altezza osservata Met. lin.	**Agosto** Altezza osservata Met. lin.	**Settembre** Altezza osservata Met. lin.	**Ottobre** Altezza osservata Met. lin.	**Novembre** Altezza osservata Met. lin.	**Dicembre** Altezza osservata Met. lin.
1,20	1,20	1,10	1,15	1,40	1,20
1,20	1,20	1,10	1,10	1,40	1,40
1,20	1,20	1,10	1,10	1,70	1,40
1,20	1,20	1,10	1,10	1,50	1,90
1,30	1,20	1,10	1,10	1,40	1,40
1,20	1,30	1,10	1,10	2,10	1,40
1,20	1,20	1,10	1,10	2,00	1,90
1,20	1,30	1,10	1,10	1,60	1,50
1,20	1,30	1,10	1,10	1,50	1,70
1,20	1,20	1,10	1,10	1,50	1,70
1,20	1,20	1,10	1,10	1,40	1,50
1,20	1,20	1,10	1,10	2,20	1,50
1,20	1,15	1,05	1,10	2,30	1,50
1,20	1,15	1,05	1,40	4,00	1,50
1,20	1,15	1,05	1,40	2,80	1,50
1,20	1,15	1,05	1,30	2,60	1,50
1,20	1,15	1,05	1,30	3,40	1,50
1,20	1,15	1,05	1,30	2,70	4,00
1,20	1,10	1,05	1,90	2,40	2,30
1,20	1,10	1,05	1,40	2,30	2,00
1,20	1,10	1,05	1,30	2,40	2,00
1,20	1,10	1,20	1,20	2,50	1,50
1,20	1,10	1,20	1,20	2,30	1,50
1,20	1,10	1,20	1,20	1,70	2,20
1,20	1,10	1,50	1,20	1,60	2,00
1,20	1,10	1,30	1,20	1,50	2,00
1,20	1,10	1,20	1,20	1,50	2,10
1,20	1,10	1,20	1,40	1,50	2,20
1,20	1,10	1,15	1,60	1,60	1,50
1,20	1,10	1,15	1,40	1,60	1,50
1,20	1,10		1,40		1,50
37,30	35,90	33,75	38,65	60,40	54,30
1,20	1,16	1,13	1,25	2,01	1,74
1,30	1,30	1,50	1,90	4,00	4,00
1,20	1,10	1,05	1,10	1,40	1,20
0,10	0,20	0,45	0,80	2,60	2,80

Anno 1878.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL' IDROMETRO DI ORTE OSSIA INNANZI LA CONFLUENZA DELL' ANIENE.

MESI	ALTEZZA MENSILE		ALTEZZA		DIFFERENZE
	Sommata Met. lin.	Media Met. lin.	Massima Met. lin.	Minima Met. lin.	Met. lin.
Gennaio	61,00	1,97	2,90	1,70	1,20
Febbraio	48,00	1,72	1,80	1,70	0,10
Marzo	51,50	1,66	3,00	1,50	1,50
Aprile	62,20	2,07	4,00	1,60	2,40
Maggio	56,10	1,81	2,60	1 50	1,10
Giugno	47,40	1,58	2,70	1,40	1,30
Luglio	44,50	1,44	2,30	1,30	1,00
Agosto	47,50	1,53	2,80	1,30	1,50
Settembre	45,70	1,52	2,90	1,30	1,60
Ottobre	59,70	1,93	3,20	1,30	1,90
Novembre	88,10	2,94	7,30	1,80	5,50
Dicembre	84,10	2,71	3,50	2,00	1,50
	695,80				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{695,80}{365} = 1,906.$

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 7,30 } differenza massima 6,00.
» minima » » 1,30

Anno 1878.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI RIPETTA OSSIA DOPO LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

MESI	ALTEZZA MENSILE Sommata Met. lin.	ALTEZZA MENSILE Media Met. lin.	ALTEZZA Massima Met. lin.	ALTEZZA Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.
Gennaio	204,38	6,59	8,80	6,10	2,70
Febbraio	174,35	6,23	6,52	6,08	0,44
Marzo	189,44	6,11	9,30	5,92	3,38
Aprile	213,44	7,11	10,64	6,21	4,43
Maggio	204,82	6,61	8,80	6,00	2,80
Giugno	180,41	6,01	7,45	5,77	1,68
Luglio	179,09	5,78	8,18	5,58	0,60
Agosto	178,75	5,77	7,94	5,49	2,45
Settembre	179,86	5,99	10,78	5,52	5,26
Ottobre	202,10	6,52	8,78	5,68	3,10
Novembre	281,08	9,37	15,35	6,12	9,23
Dicembre	268,81	8,67	12,23	7,49	4,74
	2456,53				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{2456,53}{365} = 6,730$

Altezza massima dell' intero anno met. lin. 15,35 } differenza massima 9,86
» minima » » 5,49 }

Anno 1878.

STATISTICA DEL FIUME ANIENE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO COLLOCATO ALL'IMBOCCO DEL CUNICOLO SINISTRO PRESSO TIVOLI.

MESI	ALTEZZA MENSILE		ALTEZZA		DIFFERENZE
	Sommata	Media	Massima	Minima	
	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.	Met. lin.
Gennaio.	42,50	1,37	1,90	1,30	0,60
Febbraio	36,00	1,29	1,30	1,25	0,05
Marzo.	40,30	1,30	1,80	1,20	0,60
Aprile.	44,70	1,49	2,00	1,40	0,60
Maggio	44,70	1,44	1,90	1,35	0,55
Giugno	39,35	1,31	1,50	1,20	0,30
Luglio	37,30	1,20	1,30	1,20	0,10
Agosto	35,90	1,16	1,30	1,10	0,20
Settembre	33,75	1,13	1,50	1,05	0,45
Ottobre.	38,65	1,25	1,90	1,10	0,80
Novembre	60,40	2,01	4,00	1,40	2,60
Dicembre	54,30	1,74	4,00	1,20	2,80
	507,85				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{507,85}{365} = 1,391.$

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 4,00 } differenza massima 2,95.
» minima » » 1,05 }

PIENA DAL 26 NOVEMBRE AL 7 DICEMBRE 1875.

REGISTRO DELLE ALTEZZE DEL PELO D'ACQUA DEL FIUME TEVERE.

Anno 1875	Idrometri di Ripetta	Idrometri di Ripagrande
26 Nov., ore 12 mer.	7,97	2,29
» 6 pom.	8,09	2,40
» 12 »	8,75	3,02
27 » » 6 ant.	9,57	3,75
» 12 mer.	9,96	4,00
» 6 pom.	9,63	3,69
28 » » 12 mer.	8,85	—
» 6 pom.	9,28	3,05
29 » » 12 mer.	9,43	3,57
30 » » 12 mer.	8,31	2,56
» 6 pom.	9,10	3,21
» 12 »	9,16	3,27
1 Dic., » 6 ant.	9,23	3,34
» 12 mer.	10,05	4,02
» 3 pom.	10,50	4,45
» 6 »	10,77	4,69
» 9 »	10,92	4,78
» 12 »	10,95	4,85
2 » » 3 ant.	10,85	4,79
» 6 »	10,65	4,60
» 9 »	10,44	4,45
» 12 mer.	10,15	4,24
» 3 pom.	9,95	4,03
» 6 »	9,73	3,87
» 12 »	9,31	3,44
3 » » 6 ant.	9,00	3,13
» 12 mer.	8,75	3,00
» 6 pom.	9,91	4,08
» 9 »	10,27	4,36
» 12 »	11,00	5,10
4 » » 3 ant.	12,09	6,05
» 4 »	12,33	6,20
» 5 »	12,53	6,32
» 6 »	12,67	6,43
» 7 »	12,82	6,51
» 8 »	13,02	6,62
» 9 »	13,05	6,66
» 10 »	13,20	6,71
» 11 »	13,25	6,75
» 12 mer.	13,31	6,79
» 1 pom.	13,37	6,83
» 2 »	13,44	6,87
» 3 »	13,51	6,90
» 4 »	13,57	6,94
» 5 »	13,61	6,98

Anno 1875	Idrometri di Ripetta	Idrometri di Ripagrande
4 Dic., ore 6 pom.	13,65	7,03
» 7 »	13,70	7,06
» 8 »	13,70	7,08
» 9 »	13,73	7,11
» 10 »	13,76	7,11
» 11 »	13,76	7,12
» 12 »	13,80	7,13
5 » » 1 ant.	13,82	7,14
» 2 »	13,82	7,16
» 3 »	13,85	7,17
» 4 »	13,85	7,17
» 5 »	13,86	7,17
» 6 »	13,87	7,17
» 7 »	13,89	7,18
» 8 »	13,90	7,20
» 9 »	13,92	7,21
» 10 »	13,93	7,22
» 11 »	13,94	7,22
» 12 mer.	13,95	7,22
» 1 pom.	13,95	7,23
» 2 »	13,96 (colmo della piena)	7,24
» 3 »	13,96 (colmo della piena)	7,24
» 4 »	13,96 (colmo della piena)	7,25
» 5 »	13,96 (colmo della piena)	7,25
» 6 »	13,96 (colmo della piena)	7,25
» 7 »	13,96 (colmo della piena)	7,26
» 8 »	13,96 (colmo della piena)	7,27
» 9 »	13,96 (colmo della piena)	7,28
» 10 »	13,96 (colmo della piena)	7,30 (colmo della piena)
» 11 »	13,96 (colmo della piena)	7,30 (colmo della piena)
» 12 »	13,96 (colmo della piena)	7,30 (colmo della piena)
6 » » 1 ant.	13,95	7,29
» 2 »	13,94	7,27
» 3 »	13,93	7,25
» 4 »	13,92	7,23
» 5 »	13,76	7,21
» 6 »	13,71	7,18
» 7 »	13,59	7,10
» 8 »	13,49	7,00
» 9 »	13,28	6,93
» 10 »	13,12	6,84
» 11 »	12,97	6,72
» 12 mer.	12,82	6,61
» 1 pom.	12,65	6,45
» 2 »	12,45	6,32

Anno 1875	*Idrometri* di Ripetta	di Ripagrande
6 Dic., ore 3 pom.	12,30	6,19
» 4 »	12,15	6,05
» 5 »	12,00	5,94
» 6 »	11,83	5,80
» 9 »	11,35	5,42
» 12 »	11,00	5,00

Anno 1875	*Idrometri* di Ripetta	di Ripagrande
7 Dic., ore 3 ant.	10,53	4,70
» 6 »	10,27	4,44
» 9 »	10,11	4,25
» 12 mer.	9,95	4,03
» 3 pom.	9,63	3,80

PIENA DAL 21 AL 27 DICEMBRE 1876.

Anno 1876		
21 Dic., ore 12 mer.	7,04	1,30
» 6 pom.	7,54	1.53
» 12 »	8,21	2,42
22 » » 6 ant.	9,27	3,30
» 12 mer.	10,42	4,23
» 3 pom.	10.86	4,67
» 6 »	11,05	4,86
» 9 »	11,13	4,95
» 12 »	11,16	4,98
23 » » 3 ant.	11,20 } colmo della piena	5,06 } colmo della piena
» 6 »	11,19 }	5,05 }
» 9 »	11,09	4,93
» 12 mer.	10,92	4,81
» 3 pom.	10,81	4,75
» 6 »	10,63	4,53
» 9 »	10,40	4,34

Anno 1876		
23 Dic., ore 12 pom.	10,22	4,18
24 » » 3 ant.	10,08	4,06
» 6 »	9,94	3,92
» 12 mer.	9,79	3,82
» 6 pom.	9,87	3,80
» 12 »	10,28	4,06
25 » » 6 ant.	10,20	4,10
» 12 mer.	9,98	4,00
» 6 pom.	9,86	3,78
» 12 »	9,54	3,54
26 » » 6 ant.	9,30	3,35
» 12 mer.	9,13	3,17
» 6 pom.	8,75	2,98
» 12 »	8,63	2,83
27 » » 6 ant.	8,57	2,74
» 12 mer.	8,47	2,65

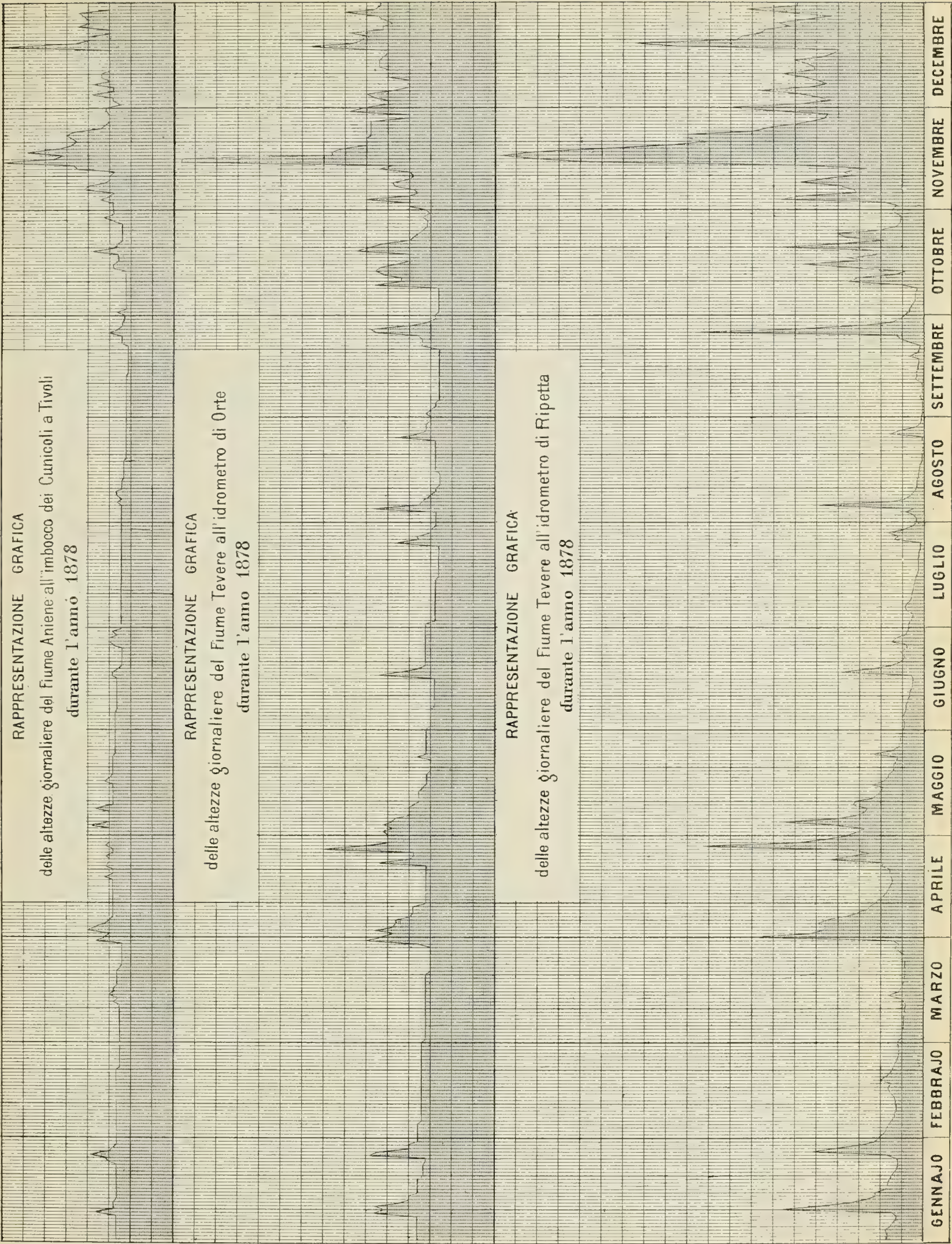
PIENA DAL 12 AL 25 NOVEMBRE 1878.

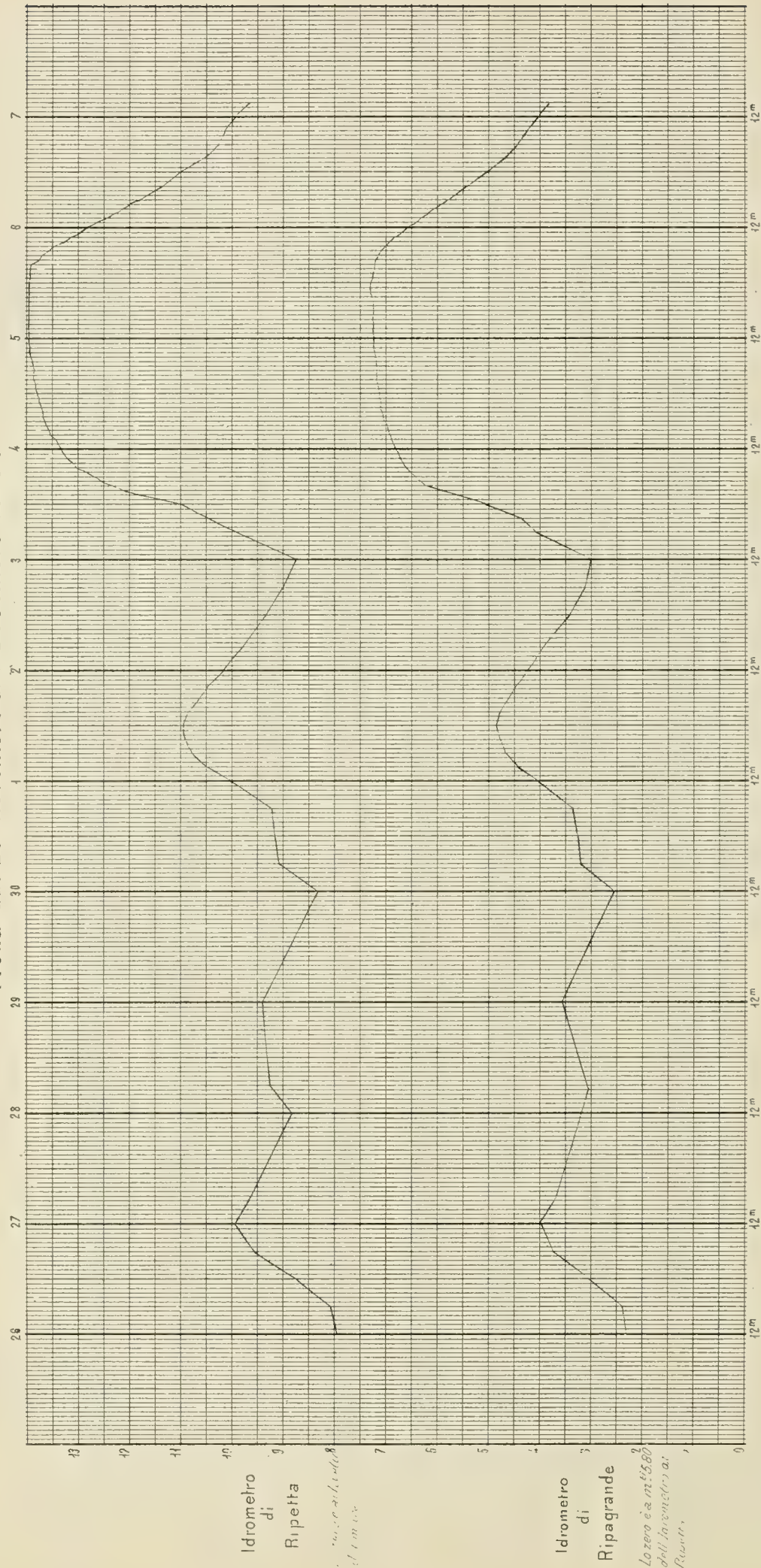
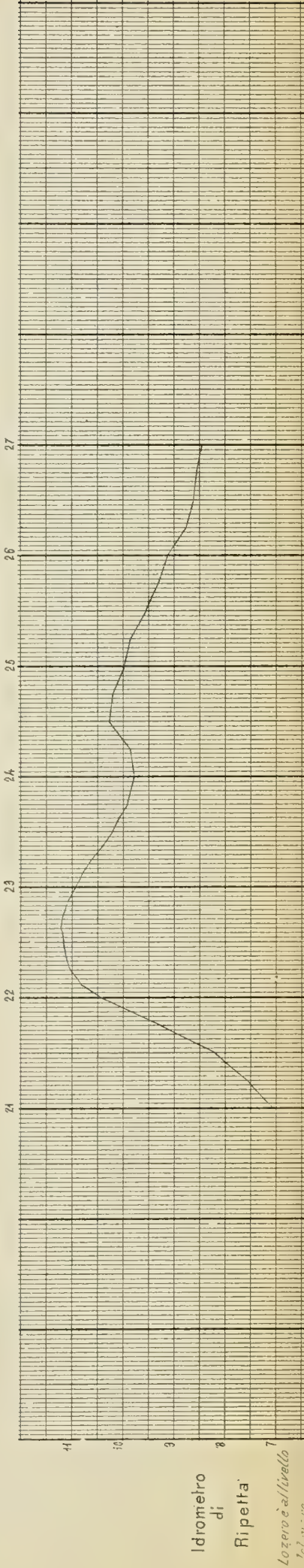
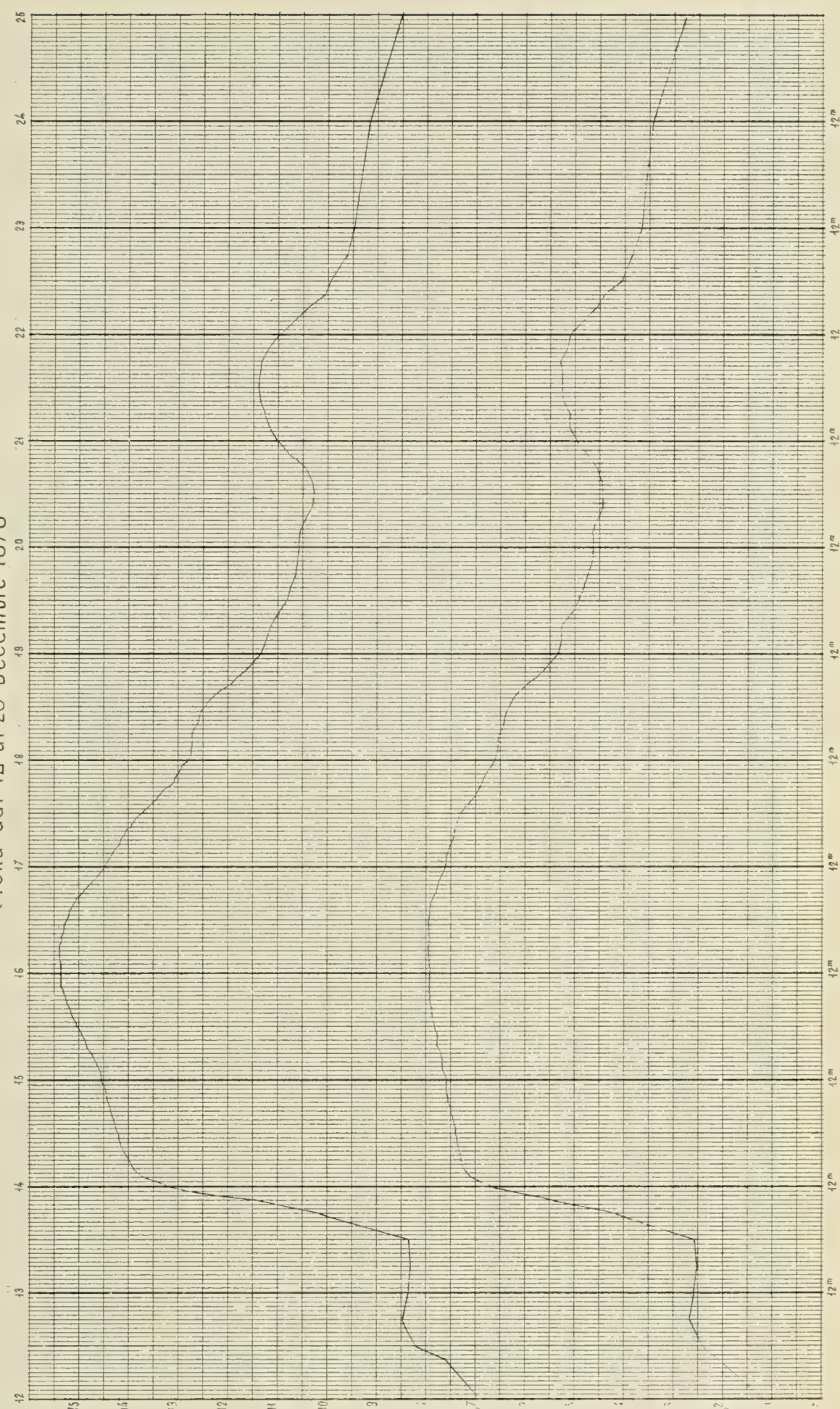
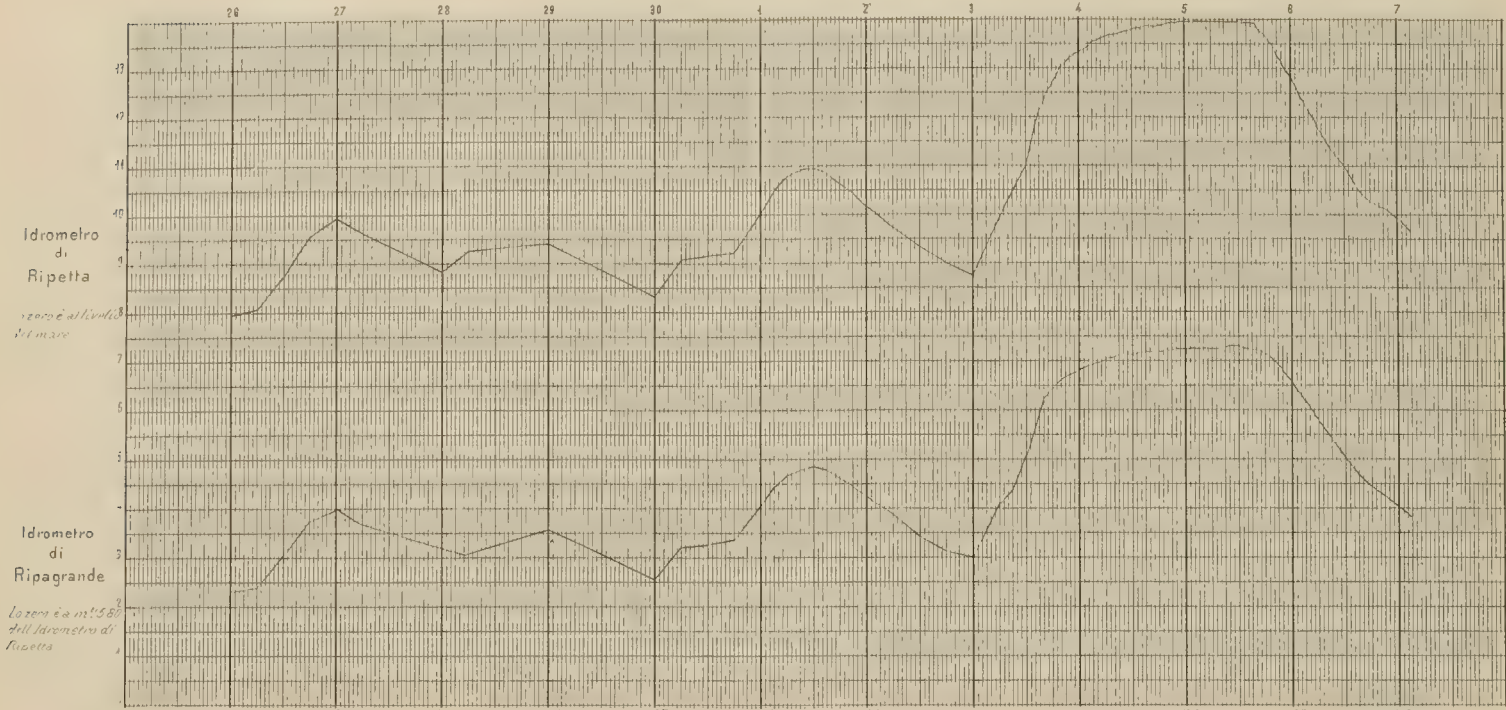
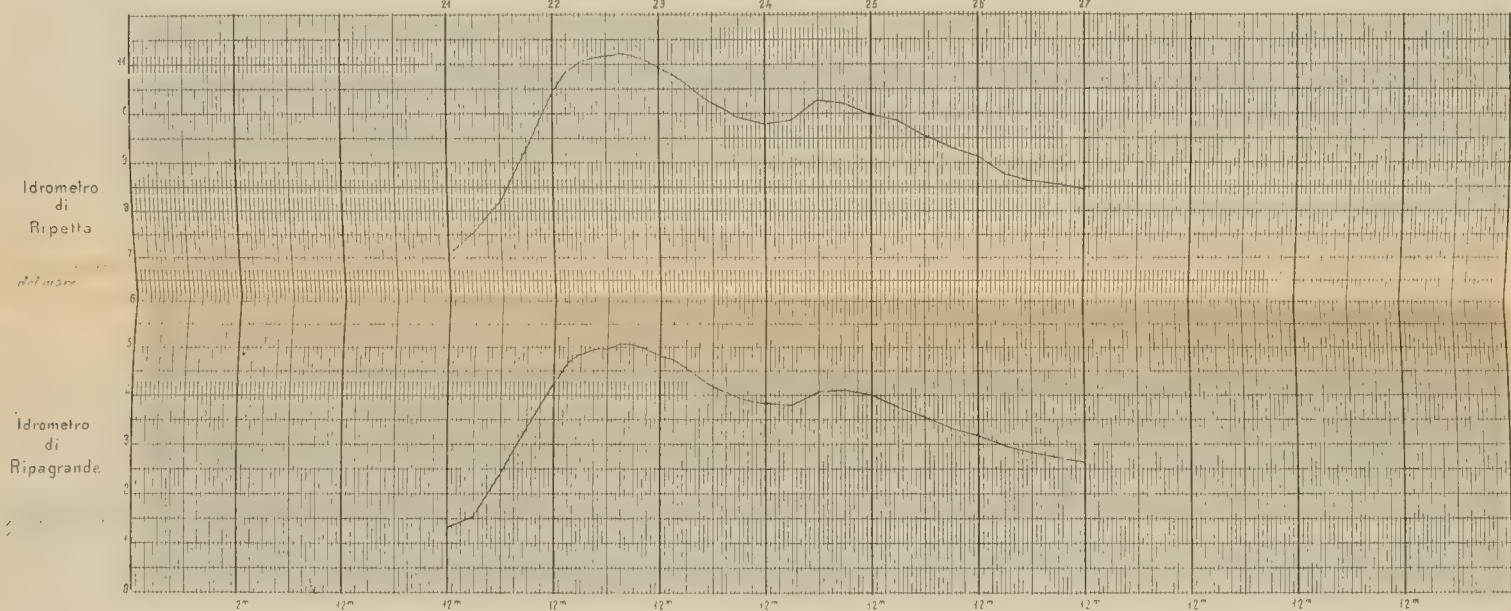
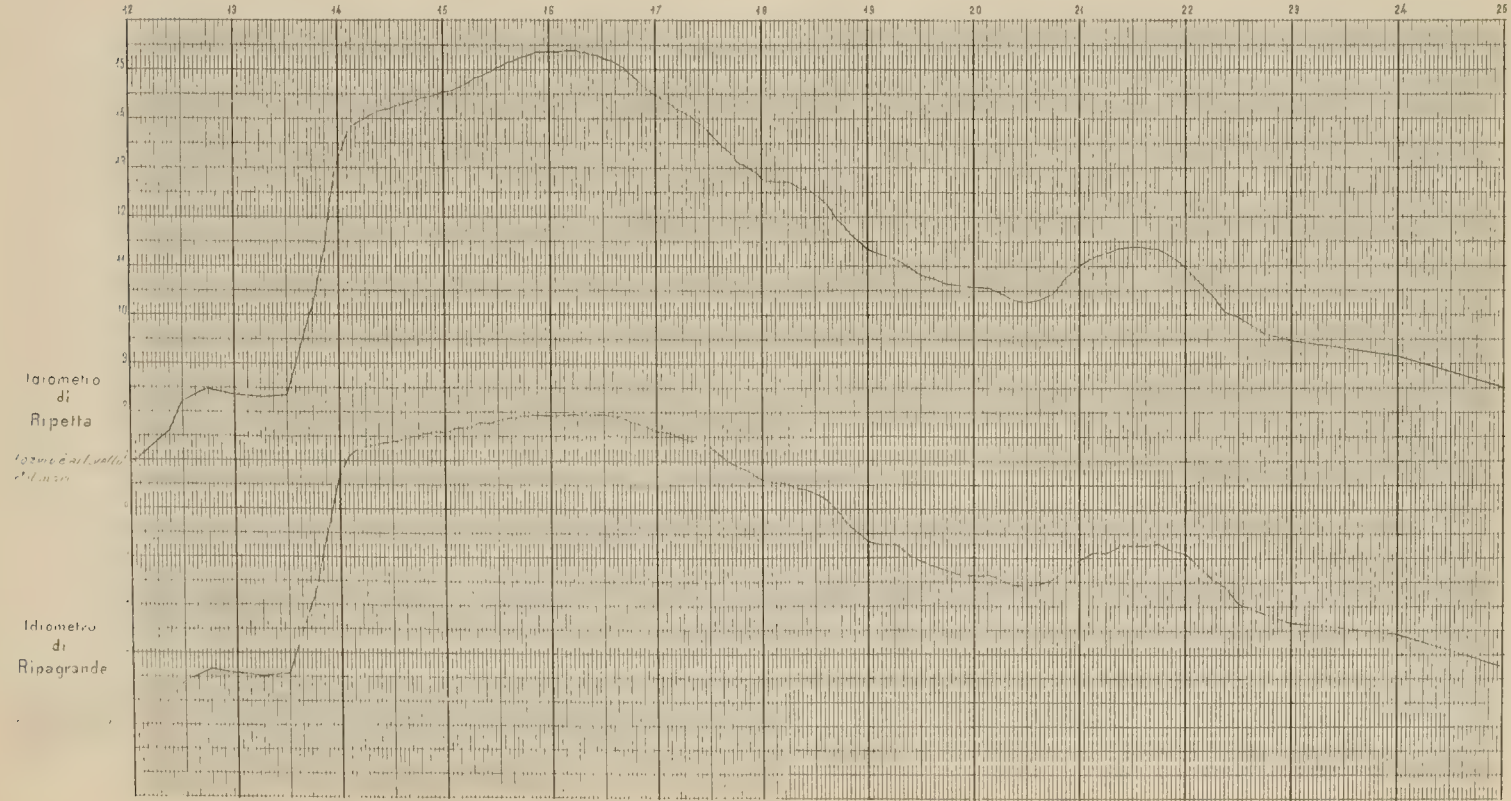
Anno 1878		
12 Nov., ore 12 mer.	6,89	1,13
» 9 pom.	7,61	
» 12 »	8,20	2,40
13 » » 6 ant.	8,48	2,67
» 12 mer.	8,37	2,57
» 6 pom.	8,30	2,50
» 12 »	8,35	2,54
14 » » 6 ant.	10,15	4,16
» 9 »	11,40	5,45
» 10 »	12,20	
» 11 »	12,78	
» 12 mer.	13,20	6,68
» 1 pom.	13,48	6,90
» 2 »	13,70	7,07
» 3 »	13,82	7,15
» 4 »	13,90	7,23
» 5 »	13,95	7,26
» 6 »	13,99	7,27
» 7 »	14,05	7,28

Anno 1878		
14 Nov., ore 8 pom.	14,10	7,30
» 9 »	14,12	7,35
» 10 »	14,15	7,38
» 11 »	14,19	7,38
» 12 »	14,21	7,40
15 » » 1 ant.	14,23	7,40
» 2 »	14,25	7,42
» 3 »	14,28	7,45
» 4 »	14,31	7,48
» 5 »	14,35	7,50
» 6 »	14,37	7,50
» 7 »	14,41	7,53
» 8 »	14,43	7,55
» 9 »	14,45	7,57
» 10 »	14,48	7,59
» 11 »	14,50	7,60
» 12 mer.	14,53	7,60
» 1 pom.	14,54	7,62
» 2 »	14,58	7,65

Anno 1878	Idrometri di Ripetta	di Ripagrande
15 Nov., ore 3 pom.	14,62	7,68
» 4 »	14,66	7,68
» 5 »	14,72	7,69
» 6 »	14,75	7,71
» 7 »	14,80	7,75
» 8 »	14,83	7,78
» 9 »	14,87	7,78
» 10 »	14,93	7,78
» 11 »	14,98	7,80
» 12 »	15,02	7,83
16 » » 1 ant.	15,06	7,84
» 2 »	15,12	7,86
» 3 »	15,16	7,88
» 4 »	15,19	7,88
» 5 »	15,23	7,90
» 6 »	15,25	7,91
» 7 »	15,28	7,91
» 8 »	15,30	7,92
» 9 »	15,35	7,92
» 10 »	15,35	7,92
» 11 »	15,35	7,92
» 12 mer.	15,35	7,92
» 1 pom.	15,35	7,92
» 2 »	15,35	7,93
» 3 »	15,37	7,93
» 4 »	15,37	7,94
» 5 »	15,37	7,95
» 6 »	15,37	7,97
» 7 »	15,35	7,97
» 8 »	15,35	7,96
» 9 »	15,33	7,95
» 10 »	15,32	7,95
» 11 »	15,30	7,95
» 12 »	15,25	7,95
17 » » 1 ant.	15,21	7,94
» 2 »	15,20	7,94
» 3 »	15,15	7,92
» 4 »	15,08	7‘90
» 5 »	15,02	7,87
» 6 »	14,95	7,83
» 7 »	14,87	7,80
» 8 »	14,80	7,78
» 9 »	14,72	7,75
» 10 »	14,65	7,71
» 11 »	14,56	7,67
» 12 mer.	14,50	7,62
» 1 pom.	14,43	7,60
» 2 »	14,35	7,58
» 3 »	14,31	7,55
» 4 »	14,25	7,52
» 5 »	14,18	7,50
» 6 »	14,15	7.48

Anno 1878	Idrometri di Ripetta	di Ripagrande
17 Nov., ore 7 pom.	14,08	7,45
» 8 »	14,05	7,43
» 9 »	13,95	7,40
» 10 »	13,90	7,36
» 11 »	13,83	7,34
» 12 »	13,74	7,31
18 » » 1 ant.	13,65	7,26
» 2 »	13,55	7,18
» 3 »	13,48	7,09
» 4 »	13,40	7,01
» 5 »	13,30	6,95
» 6 »	13,21	6,90
» 7 »	13,08	6,88
» 8 »	13,05	6,85
» 9 »	13,00	6,77
» 10 »	12,95	6,73
» 11 »	12,92	6,68
» 12 mer.	12,79	6,65
» 1 pom.	12,77	6,61
» 2 »	12,75	6,58
» 3 »	12,73	6,56
» 4 »	12,73	6,55
» 5 »	12,72	6,54
» 6 »	12,72	6,51
» 7 »	12,68	6,48
» 8 »	12,62	6,46
» 9 »	12,58	6,44
» 10 »	12,58	6,42
» 11 »	12,53	6,38
» 12 »	12.47	6,33
19 » » 1 ant.	12,40	6,30
» 2 »	12,31	6,25
» 3 »	12,22	6,17
» 4 »	12,11	6,07
» 5 »	11,97	5,96
» 6 »	11,87	5,87
» 7 »	11,77	5,75
» 8 »	11,68	—
» 9 »	11,56	5,58
» 12 mer.	11,34	5,33
» 3 pom.	11,23	5,26
» 6 »	11,15	5,25
» 9 »	11,00	5,05
» 12 »	10,83	4,96
20 » » 3 ant.	10,73	4,84
» 6 »	10,64	4,75
» 9 »	10,62	4,66
» 12 mer.	10,59	4,66
» 3 pom.	10,54	4,64
» 6 »	10,44	4,53
» 9 »	10,30	4,47
» 12 »	10,27	4,43

Anno 1878	Idrometri di Ripetta	di Ripagrande	Anno 1878	Idrometri di Ripetta	di Ripagrande
21 Nov., ore 3 ant.	10,32	4,48	22 Nov., ore 9 ant.	11,20	5,18
» 6 »	10,45	4,56	» 12 mer.	10,98	5,08
» 9 »	10,79	4,76	» 6 pom.	10,40	4,57
» 12 mer.	11,00	4,97	» 9 »	10,05	4,42
» 3 pom.	11,17	5,10	» 12 »	9,93	4,04
» 6 »	11,26	5,19	23 » » 6 ant.	9,62	3,85
» 9 »	11,36	5,25	» 12 mer.	9,48	3,68
» 12 »	11,40	5,27	24 » » 12 mer.	9,18	3,43
22 » » 3 ant.	11,37	5,28	25 » » 12 mer.	8,50	2,75
» 6 »	11,31	5,30			

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
delle altezze giornaliere del Fiume Aniene all'imbocco dei Cunicoli a Tivoli
durante l'anno 1878
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
delle altezze giornaliere del Fiume Tevere all'idrometro di Orte
durante l'anno 1878
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
delle altezze giornaliere del Fiume Tevere all'idrometro di Ripetta
durante l'anno 1878
GENNAJO
FEBBRAJO
MARZO
APRILE
MAGGIO
GIUGNO
LUGLIO
AGOSTO
SETTEMBRE
OTTOBRE
NOVEMBRE
DECEMBRE
Lit. Marfelli Roma

REGISTRO DELLE ALTEZZE DEL PELO D'ACQUA DEL FIUME TEVERE

Piena dal 12 al 25 Decembre 1878
Idrometro
di
Ripagrande
Idrometro
di
Ripetta
Idrometro
di
Ripagrande
Lo zero è a m.ᵗⁱ 5.80
12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
12ᵐ
Lit. Martelli Roma

REGISTRO DELLE ALTEZZE DEL PELO D'ACQUA DEL FIUME TEVERE

Sulla rappresentabilità di una funzione a due variabili per serie doppia trigonometrica.

Memoria del prof. G. ASCOLI

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia
nella seduta del 1 giugno 1879.

INTRODUZIONE

Questa Memoria contiene una ricerca generale sulla esprimibilità di una funzione qualsivoglia a due variabili per serie doppia trigonometrica. Il metodo in essa seguito è analogo a quello tenuto da Riemann nella classica Memoria *Sulla rappresentabilità di una funzione per serie trigonometrica.*

Credo queste ricerche di qualche momento, non tanto in se stesse, quanto per le applicazioni che se ne possono fare a casi particolari, le quali devono, se non erro, chiarire di molto la teorica delle funzioni a due variabili.

Aggiungo un esempio, il quale, comunque di qualche interesse, non illustra la teoria accennata come avrei desiderato. Era mia intenzione di trattare un esempio più generale ed analogo a quello che ho esposto nelle mie *Nuove ricerche sulla Serie di Fourier*, ma non mi venne fatto di porre ad effetto sino ad ora il mio pensiero, riuscendomi impossibile, ad onta di lunghi ed accurati studî, il superare tutte le difficoltà che trovai mentre tentava di attuarlo. A chi pensi quanto sia poco nota l'intima essenza delle funzioni a due variabili, quanta incertezza regni ancora in alcuni concetti fondamentali della scienza (a mo' d'esempio, in quello di curva, in quello di funzione a più variabili scevrà da infiniti massimi e minimi, in quello di integrale relativo a funzioni di più variabili) non parrà strano quanto ho asserito. Anzi, non solo havvi dell'incertezza circa ai punti indicati, ma parmi che corrano in proposito anche delle idee erronee. Non dispero però di poter esporre un giorno, dopo più maturo studio, l'esempio vagheggiato.

Queste considerazioni mi hanno tenuto alquanto perplesso se dovessi dare alla luce o meno la presente Memoria; ma, ponendo mente che Riemann non illustrò le sue ricerche con un esempio generale, mentre esse indussero altri a fare degli studî che trasformarono la teoria delle funzioni ad una variabile, non ho creduto inopportuno il pubblicarla, non disperando di essere coadiuvato anche da altri nel farne delle applicazioni.

Ancora una osservazione. Penso che si illuderebbe molto colui, che, avendo studiato accuratamente la teorica delle funzioni ad una variabile, si immaginasse di

disporre di elementi, i quali, generalizzati senza gravi difficoltà, potessero fornire la teoria delle funzioni di più variabili, sia pure soltanto di due. Questo concetto pare abbia dominato nello sviluppo della scienza attuale, ed uno sguardo rapido al solo Calcolo differenziale mi sembra ponga fuori di dubbio questa asserzione. Conoscere l'intima natura delle funzioni ad una variabile è cosa indispensabile allo studio di quelle a due variabili, ma la teoria di queste ultime riposa sovra concetti ben più complessi, che, a mio credere, non si possono sempre riguardare come la generalizzazione dei corrispondenti delle funzioni ad un variabile, quando pure questi esistano. Valga ad esempio il concetto di curva piana e quello di un numero limitato di punti allineati.

Ripeto, il desiderio di porre un fondamento ad una serie di studî, la quale valga a chiarire la teorica delle funzioni a due variabili mi indusse a fare queste ricerche. Altri giudicherà, se io abbia attribuito soverchia importanza all'argomento di questa Memoria.

I.

1. Dico che una funzione $f(x, y)$ è esprimibile per serie trigonometrica, quando si possa assegnare un'aggregato della forma

$$\underbrace{\alpha'}\ \sum_0^\nu \sum_0^\mu \left[\left(a_\mu^{(\nu)} \operatorname{sen} \mu x + a_{-\mu}^{(\nu)} \cos \mu x\right) \operatorname{sen} \nu y + \left(a_\mu^{(-\nu)} \operatorname{sen} \mu x + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos \mu x\right) \cos \nu y\right] =$$

$$\begin{aligned} \sum_0^\nu \sum_0^\mu B_\mu^{(\nu)} = \; & B_0^{(0)} + B_0^{(1)} + B_0^{(2)} + \dots \\ & B_1^{(0)} + B_1^{(1)} + B_1^{(2)} + \dots \\ & B_2^{(0)} + B_2^{(1)} + B_2^{(2)} + \dots \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots , \end{aligned}$$

il quale converga solo per quelle coppie di valori di x e di y, per le quali il simbolo $f(x, y)$ ha significato.

La serie precedente converge, se la somma $S_m^{(n)} = \sum_0^{n}{}^\nu \sum_0^{m}{}^\mu B_\mu^{(\nu)}$ tende ognora ad uno stesso limite in qualunque modo si mandino all'infinito sempre crescendo i numeri m ed n.

Circa alla funzione $f(x, y)$ non si fa veruna ipotesi, tolta quella della doppia periodicità secondo 2π.

Si cercheranno in prima delle condizioni necessarie per la esprimibilità e da queste si dedurranno delle sufficienti.

Poniamo quindi data la serie $\sum_0^\nu \sum_0^\mu B_\mu^{(\nu)}$; indicheremo questo simbolo con Ω, ed il suo valore nel punto (x, y), quando in esso possa assegnarsi, con $f(x, y)$; laonde la funzione $f(x, y)$ esiste soltanto in quei punti del piano, pei quali l'aggregato $\underbrace{\alpha'}$ rappresenta una grandezza.

2. Dalla definizione di convergenza data or ora si ponno cavare alcune conseguenze che importa conoscere.

Dato ad m un valore fisso, del resto arbitrario, la espressione $S_m^{(n)}$ tende nelle ipotesi fatte ad un limite S_m all'annullarsi di $\frac{1}{n}$; ogni serie orizzontale è quindi convergente. Nello stesso modo si dimostra che ogni serie verticale ha significato. Assegnata una quantità arbitraria $\eta\,(>0)$ si potranno determinare due numeri m_1 ed n_1 tali, che la differenza $S - S_{m_1+t}^{(n_1+r)}\,(t \geq 0\,,\ r \geq 0)$ non sia, fatta astrazione dal segno, maggiore di η, S essendo la somma della serie considerata. Con m_1 ed n_1 indico i minimi numeri che soddisfanno alla condizione indicata. Di conseguenza, la somma

$$S_{m_1+t_1}^{(n_1+r_1)} - S_{m_1+t}^{(n_1+r)} \quad (t_1 \geq t,\ r_1 \geq r)$$

è in valore assoluto di quella piccolezza che si vuole.

Supponendo prima $t_1 = t$, $r_1 > r$ e poi $t_1 > t$, $r_1 = r$, si avverte che ognuno dei due aggregati

$$\begin{array}{ll}
B_0^{(n_1+r+1)} + B_0^{(n_1+r+2)} + \ldots + B_0^{(n_1+r_1)} & B_{m_1+t+1}^{(0)} + \ldots\ldots + B_{m_1+t+1}^{(n_1+r)} \\
B_1^{(n_1+r+1)} + B_1^{(n_1+r+2)} + \ldots + B_1^{(n_1+r_1)} & B_{m_1+t+2}^{(0)} + \ldots\ldots + B_{m_1+t+2}^{(n_1+r)} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
B_{m_1+t}^{(n_1+r+1)} + B_{m_1+t}^{(n_1+r+2)} + \ldots + B_{m_1+t}^{(n_1+r_1)}, & B_{m_1+t_1}^{(0)} + \ldots\ldots + B_{m_1+t_1}^{(n_1+r)}
\end{array}$$

è arbitrariamente piccolo, e quindi anche l'altro

$$\begin{array}{l}
B_{m_1+t+1}^{(n_1+r+1)} + B_{m_1+t+1}^{(n_1+r+2)} + \ldots + B_{m_1+t+1}^{(n_1+r_1)} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
B_{m_1+t_1}^{(n_1+r+1)} + B_{m_1+t_1}^{(n_1+r+2)} + \ldots + B_{m_1+t_1}^{(n_1+r_1)}.
\end{array}$$

D'altra parte, le prime m_1 serie orizzontali e le prime n_1 verticali essendo convergenti, si scorge tosto che si ponno assegnare due numeri m_2 ed n_2 tali, che una porzione rettangolare qualsivoglia della serie proposta sia di quella piccolezza che si vuole, quando l'indice del lato sinistro è maggiore di n_2, oppure quello del lato superiore è più grande di m_2, o amendue queste condizioni sono soddisfatte. Il rettangolo in discorso potrebbe avere una o amendue le dimensioni illimitate o nulle, e nell'ultimo caso esso si ridurrebbe ad un termine.

L'ultima osservazione equivale al dire: Il termine $B_\mu^{(\nu)}$ si annulla uniformemente nel punto (x, y) considerato, ossia con $\frac{1}{\mu+\nu}$. Ora, è manifesto che, se le quantità $a_{\pm\mu}^{(\pm\nu)}$ tendono uniformemente allo zero, altrettanto ha luogo della grandezza $B_\mu^{(\nu)}$, quale si sia il punto considerato. È degno di nota poi che, se il termine $B_\mu^{(\nu)}$ si annulla con $\frac{1}{\mu+\nu}$ in particolare per ogni punto di un'area A, i coefficienti $a_{\pm\mu}^{(\pm\nu)}$ convergono uniformemente allo zero.

3. Dimostriamo questo teorema.

Per un valore fisso di ν, scelto del resto ad arbitrio, si ha nelle fatt ipotesi [1]:

$$\lim_{\mu=\infty}\left(a_\mu^{(\nu)}\operatorname{sen}\nu y_1+a_\mu^{(-\nu)}\cos\nu y_1\right)=\lim\left(a_{-\mu}^{(\nu)}\operatorname{sen}\nu y_1+a_{-\mu}^{(-\nu)}\cos\nu y_1\right)=0\,,$$

$$\lim_{\mu=\infty}\left(a_\mu^{(\nu)}\operatorname{sen}\nu y_2+a_\mu^{(-\nu)}\cos\nu y_2\right)=\lim\left(a_{-\mu}^{(\nu)}\operatorname{sen}\nu y_2+a_{-\mu}^{(-\nu)}\cos\nu y_2\right)=0\,,$$

essendo $y=y_1$ ed $y=y_2$ le equazioni di due rette, ciascuna delle quali passa per l'interno di A.

Se scegliamo le quantità y_1 ed y_2 in guisa, che non sia

$$y_1-y_2=k\frac{\pi}{\nu}\,,$$

essendo k un numero intero o nullo, sarà $\operatorname{sen}\nu(y_1-y_2)\gtrless 0$, e di conseguenza:

$$a_\mu^{(\nu)}=\frac{\varepsilon_1\cos\nu y_2-\varepsilon_2\cos\nu y_1}{\operatorname{sen}\nu(y_1-y_2)}\,,\qquad a_\mu^{(-\nu)}=\frac{\varepsilon_2\operatorname{sen}\nu y_1-\varepsilon_1\operatorname{sen}\nu y_2}{\operatorname{sen}\nu(y_1-y_2)}\,,$$

quando si ponga

$$\varepsilon_1=a_\mu^{(\nu)}\operatorname{sen}\nu y_1+a_\mu^{(-\nu)}\cos\nu y_1\,,\quad \varepsilon_2=a_\mu^{(\nu)}\operatorname{sen}\nu y_2+a_\mu^{(-\nu)}\cos\nu y_2\,,$$

e perciò:

$$\lim a_\mu^{(\nu)}=\lim a_\mu^{(-\nu)}=0\qquad(\mu=\infty).$$

Nello stesso modo si dimostrano le eguaglianze

$$\lim a_{-\mu}^{(\nu)}=\lim a_{-\mu}^{(-\nu)}=0\qquad(\mu=\infty).$$

Per ogni valor particolare di μ si ha poi

$$\lim a_\mu^{(\nu)}=\lim a_\mu^{(-\nu)}=\lim a_{-\mu}^{(\nu)}=\lim a_{-\mu}^{(-\nu)}=0\qquad(\nu=\infty).$$

Da quanto precede non si può dedurre che la quantità $a_{\pm\mu}^{(\pm\nu)}$ si annulla con $(\mu+\nu)^{-1}$. Infatti, sostituisco nella serie

$$\begin{array}{l} h_0^{(0)}+h_0^{(1)}+h_0^{(2)}+\dots\\ h_1^{(0)}+h_1^{(1)}+h_1^{(2)}+\dots\\ h_2^{(0)}+h_2^{(1)}+h_2^{(2)}+\dots\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{array}$$

convergente in modo assoluto alle quantità $h_0^{(0)}$, $h_0^{(1)}$, $h_1^{(0)}$, $h_1^{(1)}$ rispettivamente le altre $a_1, -a_1, -a_1, a_1$, essendo a_1 una grandezza arbitraria, così pure ai termini $h_2^{(2)}$, $h_2^{(3)}$, $h_3^{(2)}$, $h_3^{(3)}$ gli altri $a_2, -a_2, -a_2, a_2$, ove a_2 è una quantità scelta ad arbitrio. Procedendo in tal guisa indefinitamente si ottiene una serie doppia che converge per orizzontali e per verticali, mentre il suo termine generale non si annulla di necessità uniformemente, anzi può crescere oltre ogni misura.

[1] Vedi la Memoria del sig. Cantor: *Ueber einen die trigonometrischen Reihen betreffenden Satz*, inserita nel T. IV degli Annali di Clebsch e Neumann.

Rammento ora il teorema [1]:

Essendo $x_1, x_2, x_3, \ldots$ una serie di numeri interi e positivi scelti in guisa, che sia

$$x_2 > kx_1, \; x_3 > k^2 x_2, \; x_4 > k^3 x_3, \; \ldots \qquad (k > 1).$$

esistono quantità Ω tali, che la differenza

$$x_n \Omega - (2y_n + 1),$$

ove y_n indica un intero, si annulla con $\frac{1}{n}$. La grandezza Ω può pigliarsi in un tratto qualsivoglia.

Lemma. Se nella serie

$$\sum_0 {}_\nu \sum_0 {}_\mu \; c_\mu^{(\nu)}$$

$\lim_{\nu=\infty} c_\mu^{(\nu)} = 0$ per ogni valor particolare di μ, e $\lim_{\mu=\infty} c_\mu^{(\nu)} = 0$ per ogni valor particolare di ν; e se da ogni serie doppia in essa contenuta ed illimitata in ambo i versi si può torre un'altra della stessa natura, il cui termine generale si annulli uniformemente. avverrà altrettanto del termine generale della proposta.

Ammettiamo per un momento che questo teorema non sia vero.

Per ogni valor particolare di ν si può assegnare un numero μ tale, che la quantità $c_{\mu+\sigma}^{(\nu)}$ $(\sigma \geqq 0)$ sia $\leqq \varepsilon$, ε essendo di quella piccolezza che si vuole. Detto μ_1 il minimo intero che soddisfa alla condizione indicata rispetto al numero ν_1, è chiaro che la quantità $\mu_1 = \psi(\nu_1)$ va all'infinito con ν_1, chè, se ciò non fosse, il termine generale della serie data si annullerebbe uniformemente, contro quanto si ammise per un momento.

Dalla serie di grandezze

$$\psi(0), \quad \psi(1), \quad \psi(2), \; \ldots .$$

scelgo l'altra

$$\mu_{\lambda_1} = \psi(\nu_{\lambda_1}), \quad \mu_{\lambda_2} = \psi(\nu_{\lambda_2}), \quad \mu_{\lambda_3} = \psi(\nu_{\lambda_3}), \; \ldots \quad (\nu_{\lambda_1} < \nu_{\lambda_2} < \nu_{\lambda_3} < \cdots)$$

per modo, che sia

$$\mu_{\lambda_1} < \mu_{\lambda_2} < \mu_{\lambda_3} < \cdots ,$$

e di conseguenza:

$$\lim_{s=\infty} \mu_{\lambda_s} = \infty ,$$

la qual cosa può farsi in tante maniere in quante si vuole.

Formo ora la serie

$$\begin{array}{l} c_0^{(\nu_{\lambda_1})} + c_0^{(\nu_{\lambda_2})} + c_0^{(\nu_{\lambda_3})} + \ldots , \\ c_1^{(\nu_{\lambda_1})} + c_1^{(\nu_{\lambda_2})} + c_1^{(\nu_{\lambda_3})} + \ldots \\ c_2^{(\nu_{\lambda_1})} + c_2^{(\nu_{\lambda_2})} + c_2^{(\nu_{\lambda_3})} + \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ; \end{array}$$

[1] Vedi Clebsch e Neumann, *Mathematische Annalen*. T. IV pag. 139.

dalla quale non può torsi una serie doppia il cui termine generale si annulli uniformemente, e ciò è contrario all'ipotesi; l'asserto è quindi dimostrato.

Poniamo adesso che l'espressione $a_\mu^{(\nu)}$ sen μx sen νy tenda uniformemente allo zero per ogni coppia particolare di valori x ed y corrispondente ad un'area A. Ne conseguono tosto le eguaglianze $\lim_{\mu=\infty} a_\mu^{(\nu)}=0$, $\lim_{\nu=\infty} a_\mu^{(\nu)}=0$ per ogni singolo valore di ν e di μ rispettivamente.

Dette (α, β) le coordinate del vertice più vicino all'origine di un quadrato in A i cui lati sono paralleli agli assi e τ la lunghezza del suo lato, saranno $(\alpha+\tau, \beta)$, $(\alpha+\tau, \beta+\tau)$, $(\alpha, \beta+\tau)$ le coordinate degli altri vertici, se supponiamo per semplicità che il quadrato si trovi nel primo quadrante.

Dalla serie

$$\Sigma_0^\nu \Sigma_0^\mu a_\mu^{(\nu)} \text{ sen } \mu x \text{ sen } \nu y = \Sigma_0^\nu \Sigma_0^\mu A_\mu^{(\nu)}$$

scelgo ad arbitrio l'altra

$$\begin{array}{l} A_{\mu_1}^{(\nu_1)} + A_{\mu_1}^{(\nu_2)} + \dots \\ A_{\mu_2}^{(\nu_1)} + A_{\mu_2}^{(\nu_2)} + \dots \\ \dots\dots\dots\dots \end{array}$$

Faccio poi $\mu_{v_r} > k^{r-1} \mu_{v_{r-1}}$, $\nu_{v_r} > k^{r-1} \nu_{v_{r-1}}$ $(r=1, 2, 3, \dots, k>1)$, e determino due grandezze Ω, Ω', la prima nell'intervallo $\alpha \frac{2}{\pi}\ (\alpha+\tau)\frac{2}{\pi}$, la seconda nel tratto $\beta \frac{2}{\pi}\ (\beta+\tau)\frac{2}{\pi}$ in guisa, che si abbia

$$\lim_{r=\infty}\left[\Omega\mu_{v_r} - (2y_r+1)\right] = \lim_{r=\infty}\left[\Omega'\nu_{v_r} - (2y'_r+1)\right] = 0 .$$

Le quantità

$$\Omega_1 = \frac{\Omega}{2}\pi, \qquad \Omega'_1 = \frac{\Omega'}{2}\pi$$

appartengono rispettivamente agli intervalli $\alpha\ \overline{\alpha+\tau}$, $\beta\ \overline{\beta+\tau}$, e le differenze

$$\Omega_1\mu_{v_r} - (2y_r+1)\frac{\pi}{2} = \Theta_{1r}, \quad \Omega'_1\nu_{v_r} - (2y'_r+1)\frac{\pi}{2} = \Theta'_{1r}$$

svaniscono con $\frac{1}{r}$.

Ora, il termine $A_\mu^{(\nu)}$ si annulla per ipotesi uniformemente in particolare per ogni punto del nostro quadrato, e quindi l'espressione

$$a_{\mu_{v_s}}^{(\nu_{v_r})} \text{ sen } \mu_{v_s} \Omega_1 \text{ sen } \nu_{v_r} \Omega'_1 = \pm a_{\mu_{v_s}}^{(\nu_{v_r})} \cos\Theta_{1s} \cos\Theta'_{1r},$$

oppure, ciò che torna lo stesso, la quantità $a_{\mu_{v_s}}^{(\nu_{v_r})}$, e di conseguenza il coefficiente $a_\mu^{(\nu)}$ tende a zero con $\frac{1}{\mu+\nu}$.

Nello stesso modo si dimostra che, se ciascuna delle tre grandezze $a_{-\mu}^{(\nu)} \cos \mu x \operatorname{sen} \nu y$, $a_{\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \mu x \cos \nu y$, $a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos \mu x \cos \nu y$ converge a zero con $(\mu + \nu)^{-1}$ in particolare per ciascun punto del nostro quadrato, i coefficienti $a_{-\mu}^{(\nu)}$, $a_{\mu}^{(-\nu)}$, $a_{-\mu}^{(-\nu)}$ si annullano uniformemente.

Essendo (γ, δ) il centro del quadrato considerato e $(\overline{\gamma + x}, \overline{\delta + y})$ un punto determinato nel medesimo, scelto del resto ad arbitrio, la espressione

$$\left(a_{\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu(\delta \pm y) + a_{\mu}^{(-\nu)} \cos \nu(\delta \pm y)\right) \operatorname{sen} \mu(\gamma \pm x) +$$
$$\left(a_{-\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu(\delta \pm y) + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos \nu(\delta \pm y)\right) \cos \mu(\gamma \pm x)$$

svanisce con $\dfrac{1}{\mu + \nu}$ insieme alle altre

$$\left(a_{\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta\right) \cos \nu y \operatorname{sen} \mu(\gamma \pm x) +$$
$$\left(a_{-\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta\right) \cos \nu y \cos \mu(\gamma \pm x),$$
$$\left(a_{\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta\right) \operatorname{sen} \nu y \operatorname{sen} \mu(\gamma \pm x) +$$
$$\left(a_{-\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{-\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta\right) \operatorname{sen} \nu y \cos \mu(\gamma \pm x).$$

Ne consegue che le varie serie di grandezze che succedono diventano infinitesime con $\dfrac{1}{\mu + \nu}$:

$$\left[\left(a_{\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta\right) \operatorname{sen} \mu\gamma + \left(a_{-\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta\right) \cos \mu\gamma\right] \cos \nu y \cos \mu x,$$
$$\left[\left(a_{\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta\right) \cos \mu\gamma - \left(a_{-\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta\right) \operatorname{sen} \mu\gamma\right] \cos \nu y \operatorname{sen} \mu x,$$
$$\left[\left(a_{\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta\right) \operatorname{sen} \mu\gamma + \left(a_{-\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{-\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta\right) \cos \mu\gamma\right] \operatorname{sen} \nu y \cos \mu x,$$
$$\left[\left(a_{\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta\right) \cos \mu\gamma - \left(a_{-\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{-\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta\right) \operatorname{sen} \mu\gamma\right] \operatorname{sen} \nu y \operatorname{sen} \mu x;$$

$$'B_{-\mu}^{(-\nu)} = \left(a_{\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta\right) \operatorname{sen} \mu\gamma + \left(a_{-\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta\right) \cos \mu\gamma,$$
$$'B_{\mu}^{(-\nu)} = \left(a_{\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta\right) \cos \mu\gamma - \left(a_{-\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta\right) \operatorname{sen} \mu\gamma,$$
$$'B_{-\mu}^{(\nu)} = \left(a_{\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta\right) \operatorname{sen} \mu\gamma + \left(a_{-\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{-\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta\right) \cos \mu\gamma,$$
$$'B_{\mu}^{(\nu)} = \left(a_{\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta\right) \cos \mu\gamma - \left(a_{-\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{-\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta\right) \operatorname{sen} \mu\gamma;$$

$$'B_{-\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \mu\gamma + 'B_{\mu}^{(-\nu)} \cos \mu\gamma = a_{\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta = C,$$
$$'B_{-\mu}^{(-\nu)} \cos \mu\gamma - 'B_{\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \mu\gamma = a_{-\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos \nu\delta = D,$$
$$'B_{-\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \mu\gamma + 'B_{\mu}^{(\nu)} \cos \mu\gamma = a_{\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta = E,$$
$$'B_{-\mu}^{(\nu)} \cos \mu\gamma - 'B_{\mu}^{(\nu)} \operatorname{sen} \mu\gamma = a_{-\mu}^{(\nu)} \cos \nu\delta - a_{-\mu}^{(-\nu)} \operatorname{sen} \nu\delta = F.$$

Dalle ultime quattro equazioni si ricavano le eguaglianze

$$a_\mu^{(\nu)} = C \operatorname{sen} \nu\delta + E \cos \nu\delta, \quad a_\mu^{(-\nu)} = C \cos \nu\delta - E \operatorname{sen} \nu\delta, \quad a_{-\mu}^{(\nu)} = D \operatorname{sen} \nu\delta + F \cos \nu\delta$$

$$a_{-\mu}^{(-\nu)} = D \cos \nu\delta - F \operatorname{sen} \nu\delta,$$

le quali dimostrano il teorema.

Laonde:

Se i coefficienti $a_{\pm\mu}^{(\pm\nu)}$ si annullano uniformemente, altrettanto ha luogo del termine $B_\mu^{(\nu)}$, quale si sia il punto considerato; in caso contrario, ciò non ha luogo.

Avvicinandoci ora alla soluzione del nostro problema distingueremo due ipotesi:

$\underset{\smile}{A}$ I coefficienti $a_{\pm\mu}^{(\pm\nu)}$ si annullano uniformemente.

$\underset{\smile}{B}$ Si ignora se l'ipotesi $\underset{\smile}{A}$ sia soddisfatta.

II.

1. Nell'ipotesi $\underset{\smile}{A}$ la serie

$$\begin{array}{ll}
 & B_0^{(0)} \frac{x^2 y^2}{4} - B_0^{(1)} \frac{x^2}{2 \cdot 1^2} - B_0^{(2)} \frac{x^2}{2 \cdot 2^2} - B_0^{(3)} \frac{x^2}{2 \cdot 3^2} - \ldots \\
\underset{\smile}{\beta'} & - B_1^{(0)} \frac{y^2}{2 \cdot 1^2} + B_1^{(1)} \frac{1}{1^2 \cdot 1^2} + B_1^{(2)} \frac{1}{1^2 \cdot 2^2} + B_1^{(3)} \frac{1}{1^2 \cdot 3^2} + \ldots \\
 & - B_2^{(0)} \frac{y^2}{2 \cdot 2^2} + B_2^{(1)} \frac{1}{2^2 \cdot 1^2} + B_2^{(2)} \frac{1}{2^2 \cdot 2^2} + B_2^{(3)} \frac{1}{2^2 \cdot 3^2} + \ldots \\
 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ,
\end{array}$$

ottenuta integrando due volte rispetto ad x e due rispetto ad y ciascun termine dell'aggregato $\underset{\smile}{\alpha'}$, converge insieme a quella dei suoi moduli, quale si sia il punto considerato.

Ed invero, si ha

$$\sum_1 q \sum_1 p \frac{1}{p^2 \cdot q^2} = \sum_1 q \frac{1}{q^2} \sum_1 p \frac{1}{p^2}.$$

La serie $\underset{\smile}{\beta'}$ può quindi sommarsi in quel modo che si vuole, e rappresenta una funzione $F(x, y)$ ovunque continua.

2. È bene il dimostrare alcune proprietà della $F(x, y)$ che ci serviranno in appresso.

Teorema I. Se la serie $\underset{\smile}{\alpha'}$ converge nel punto (x, y), sarà:

$$\lim_{\alpha=0} \varphi(\alpha) = f(x, y),$$

quando si ponga

$$\varphi(\alpha) = \frac{1}{16\alpha^4} \Big[F(x+2\alpha, y+2\alpha) + F(x+2\alpha, y-2\alpha) + F(x-2\alpha, y+2\alpha) + F(x-2\alpha, y-2\alpha) -$$

$$2F(x+2\alpha, y) - 2F(x-2\alpha, y) - 2F(x, y+2\alpha) - 2F(x, y-2\alpha) + 4F(x, y) \Big].$$

Infatti, si ha

$$\frac{F(x+2\alpha, y) - 2F(x,y) + F(x-2\alpha, y)}{4\alpha^2} =$$

$$\left[B_0^{(1)}\frac{y^2}{2} - B_0^{(1)}\frac{1}{1^2} - B_0^{(2)}\frac{1}{2^2} - B_0^{(3)}\frac{1}{3^2} - \ldots\ldots\right] +$$

$$\left[B_1^{(0)}\frac{y^2}{2} - B_1^{(1)}\frac{1}{1^2} - B_1^{(2)}\frac{1}{2^2} - B_1^{(3)}\frac{1}{3^2} - \ldots\ldots\right]\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 +$$

$$\left[B_2^{(0)}\frac{y^2}{2} - B_2^{(1)}\frac{1}{1^2} - B_2^{(2)}\frac{1}{2^2} - B_2^{(3)}\frac{1}{3^2} - \ldots\ldots\right]\left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ,$$

$$\varphi(\alpha) = \sum_0^{\nu}\sum_0^{\mu} B_\mu^{(\nu)}\left(\frac{\operatorname{sen}\mu\alpha}{\mu\alpha}\right)\left(\frac{\operatorname{sen}\nu\alpha}{\nu\alpha}\right)^2 =$$

$$\left|\begin{array}{l} B_0^{(0)} + B_0^{(1)} + B_0^{(2)} + \ldots \\ \left(B_1^{(0)} + B_1^{(1)} + B_1^{(2)} + \ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 \\ \left(B_2^{(0)} + B_2^{(1)} + B_2^{(2)} + \ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right| - \left|\begin{array}{l} B_0^{(1)} + B_0^{(2)} + \ldots \\ \left(B_1^{(1)} + B_1^{(2)} + \ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 \\ \left(B_2^{(1)} + B_2^{(2)} + \ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right| +$$

$$\left|\begin{array}{l} B_0^{(1)} + B_0^{(2)} + \ldots \\ \left(B_1^{(1)} + B_1^{(2)} + \ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 \\ \left(B_2^{(1)} + B_2^{(2)} + \ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right| \left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 - \left|\begin{array}{l} B_0^{(2)} + \ldots \\ \left(B_1^{(2)} + \ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 \\ \left(B_2^{(2)} + \ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2 \\ \ldots\ldots\ldots \end{array}\right| \left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 +$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots , \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ,$$

quando si sommi per orizzontali.

Facciamo

$$B_r^{(s)} + B_r^{(s+1)} + B_r^{(s+2)} + \ldots\ldots = \eta_r^{(s)},$$

ed avremo

$$\varphi(\alpha) = \sum_0^r \eta_r^{(0)}\left(\frac{\operatorname{sen}r\alpha}{r\alpha}\right)^2 - \sum_0^r \eta_r^{(1)}\left(\frac{\operatorname{sen}r\alpha}{r\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2\sum_0^r \eta_r^{(1)}\left(\frac{\operatorname{sen}r\alpha}{r\alpha}\right)^2 -$$

$$\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2\sum_0^r \eta_r^{(2)}\left(\frac{\operatorname{sen}r\alpha}{r\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2\sum_0^r \eta_r^{(2)}\left(\frac{\operatorname{sen}r\alpha}{r\alpha}\right)^2 -$$

$$\left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2\sum_0^r \eta_r^{(3)}\left(\frac{\operatorname{sen}r\alpha}{r\alpha}\right)^2 + \ldots .$$

La serie

$$\sum_0^r \eta_r^{(0)}\left(\frac{\operatorname{sen}r\alpha}{r\alpha}\right)^2$$

tende al valore $f(x, y)$ all'annullarsi di α, mentre l'aggregato

$$-\sum_0^r \eta_r^{(1)}\left(\frac{\operatorname{sen} r\alpha}{r\alpha}\right)^2+\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2\sum_0^r \eta_r^{(1)}\left(\frac{\operatorname{sen} r\alpha}{r\alpha}\right)^2-$$

$$\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2\sum_0^r \eta_r^{(2)}\left(\frac{\operatorname{sen} r\alpha}{r\alpha}\right)^2+\ldots+\left(\frac{\operatorname{sen} m_1\alpha}{m_1\alpha}\right)^2\sum_0^r \eta_r^{(m_1)}\left(\frac{\operatorname{sen} r\alpha}{r\alpha}\right)^2,$$

ove m_1 è un numero fisso, scelto del resto ad arbitrio, si annulla con α [1].

Consideriamo ora la espressione

$$-\left(\frac{\operatorname{sen} m_1\alpha}{m_1\alpha}\right)^2\sum_0^r \eta_r^{(m_1+1)}\left(\frac{\operatorname{sen} r\alpha}{r\alpha}\right)^2+\left(\frac{\operatorname{sen}(m_1+1)\alpha}{(m_1+1)\alpha}\right)^2\sum_0^r \eta_r^{(m_1+1)}\left(\frac{\operatorname{sen} r\alpha}{r\alpha}\right)^2-\ldots\ldots$$

Si ha

$$\begin{aligned}\sum_0^r \eta_r^{(m_1+l)}\left(\frac{\operatorname{sen} r\alpha}{r\alpha}\right)^2 = {} & \eta_0^{(m_1+l)}+\eta_1^{(m_1+l)}+\eta_2^{(m_1+l)}+\eta_3^{(m_1+l)}+\ldots\ldots \\ & -\left(\eta_1^{(m_1+l)}+\eta_2^{(m_1+l)}+\eta_3^{(m_1+l)}+\ldots\ldots\right) \\ & +\left(\eta_1^{(m_1+l)}+\eta_2^{(m_1+l)}+\ldots\ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 \\ & -\left(\eta_2^{(m_1+l)}+\ldots\ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 \\ & +\left(\eta_2^{(m_1+l)}+\ldots\ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2 \\ & -\left(\eta_3^{(m_1+l)}+\ldots\ldots\right)\left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2 \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ = {} & -\varepsilon_0^{(m_1+l)}+\sum_1^s \varepsilon_s^{(m_1+l)}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(s-1)\alpha}{(s-1)\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\right],\end{aligned}$$

se si pone

$$\eta_l^{(m_1+l)}+\eta_{l+1}^{(m_1+l)}+\eta_{l+2}^{(m_1+l)}+\ldots=-\varepsilon_l^{(m_1+l)}.$$

Il teorema è quindi dimostrato, quando si faccia vedere che ciascuno dei due aggregati

$$\varepsilon_0^{(m_1+1)}\left(\frac{\operatorname{sen} m_1\alpha}{m_1\alpha}\right)^2-\varepsilon_0^{(m_1+1)}\left(\frac{\operatorname{sen}(m_1+1)\alpha}{(m_1+1)\alpha}\right)^2+\varepsilon_0^{(m_1+2)}\left(\frac{\operatorname{sen}(m_1+1)\alpha}{(m_1+1)\alpha}\right)^2-\varepsilon_0^{(m_1+2)}\left(\frac{\operatorname{sen}(m_1+2)\alpha}{(m_1+2)\alpha}\right)^2+\ldots$$

$$=\sum_1^l \varepsilon_0^{(m_1+l)}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(m_1+l-1)\alpha}{(m_1+l-1)\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen}(m_1+l)\alpha}{(m_1+l)\alpha}\right)^2\right],$$

$$\begin{aligned}& -\left(\frac{\operatorname{sen} m_1\alpha}{m_1\alpha}\right)^2\sum_1^s \varepsilon_s^{(m_1+1)}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(s-1)\alpha}{(s-1)\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\right] \\ & +\left(\frac{\operatorname{sen}(m_1+1)\alpha}{(m_1+1)\alpha}\right)^2\sum_1^s \varepsilon_s^{(m_1+1)}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(s-1)\alpha}{(s-1)\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\right] \\ & -\left(\frac{\operatorname{sen}(m_1+1)\alpha}{(m_1+1)\alpha}\right)^2\sum_1^s \varepsilon_s^{(m_1+2)}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(s-1)\alpha}{(s-1)\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\right] \\ & +\left(\frac{\operatorname{sen}(m_1+2)\alpha}{(m_1+2)\alpha}\right)^2\sum_1^s \varepsilon_s^{(m_1+2)}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(s-1)\alpha}{(s-1)\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\right] \\ & -\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{aligned}$$

$$=-\sum_{m_1+1}^t\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(t-1)\alpha}{(t-1)\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} t\alpha}{t\alpha}\right)^2\right]\sum_1^s \varepsilon_s^{(t)}\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(s-1)\alpha}{(s-1)\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\right]$$

[1] Vedi Riemann, *Gesammelte mathematische Werke*, pag. 232-234.

si annulla con α. La seconda somma può trasformarsi nel modo indicato perchè il termine

$$\sum_1^s \varepsilon_s^{(t)} \left[\left(\frac{\operatorname{sen}(s-1)\alpha}{(s-1)\alpha}\right)^2 - \left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\right] = \varepsilon_1^{(t)} - \varepsilon_1^{(t)}\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 +$$

$$\varepsilon_2^{(t)}\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2 - \varepsilon_2^{(t)}\left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2 + \dots < \frac{2}{\alpha}\left(1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots\right) M_t ,$$

ove M_t è il limite superiore dei valori assoluti delle quantità

$$\varepsilon_1^{(t)},\ \varepsilon_2^{(t)},\ \varepsilon_3^{(t)},\ \dots ,$$

converge a zero insieme ad $\frac{1}{t}$.

La grandezza $\varepsilon_0^{(m_1+l)}$ è infinitesima con $\frac{1}{l}$, la prima delle somme precedenti svanisce quindi con α.

Occupiamoci ora della seconda; detto u il massimo intero contenuto in $\frac{\pi}{\alpha}$, decomponiamola nelle seguenti:

$$\underbrace{1}\ \sum_{m_1+1}^{u}{}^{t}, \qquad \underbrace{2}\ \sum_{u+1}{}^{t}.$$

La espressione

$$\sum_1^s \varepsilon_s^{(t)} \left[\left(\frac{\operatorname{sen}(s-1)\alpha}{(s-1)\alpha}\right)^2 - \left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\right] \quad (t \geq m_1 + 1)$$

può supporsi, qualunque sia t, a partire da valore opportuno di α minore, tolto il segno, di

$$M_t\left(1 + \frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi^2}\right).$$

La somma $\underbrace{1}$ non è di conseguenza maggiore in valore assoluto della quantità

$$\left[\left(\frac{\operatorname{sen} m_1\alpha}{m_1\alpha}\right)^2 - \left(\frac{\operatorname{sen} u\alpha}{u\alpha}\right)^2\right] M\left(1 + \frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi^2}\right).$$

essendo M il limite superiore delle grandezze

$$M_{m_1+1},\quad M_{m_1+2},\ \dots,\ M_u ,$$

perchè $\frac{\operatorname{sen} x}{x}$ decresce sempre mentre x varia da 0 a π. L'aggregato $\underbrace{1}$ si annulla dunque con α.

Posto

$$-\sum_1^s \varepsilon_s^{(t)} \left[\left(\frac{\operatorname{sen}(s-1)\alpha}{(s-1)\alpha}\right)^2 - \left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\right] = \lambda_t \qquad (t > u),$$

la serie $\underbrace{2}$ può porsi nella forma

$$\sum_{u+1}^{t} \lambda_t \left[\left(\frac{\operatorname{sen}(t-1)\alpha}{(t-1)\alpha}\right)^2 - \left(\frac{\operatorname{sen} t\alpha}{t\alpha}\right)^2\right].$$

Ora,

$$\left(\frac{\operatorname{sen}(t-1)\alpha}{(t-1)\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} t\alpha}{t\alpha}\right)^2=$$

$$\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(t-1)\alpha}{(t-1)\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen}(t-1)\alpha}{t\alpha}\right)^2\right]+\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(t-1)\alpha}{t\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} t\alpha}{t\alpha}\right)^2\right],$$

$$\frac{\operatorname{sen}^2(t-1)\alpha-\operatorname{sen}^2 t\alpha}{(t\alpha)^2}=\frac{(\operatorname{sen}(t-1)\alpha-\operatorname{sen} t\alpha)(\operatorname{sen}(t-1)\alpha+\operatorname{sen} t\alpha)}{(t\alpha)^2}=$$

$$\frac{-4\operatorname{sen}\left(t-\frac{1}{2}\right)\alpha\cos\frac{\alpha}{2}\cos\left(t-\frac{1}{2}\right)\alpha\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}}{(t\alpha)^2}=-\frac{\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}(2t-1)\alpha}{(t\alpha)^2}.$$

Quindi, fatta astrazione dal segno, si ha:

$$\lambda_t\left[\left(\frac{\operatorname{sen}(t-1)\alpha}{t\alpha}\right)^2-\left(\frac{\operatorname{sen} t\alpha}{t\alpha}\right)^2\right]<\mathrm{M}_t\left(1+\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\pi^2}\right)\frac{1}{t^2\alpha},$$

ed il termine generale della serie $\underset{\smile}{2}$ è minore di

$$\mathrm{M}_t\left(1+\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\pi^2}\right)\left(\frac{1}{\left((t-1)\alpha\right)^2}-\frac{1}{(t\alpha)^2}+\frac{1}{t^2\alpha}\right),$$

di conseguenza la serie stessa è più piccola della quantità

$$\mathrm{M}'\left(1+\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\pi^2}\right)\left(\frac{1}{(u\alpha)^2}+\frac{1}{u\alpha}\right),$$

ossia dell'altra

$$\mathrm{M}'\left(1+\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\pi^2}\right)\left(\frac{1}{\pi^2}+\frac{1}{\pi}\right),$$

all'annullarsi di α, quando M' indichi il limite superiore delle grandezze $\mathrm{M}_{u+1}, \mathrm{M}_{u+2}, \ldots$. Il teorema è quindi dimostrato.

Teorema II. *L'espressione* $\alpha^2 . \varphi(\alpha)$ *si annulla nel punto* (x,y) *con* α, *se in esso la serie* $\underset{\smile}{\alpha'}$ *è convergente.*

Sia n_1 un numero tale, che il termine $\mathrm{B}_s^{(n_1+v)}$ $(v \geq 0)$ sia di quella piccolezza che si vuole, qualunque sia s, e k il massimo intero contenuto nel quoto $\frac{c}{\alpha}$, essendo c una quantità positiva determinata. Posto

$$\mathrm{Q}_s=\mathrm{B}_s^{(0)}+\mathrm{B}_s^{(1)}\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2+\mathrm{B}_s^{(2)}\left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2\alpha}\right)^2+\ldots+\mathrm{B}_s^{(n_1)}\left(\frac{\operatorname{sen} n_1\alpha}{n_1\alpha}\right)^2,$$

sarà, fatta astrazione dal segno,

$$\alpha^2\varphi(\alpha)<\sum_0^s\left(\mathrm{Q}_s+\frac{\varepsilon_s}{\alpha}\left(c+\frac{1}{c}\right)\right)\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\alpha^2=\sum_0^s\left(\mathrm{Q}_s\alpha^2+\alpha\,\varepsilon_s\left(c+\frac{1}{c}\right)\right)\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2,$$

essendo ε_s il limite superiore delle quantità

$$B_s^{(n_1+1)},\quad B_s^{(n_1+2)},\quad B_s^{(n_1+3)},\ldots.$$

prese positivamente [1].

La somma Q_s si mantiene finita per qualsivoglia valore di α e di s; l'ultima serie può di conseguenza porsi nella forma:

$$\sum_0^s Q_s\,\alpha^2\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2+\left(c+\frac{1}{c}\right)\sum_0^s \alpha\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2\varepsilon_s.$$

Ciò posto, si scorge facilmente che la espressione

$$\alpha^2\sum_0^s Q_s\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2$$

si annulla con α. Infatti, si ha

$$Q_s=\sum_0^{n_1}{}^t\, B_s^{(t)}+\eta_s(\alpha),$$

$\eta_s(\alpha)$ essendo di quella piccolezza che si vuole insieme ad α, quale si sia s. Quindi:

$$\sum_0^s Q_s\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2=\sum_0^s\left(\sum_0^{n_1}{}^t\, B_s^{(t)}\right)\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2+\sum_0^s \eta_s(\alpha)\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2,$$

e perciò:

$$\lim_{\alpha=0}\alpha^2\sum_0^s Q_s\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2=$$

$$\lim_{\alpha=0}\alpha^2\sum_0^s\left(\sum_0^{n_1}{}^t\, B_s^{(t)}\right)\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2+\lim_{\alpha=0}\sum_1^s \eta_s(\alpha)\,\frac{\operatorname{sen}^2 s\alpha}{s^2}+\lim_{\alpha=0}\alpha^2\eta_0(\alpha)=0,$$

la serie $\sum^s\left(\sum_0^{n_1}{}^t\, B_s^{(t)}\right)$ essendo convergente per ipotesi nel punto considerato.

La somma

$$\alpha\sum_0^s \varepsilon_s\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2$$

può scindersi nelle due

$$\alpha\sum_0^{s\alpha\leq c}{}^s\, \varepsilon_s\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2+\alpha\sum_{s\alpha>c}^s \varepsilon_s\left(\frac{\operatorname{sen} s\alpha}{s\alpha}\right)^2.$$

Ora, è manifesto che la prima è minore di $\delta(k+1)\alpha<\delta c+\delta\alpha$, essendo δ il limite superiore delle quantità $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$ prese in valore assoluto; la seconda poi è minore di $\delta\,\frac{1}{k\alpha}$ ossia di $\frac{\delta}{c}$; l'asserzione è dunque dimostrata.

[1] Vedi l'op. c., pag. 234.

Teorema III. Se $\lambda(x)$ e $\rho(y)$ sono due funzioni continue rispettivamente negli intervalli bc, $b_1 c_1$, le quali soddisfanno alle condizioni indicate in appresso, l'integrale

$$\psi(\mu,\nu)=\mu^2\nu^2\int_b^c\int_{b_1}^{c_1}\left(F(x,y)-\frac{B_0^{(0)}}{4}x^2y^2+\frac{x^2}{2}\sum_1^s B_0^{(s)}+\frac{y^2}{2}\sum_1^s B_s^{(0)}\right)$$

$$\lambda(x)\,\rho(y)\cos\mu(x-a)\cos\nu(y-d)\,dx\,dy,$$

ove a e d sono due costanti arbitrarie, si annulla con $\frac{1}{\mu\nu}$.

Ed invero, si ha

$$\psi(\mu,\nu)=\mu^2\nu^2\int_b^c dx\int_{b_1}^{c_1}\left(\sum_1^t\sum_1^s B_s^{(t)}\frac{1}{s^2t^2}\right)\lambda(x)\,\rho(y)\cos\mu(x-a)\cos\nu(y-d)\,dy=$$

$$\mu^2\nu^2\sum_1^t\sum_1^s\frac{1}{s^2t^2}\int_b^c\int_{b_1}^{c_1}B_s^{(t)}\lambda(x)\,\rho(y)\cos\mu(x-a)\cos\nu(y-d)\,dx\,dy.$$

Ora,

$$B_s^{(t)}\cos\mu(x-a)\cos\nu(y-d)=$$

$$\left[\left(a_s^{(t)}\operatorname{sen}sx+a_{-s}^{(t)}\cos sx\right)\operatorname{sen}ty+\left(a_s^{(-t)}\operatorname{sen}sx+a_{-s}^{(-t)}\cos sx\right)\cos ty\right]\cos\mu(x-a)\cos\nu(y-d).$$

Ciò posto, se faccio

$$\left(a_s^{(t)}\operatorname{sen}sx+a_{-s}^{(t)}\cos sx\right)\cos\mu(x-a)=h,\quad\left(a_s^{(-t)}\operatorname{sen}sx+a_{-s}^{(-t)}\cos sx\right)\cos\mu(x-a)=k,$$

avremo

$$(h\operatorname{sen}ty+k\cos ty)\cos\nu(y-d)=\left(h\operatorname{sen}t(y-d+d)+k\cos t(y-d+d)\right)\cos\nu(y-d)=$$

$$\left(h\operatorname{sen}t(y-d)\cos td+h\cos t(y-d)\operatorname{sen}td+k\cos t(y-d)\cos td-k\operatorname{sen}t(y-d)\operatorname{sen}td\right)\cos\nu(y-d)=$$

$$\tfrac{1}{2}h\cos td\left(\operatorname{sen}(t+\nu)(y-d)+\operatorname{sen}(t-\nu)(y-d)\right)+\tfrac{1}{2}h\operatorname{sen}td\left(\cos(t+\nu)(y-d)+\cos(t-\nu)(y-d)\right)+$$

$$\tfrac{1}{2}k\cos td\left(\cos(t+\nu)(y-d)+\cos(t-\nu)(y-d)\right)-\tfrac{1}{2}k\operatorname{sen}td\left(\operatorname{sen}(t+\nu)(y-d)+\operatorname{sen}(t-\nu)(y-d)\right)=$$

$$\tfrac{1}{2}(h\cos td-k\operatorname{sen}td)\left(\operatorname{sen}(t+\nu)(y-d)+\operatorname{sen}(t-\nu)(y-d)\right)+$$

$$\tfrac{1}{2}(h\operatorname{sen}td+k\cos td)\left(\cos(t+\nu)(y-d)+\cos(t-\nu)(y-d)\right).$$

D'altra parte,

$$h = \left(a_s^{(t)} \operatorname{sen} sx + a_{-s}^{(t)} \cos sx \right) \cos \mu (x - a) =$$

$$\tfrac{1}{2} \left(a_s^{(t)} \cos sa - a_{-s}^{(t)} \operatorname{sen} sa \right) \left(\operatorname{sen} (s+\mu)(x-a) + \operatorname{sen} (s-\mu)(x-a) \right) +$$

$$\tfrac{1}{2} \left(a_{-s}^{(t)} \cos sa + a_s^{(t)} \operatorname{sen} sa \right) \left(\cos (s+\mu)(x-a) + \cos (s-\mu)(x-a) \right) =$$

$$P_s^{(t)} \left(\operatorname{sen} (s+\mu)(x-a) + \operatorname{sen} (s-\mu)(x-a) \right) +$$

$$Q_s^{(t)} \left(\cos (s+\mu)(x-a) + \cos (s-\mu)(x-a) \right),$$

e così pure

$$k = P_s^{(-t)} \left(\operatorname{sen} (s+\mu)(x-a) + \operatorname{sen} (s-\mu)(x-a) \right) +$$

$$Q_s^{(-t)} \left(\cos (s+\mu)(x-a) + \cos (s-\mu)(x-a) \right).$$

Abbiamo quindi:

$$B_s^{(t)} \cos \mu (x-a) \cos \nu (y-d) =$$

$$\tfrac{1}{2} \left(P_s^{(t)} \cos td - P_s^{(-t)} \operatorname{sen} td \right) \left(\operatorname{sen} (t+\nu)(y-d) + \operatorname{sen} (t-\nu)(y-d) \right)$$

$$\left(\operatorname{sen} (s+\mu)(x-a) + \operatorname{sen} (s-\mu)(x-a) \right) +$$

$$\tfrac{1}{2} \left(Q_s^{(t)} \cos td - Q_s^{(-t)} \operatorname{sen} td \right) \left(\operatorname{sen} (t+\nu)(y-d) + \operatorname{sen} (t-\nu)(y-d) \right)$$

$$\left(\cos (s+\mu)(x-a) + \cos (s-\mu)(x-a) \right) +$$

$$\tfrac{1}{2} \left(P_s^{(-t)} \cos td + P_s^{(t)} \operatorname{sen} td \right) \left(\cos (t+\nu)(y-d) + \cos (t-\nu)(y-d) \right)$$

$$\left(\operatorname{sen} (s+\mu)(x-a) + \operatorname{sen} (s-\mu)(x-a) \right) +$$

$$\tfrac{1}{2} \left(Q_s^{(-t)} \cos td + Q_s^{(t)} \operatorname{sen} td \right) \left(\cos (t+\nu)(y-d) + \cos (t-\nu)(y-d) \right)$$

$$\left(\cos (s+\mu)(x-a) + \cos (s-\mu)(x-a) \right) =$$

$$L_s^{(t)} \left(C_{t+\nu} + C_{t-\nu} \right) \left(D_{s+\mu} + D_{s-\mu} \right) + M_s^{(t)} \left(C_{t+\nu} + C_{t-\nu} \right) \left(E_{s+\mu} + E_{s-\mu} \right)$$

$$N_s^{(t)} \left(F_{t+\nu} + F_{t-\nu} \right) \left(D_{s+\mu} + D_{s-\mu} \right) + R_s^{(t)} \left(F_{t+\nu} + F_{t-\nu} \right) \left(E_{s+\mu} + E_{s-\mu} \right).$$

Se si osserva che

$$- k^2 \operatorname{sen} kv = \frac{d^2}{dv^2} (\operatorname{sen} kv), \quad - h^2 \cos hv = \frac{d^2}{dv^2} (\cos hv),$$

avremo:

$$\frac{\mu^2 \nu^2}{s^2 t^2} \int_b^c \int_{b_1}^{c_1} B_s^{(t)} \lambda(x) \rho(y) \cos\mu(x-a) \cos\nu(y-d)\, dx\, dy$$

$$= L_s^{(t)} \frac{\mu^2}{(s \pm \mu)^2 s^2} \frac{\nu^2}{(t \pm \nu)^2 t^2} \int_b^c \lambda(x) \frac{d^2}{dx^2}\left(D_{s \pm \mu}\right) dx \int_{b_1}^{c_1} \rho(y) \frac{d^2}{dy^2}\left(C_{t \pm \nu}\right) dy +$$

$$M_s^{(t)} \frac{\mu^2}{(s \pm \mu)^2 s^2} \frac{\nu^2}{(t \pm \nu)^2 t^2} \int_b^c \lambda(x) \frac{d^2}{dx^2}\left(E_{s \pm \mu}\right) dx \int_{b_1}^{c_1} \rho(y) \frac{d^2}{dy^2}\left(C_{t \pm \nu}\right) dy +$$

$$N_s^{(t)} \frac{\mu^2}{(s \pm \mu)^2 s^2} \frac{\nu^2}{(t \pm \nu)^2 t^2} \int_b^c \lambda(x) \frac{d^2}{dx^2}\left(D_{s \pm \mu}\right) dx \int_{b_1}^{c_1} \rho(y) \frac{d^2}{dy^2}\left(F_{t \pm \nu}\right) dy +$$

$$R_s^{(t)} \frac{\mu^2}{(s \pm \mu)^2 s^2} \frac{\nu^2}{(t \pm \nu)^2 t^2} \int_b^c \lambda(x) \frac{d^2}{dx^2}\left(E_{s \pm \mu}\right) dx \int_{b_1}^{c_1} \rho(y) \frac{d^2}{dy^2}\left(F_{t \pm \nu}\right) dy$$

$$\left(s \gtrless \mu\,,\ t \gtrless \nu\right).$$

Poniamo ora che le funzioni $\lambda'(x)$, $\rho'(y)$ sieno continue negli intervalli bc e $b_1 c_1$ rispettivamente, e che si abbia

$$L_s^{(t)} \left[\lambda(x) \frac{d}{dx}\left(D_{s \pm \mu}\right)\right]_b^c = L_s^{(t)} \left[\lambda'(x)\, D_{s \pm \mu}\right]_b^c = 0\,,$$

$$M_s^{(t)} \left[\lambda(x) \frac{d}{dx}\left(E_{s \pm \mu}\right)\right]_b^c = M_s^{(t)} \left[\lambda'(x)\, E_{s \pm \mu}\right]_b^c = 0\,,$$

$$N_s^{(t)} \left[\lambda(x) \frac{d}{dx}\left(D_{s \pm \mu}\right)\right]_b^c = N_s^{(t)} \left[\lambda'(x)\, D_{s \pm \mu}\right]_b^c = 0\,,$$

$$R_s^{(t)} \left[\lambda(x) \frac{d}{dx}\left(E_{s \pm \mu}\right)\right]_b^c = R_s^{(t)} \left[\lambda'(x)\, E_{s \pm \mu}\right]_b^c = 0\,,$$

$$L_s^{(t)} \left[\rho(y) \frac{d}{dy}\left(C_{t \pm \nu}\right)\right]_{b_1}^{c_1} = L_s^{(t)} \left[\rho'(y)\, C_{t \pm \nu}\right]_{b_1}^{c_1} = 0\,,$$

$$M_s^{(t)} \left[\rho(y) \frac{d}{dy}\left(C_{t \pm \nu}\right)\right]_{b_1}^{c_1} = M_s^{(t)} \left[\rho'(y)\, C_{t \pm \nu}\right]_{b_1}^{c_1} = 0\,,$$

$$N_s^{(t)} \left[\rho(y) \frac{d}{dy}\left(F_{t \pm \nu}\right)\right]_{b_1}^{c_1} = N_s^{(t)} \left[\rho'(y)\, F_{t \pm \nu}\right]_{b_1}^{c_1} = 0\,,$$

$$R_s^{(t)} \left[\rho(y) \frac{d}{dy}\left(F_{t \pm \nu}\right)\right]_{b_1}^{c_1} = R_s^{(t)} \left[\rho'(y)\, F_{t \pm \nu}\right]_{b_1}^{c_1} = 0\,.$$

Di conseguenza, quando si supponga $s \gtrless \mu$, $t \gtrless \nu$, sarà:

$$\frac{\mu^2 . \nu^2}{s^2 t^2} \int_b^c \int_{b_1}^{c_1} B_s^{(t)} \lambda(x) \rho(y) \cos \mu (x-a) \cos \nu (y-d)\, dx\, dy =$$

$$L_s^{(t)} \frac{\mu^2}{s^2 (s \pm \mu)^2} \frac{\nu^2}{t^2 (t \pm \nu)^2} \int_b^c D_{s \pm \mu} \lambda''(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} C_{t \pm \nu} \rho''(y)\, dy +$$

$$M_s^{(t)} \frac{\mu^2}{s^2 (s \pm \mu)^2} \frac{\nu^2}{t^2 (t \pm \nu)^2} \int_b^c E_{s \pm \mu} \lambda''(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} C_{t \pm \nu} \rho''(y)\, dy +$$

$$N_s^{(t)} \frac{\mu^2}{s^2 (s \pm \mu)^2} \frac{\nu^2}{t^2 (t \pm \nu)^2} \int_b^c D_{s \pm \mu} \lambda''(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} F_{t \pm \nu} \rho''(y)\, dy +$$

$$R_s^{(t)} \frac{\mu^2}{s^2 (s \pm \mu)^2} \frac{\nu^2}{t^2 (t \pm \nu)^2} \int E_{s \pm \mu} \lambda''(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} F_{t \pm \nu} \rho''(y)\, dy .$$

Ora, le grandezze

$$L_s^{(t)} \int_b^c D_{s \pm \mu} \lambda''(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} C_{t \pm \nu} \rho''(y)\, dy, \quad M_s^{(t)} \int_b^c E_{s \pm \mu} \lambda''(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} C_{t \pm \nu} \rho''(y)\, dy,$$

$$N_s^{(t)} \int_b^c D_{s \pm \mu} \lambda''(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} F_{t \pm \nu} \rho''(y)\, dy, \quad R_s^{(t)} \int_b^c E_{s \pm \mu} \lambda''(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} F_{t \pm \nu} \rho''(y)\, dy$$

si annullano con $\frac{1}{\mu\nu}$, qualunque sieno gli interi s e t, se gli integrali

$$\int_b^c \lambda''(x) \cos \mu (x-a)\, dx , \qquad \int_{b_1}^{c_1} \rho''(y) \cos \nu (y-d)\, dy$$

tendono a zero rispettivamente con $\frac{1}{\mu}$ ed $\frac{1}{\nu}$, perchè i coefficienti $L_s^{(t)}$, $M_s^{(t)}$, $N_s^{(t)}$, $R_s^{(t)}$ si annullano con $\frac{1}{s.t}$. Ponendo ora mente che

$$\sum_{0<s \gtrless \mu} \sum_{0<t \gtrless \nu} \frac{\mu^2}{s^2 (s \pm \mu)^2} \frac{\nu^2}{t^2 (t \pm \nu)^2} = \sum_{0<s \gtrless \mu} \frac{\mu^2}{s^2 (s \pm \mu)^2} \sum_{0<t \gtrless \nu} \frac{\nu^2}{t^2 (t \pm \nu)^2} ,$$

mentre le due serie

$$\sum_{0<s \gtrless \mu} \frac{\mu^2}{s^2 (s \pm \mu)^2} , \quad \sum_{0<t \gtrless \nu} \frac{\nu^2}{t^2 (t \pm \nu)^2} \text{ (}^1\text{)}$$

(1) Vedi la mia Memoria: *Sulla serie di Fourier*, inserita negli Annali di Matematica di Brioschi e Cremona. T. VI n. IV.

si mantengono finite, quali si sieno i numeri μ e ν, si vede tosto che

$$\lim_{\frac{1}{\mu\nu}=0} \Sigma^s \Sigma^t \frac{\mu^2 \nu^2}{s^2 t^2} \int_b^c \int_{b_1}^{c_1} B_s^{(t)} \lambda(x) \rho(y) \cos\mu(x-a) \cos\nu(y-d)\, dx\, dy = 0$$

$$0 < s \gtrless \mu, \qquad 0 < t \gtrless \nu.$$

Ci resta a studiare il modo di comportarsi dell'aggregato

$$\sum_{\substack{s=\mu \\ s\gtrless\mu}} \sum_{\substack{t\gtrless\nu \\ t=\nu}} \frac{\mu^2 \nu^2}{s^2 . t^2} \int_b^c \int_{b_1}^{c_1} B_s^{(t)} \lambda(x) \rho(y) \cos\mu(x-a) \cos\nu(y-d)\, dx\, dy$$

all' indefinito diminuire di $\frac{1}{\mu\nu}$, perchè il termine

$$\int_b^c \int_{b_1}^{c_1} B_\mu^{(\nu)} \lambda(x) \rho(y) \cos\mu(x-a) \cos\nu(y-d)\, dx\, dy$$

si annulla con $\frac{1}{\mu\nu}$.

Consideriamo prima la serie

$$\sum_{s\gtrless\mu} \frac{\mu^2}{s^2} \int_b^c \int_{b_1}^{c_1} B_s^{(\nu)} \lambda(x) \rho(y) \cos\mu(x-a) \cos\nu(y-d)\, dx\, dy =$$

$$\sum_{s\gtrless\mu} \frac{\mu^2}{s^2} \int_{b_1}^{c_1} \operatorname{sen}\nu y \cos\nu(y-b) \rho(y)\, dy \int_b^c \left(a_s^{(\nu)} \operatorname{sen} sx + a_{-s}^{(\nu)} \cos sx \right) \cos\mu(x-a) \lambda(x) dx +$$

$$\sum_{s\gtrless\mu} \frac{\mu^2}{s^2} \int_{b_1}^{c_1} \cos\nu y \cos\nu(y-b) \rho(y)\, dy \int_b^c \left(a_s^{(-\nu)} \operatorname{sen} sx + a_{-s}^{(-\nu)} \cos sx \right) \cos\mu(x-a) \lambda(x) dx.$$

Si ha

$$\left(a_s^{(\nu)} \operatorname{sen} sx + a_{-s}^{(\nu)} \cos sx \right) \cos\mu(x-a) =$$

$$\tfrac{1}{2}\left(a_s^{(\nu)} \cos sa - a_{-s}^{(\nu)} \operatorname{sen} sa \right) \left(\operatorname{sen}(s+\mu)(x-a) + \operatorname{sen}(s-\mu)(x-a) \right) +$$

$$\tfrac{1}{2}\left(a_s^{(\nu)} \operatorname{sen} sa + a_{-s}^{(\nu)} \cos sa \right) \left(\cos(s+\mu)(x-a) + \cos(s-\mu)(x-a) \right) =$$

$$p_s (D_{s+\mu} + D_{s-\mu}) + q_s (E_{s+\mu} + E_{s-\mu}),$$

e così pure

$$\left(a_s^{(-\nu)} \operatorname{sen} sx + a_{-s}^{(-\nu)} \cos sx \right) \cos\mu(x-a) = r_s (D_{s+\mu} + D_{s-\mu}) + t_s (E_{s+\mu} + E_{s-\mu}).$$

La serie precedente può quindi porsi nella forma:

$$\sum_{s \gtreqless \mu} \frac{\mu^2}{s^2} \int_{b_1}^{c_1} \operatorname{sen} \nu y \cos \nu (y-b) \rho(y) dy \left(p_s \int_b^c D_{s\pm\mu} \lambda(x) dx + q_s \int_b^c E_{s\pm\mu} \lambda(x) dx \right) +$$

$$\sum_{s \gtreqless \mu} \frac{\mu^2}{s^2} \int_{b_1}^{c_1} \cos \nu y \cos \nu (y-b) \rho(y) dy \left(r_s \int_b^c D_{s\pm\mu} \lambda(x) dx + t_s \int_b^c E_{s\pm\mu} \lambda(x) dx \right).$$

Supposto che si abbia

$$p_s \left[\frac{d}{dx} (D_{s\pm\mu}) \lambda(x) \right]_b^c = p_s \left[D_{s\pm\mu} \lambda'(x) \right]_b^c = 0, q_s \left[\frac{d}{dx} (E_{s\pm\mu}) \lambda(x) \right]_b^c = q_s \left[E_{s\pm\mu} \lambda'(x) \right]_b^c = 0,$$

$$r_s \left[\frac{d}{dx} (D_{s\pm\mu}) \lambda(x) \right]_b^c = r_s \left[D_{s\pm\mu} \lambda'(x) \right]_b^c = 0, t_s \left[\frac{d}{dx} (E_{s\pm\mu}) \lambda(x) \right]_b^c = t_s \left[E_{s\pm\mu} \lambda'(x) \right]_b^c = 0,$$

l'ultima espressione potrà porsi nell'aspetto:

$$-\int_{b_1}^{c_1} \operatorname{sen} \nu y \cos \nu (y-b) \rho(y) dy \sum_{s \gtreqless \mu} \frac{\mu^2}{s^2 (s \pm \mu)^2} \left(p_s \int_b^c D_{s\pm\mu} \lambda''(x) dx + q_s \int_b^c E_{s\pm\mu} \lambda''(x) dx \right)$$

$$-\int_{b_1}^{c_1} \cos \nu y \cos \nu (y-b) \rho(y) dy \sum_{s \gtreqless \mu} \frac{\mu^2}{s^2 (s \pm \mu)^2} \left(r_s \int_b^c D_{s\pm\mu} \lambda''(x) dx + t_s \int_b^c E_{s\pm\mu} \lambda''(x) dx \right);$$

essa si annulla quindi con $\frac{1}{\mu\nu}$.

Anche la espressione

$$\sum_{t \gtreqless \nu} \frac{\nu^2}{t^2} \int_{c_1}^{c_1} \int_b^c B_\mu^{(t)} \lambda(x) \rho(y) \cos \mu (x-a) \cos \nu (y-b) \, dx \, dy$$

tende a zero con $\frac{1}{\mu\nu}$.

Infatti,

$$B_\mu^{(t)} \cos \nu (y-d) =$$

$$\left[\left(a_\mu^{(t)} \operatorname{sen} ty + a_\mu^{(-t)} \cos ty \right) \operatorname{sen} \mu x + \left(a_{-\mu}^{(t)} \operatorname{sen} ty + a_{-\mu}^{(-t)} \cos ty \right) \cos \mu x \right] \cos \nu (y-d),$$

$$\left(a_\mu^{(t)} \operatorname{sen} ty + a_\mu^{(-t)} \cos ty \right) \cos \nu (y-d) =$$

$$\tfrac{1}{2} \left(a_\mu^{(t)} \cos td - a_\mu^{(-t)} \operatorname{sen} td \right) \left(\operatorname{sen} (t+\nu)(y-d) + \operatorname{sen} (t-\nu)(y-d) \right) +$$

$$\tfrac{1}{2} \left(a_\mu^{(t)} \operatorname{sen} td + a_\mu^{(-t)} \cos td \right) \left(\cos (t+\nu)(y-d) + \cos (t-\nu)(y-d) \right) =$$

$$p'_t (C_{t+\nu} + C_{t-\nu}) + q'_t (F_{t+\nu} + F_{t-\nu}),$$

$$\left(a_{-\mu}^{(t)} \operatorname{sen} ty + a_{-\mu}^{(-t)} \cos ty \right) \cos \nu (y-d) = r'_t (C_{t+\nu} + C_{t-\nu}) + s'_t (F_{t+\nu} + F_{t-\nu}).$$

La serie precedente può dunque porsi nella forma:

$$-\int_b^c \lambda(x)\,\text{sen}\,\mu x\,\text{sen}\,\mu(x-a)\,dx \sum_{t \gtrless \nu} \frac{\nu^2}{t^2(t\pm\nu)^2}\left(p'_t \int_{b_1}^{c_1} \rho''(y)\,C_{t\pm\nu}\,dy + q'_t \int_{b_1}^{c_1} \rho''(y)\,F_{t\pm\nu}\,dy\right)$$

$$-\int_b^c \lambda(x)\cos\mu x\cos\mu(x-a)\,dx \sum_{t \gtrless \nu} \frac{\nu^2}{t^2(t\pm\nu)^2}\left(r'_t \int_{b_1}^{c_1} \rho''(y)\,C_{t\pm\nu}\,dy + s'_t \int_{b_1}^{c_1} \rho''(y)\,F_{t\pm\nu}\,dy\right),$$

quando si abbia

$$p'_t\left[\frac{d}{dy}(C_{t\pm\nu})\rho(y)\right]_{b_1}^{c_1} = p'_t\left[C_{t\pm\nu}\rho'(y)\right]_{b_1}^{c_1} = 0\,,\quad q'_t\left[\frac{d}{dy}(F_{t\pm\nu})\,\rho(y)\right]_{b_1}^{c_1} = q'_t\left[F_{t\pm\nu}\rho'(y)\right]_{b_1}^{c_1} = 0,$$

$$r'_t\left[\frac{d}{dy}(C_{t\pm\nu})\rho(y)\right]_{b_1}^{c_1} = r'_t\left[C_{t\pm\nu}\rho'(y)\right]_{b_1}^{c_1} = 0\,,\quad s'_t\left[\frac{d}{dy}(F_{t\pm\nu})\,\rho(y)\right]_{b_1}^{c_1} = s'_t\left[F_{t\pm\nu}\rho'(y)\right]_{b_1}^{c_1} = 0.$$

Il teorema è quindi dimostrato.

Teorema IV. L'integrale

$$\mu^2\int_{b_1}^{c_1}\int_b^c\left(F(x,y) - \frac{B_0^{(0)}}{4}x^2y^2 + \frac{y^2}{2}\sum_1^s B_s^{(0)}\frac{1}{s^2} + \frac{x^2}{2}\sum_1^s B_0^{(s)}\frac{1}{s^2}\right)\cos\nu(y-d)\cos\mu(x-a)\,\rho(y)\,\lambda(x)\,dy\,dx$$

si annulla con $\frac{1}{\mu\nu}$, se $\lambda(x)$ soddisfa alle condizioni indicate nella proposizione precedente e $\rho(y)$ è continua nell' intervallo $b_1 c_1$.

Abbiamo, tenendo le notazioni precedenti,

$$\mu^2 \sum_{s \gtrless \mu} \sum_1^t \frac{1}{s^2 t^2}\int_{b_1}^{c_1}\int_b^c B_s^{(t)}\,\rho(y)\,\lambda(x)\cos\nu(y-d)\cos\mu(x-a)\,dy\,dx =$$

$$-\sum_{s \gtrless \mu} \sum_1^t L_s^{(t)} \frac{\mu^2}{s^2(s\pm\mu)^2}\frac{1}{t^2}\int_b^c D_{s\pm\mu}\,\lambda''(x)\,dx \int_{b_1}^{c_1} C_{t\pm\nu}\,\rho(y)\,dy$$

$$-\sum_{s \gtrless \mu} \sum_1^t M_s^{(t)} \frac{\mu^2}{s^2(s\pm\mu)^2}\frac{1}{t^2}\int_b^c E_{s\pm\mu}\,\lambda''(x)\,dx \int_{b_1}^{c_1} C_{t\pm\nu}\,\rho(x)\,dy$$

$$-\sum_{s \gtrless \mu} \sum_1^t N_s^{(t)} \frac{\mu^2}{s^2(s\pm\mu)^2}\frac{1}{t^2}\int_b^c D_{s\pm\mu}\,\lambda''(x)\,dx \int_{b_1}^{c_1} F_{t\pm\nu}\,\rho(x)\,dy$$

$$-\sum_{s \gtrless \mu} \sum_1^t R_s^{(t)} \frac{\mu^2}{s^2(s\pm\mu)^2}\frac{1}{t^2}\int_b^c E_{s\pm\mu}\,\lambda''(x)\,dx \int_{b_1}^{c_1} F_{t\pm\nu}\,\rho(y)\,dy,$$

e questo aggregato si annulla con $\frac{1}{\mu\nu}$. Ci resta a considerare la espressione

$$\Sigma_1^t \frac{1}{t^2} \int_{b_1}^{c_1} \int_b^c B_\mu^{(t)} \rho(y) \lambda(x) \cos\mu(x-a) \cos\nu(y-d)\, dx\, dy.$$

Ora,

$$B_\mu^{(t)} \cos\mu(x-a)\cos\nu(y-d) = L_\mu^{(t)} (D_{\mu+\mu} + D_{\mu-\mu})(C_{t+\nu} + C_{t-\nu}) +$$

$$M_\mu^{(t)} (E_{\mu+\mu} + E_{\mu-\mu})(C_{t+\nu} + C_{t+\nu}) + N_\mu^{(t)} (D_{\mu+\mu} + D_{\mu-\mu})(F_{t+\nu} + F_{t-\nu}) +$$

$$R_\mu^{(t)} (E_{\mu+\mu} + E_{\mu-\mu})(F_{t+\nu} + F_{t-\nu}),$$

e di conseguenza:

$$\Sigma_1^t \frac{1}{t^2} \int_{b_1}^{c_1} \int_b^c B_\mu^{(t)} \rho(y) \lambda(x) \cos\nu(y-d) \cos\mu(x-a)\, dy\, dx +$$

$$\Sigma_1^t \frac{1}{t^2} L_\mu^{(t)} \int_b^c D_{\mu\pm\mu} \lambda(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} C_{t\pm\nu} \rho(y)\, dy + \Sigma_1^t \frac{1}{t^2} M_\mu^{(t)} \int_b^c E_{\mu\pm\mu} \lambda(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} C_{t\pm\nu} \rho(y)\, dy +$$

$$\Sigma_1^t \frac{1}{t^2} N_\mu^{(t)} \int_b^c D_{\mu\pm\mu} \lambda(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} F_{t\pm\nu} \rho(y)\, dy + \Sigma_1^t \frac{1}{t^2} R_\mu^{(t)} \int_b^c E_{\mu\pm\mu} \lambda(x)\, dx \int_{b_1}^{c_1} F_{t\pm\nu} \rho(y)\, dy,$$

laonde:

$$0 = \lim_{\nu.\mu=\infty} \Sigma_1^t \frac{1}{t^2} \int_{b_1}^{c_1} \int_b^c B_\mu^{(t)} \rho(y) \lambda(x) \cos\nu(y-d) \cos\mu(x-a)\, dy\, dx.$$

Teorema V. L' integrale

$$\int_{b_1}^{c_1} \int_b^c \left(F(x,y) - \frac{B_0^{(0)}}{4} x^2 y^2 + \frac{y^2}{2} \Sigma_1^s B_s^{(0)} \frac{1}{s^2} + \frac{x^2}{2} \Sigma_1^s B_0^{(s)} \frac{1}{s^2} \right) \cos\nu(y-d) \cos\mu(x-a) \lambda(x) \rho(y)\, dx dy$$

si annulla con $\frac{1}{\mu\nu}$, quando le funzioni $\lambda(x)$ e $\rho(y)$ sieno continue rispettivamente negli intervalli bc e b_1c_1.

III.

1. Giovandoci dei teoremi precedenti possiamo asserire quanto segue circa alla rappresentabilità di una funzione di due variabili doppiamente periodica secondo 2π per serie trigonometrica, il cui termine generale si annulla uniformemente, quale si sia il punto considerato.

I. Affinchè una funzione $f(x, y)$ doppiamente periodica secondo 2π sia esprimibile per serie doppia trigonometrica, il cui termine generale si annulla uniformemente, quale si sia il punto considerato, deve esistere una funzione ovunque continua $F(x, y)$ e tale, che sia $\lim\limits_{\alpha=0} \varphi(\alpha) = f(x, y)$ in particolare per ogni punto in cui il simbolo $f(x, y)$ ha significato. La funzione $F(x, y)$ dee potersi trasformare in una funzione doppiamente periodica secondo 2π mediante sottrazione di una quantità della forma

$$B_0^{(0)} \frac{x^2 y^2}{4} - \frac{x^2}{2} \sum_1^t B_0^{(t)} \frac{1}{t^2} - \frac{y^2}{2} \sum_1^t B_t^{(0)} \frac{1}{t^2} = \theta(x, y),$$

e ciascuna delle due serie

$$\sum_1^t B_0^{(t)}, \quad \sum_1^t B_t^{(0)}$$

dee convergere per ogni coppia particolare di valori di x e di y, mentre si ha

$$\int_0^{2\pi} (F-\theta)\, dx = \int_0^{2\pi} (F-\theta)\, dy = 0.$$

II. L' integrale

$$\mu^2 \nu^2 \int_{b_1}^{c_1} dy \int_b^c (F-\theta)\, \lambda(x)\, \rho(y) \cos\mu(x-a) \cos\nu(y-d)\, dx$$

dee annullarsi con $\frac{1}{\mu\nu}$, a e d essendo due costanti arbitrarie e $\lambda(x)$ e $\rho(y)$ due funzioni, che soddisfanno alle condizioni indicate al teorema terzo del N° che precede.

2. Reciprocamente, se sono soddisfatte queste condizioni esiste una serie trigonometrica i cui coefficienti si annullano uniformemente, quale si sia il punto considerato, e che rappresenta la $f(x, y)$ in ciascun punto in cui converge ed in cui il simbolo $f(x, y)$ ha significato.

Infatti, posto

$$\theta(x, y) = \frac{B_0^{(0)}}{4} x^2 y^2 - \frac{x^2}{2} \sum_1^t B_0^{(t)} \frac{1}{t^2} - \frac{y^2}{2} \sum_1^t B_t^{(0)} \frac{1}{t^2},$$

facciamo:

$$B_\mu^{(\nu)} = \left(a_\mu^{(\nu)} \operatorname{sen}\mu x + a_{-\mu}^{(\nu)} \cos\mu x\right) \operatorname{sen}\nu y + \left(a_\mu^{(-\nu)} \operatorname{sen}\mu x + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos\mu x\right) \cos\nu y =$$

$$\frac{\mu^2 \nu^2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \Big(F(u, v) - \theta(u, v)\Big) \cos\mu(u-x) \cos\nu(v-y)\, du\, dv.$$

Il termine $B_{\mu}^{(\nu)}$ si annulla con $\frac{1}{\mu+\nu}$, qualunque sia il punto considerato, per la ipotesi II. Ed invero, sieno $\lambda(x)$ e $\rho(y)$ due funzioni continue nell' intervallo $b_1 c_1$ $(b_1 < 0, 2\pi < c_1, -b_1 = c_1 - 2\pi)$ con le loro derivate prime ed insieme a queste nulle ai limiti, di cui le derivate seconde sono scevre da infiniti massimi e minimi. Si abbia poi $\lambda(x) = \rho(y) = 1$, essendo $0 < x < 2\pi$, $0 < y < 2\pi$, e di conseguenza: $\lambda(0) = \rho(0) = \lambda(2\pi) = \rho(2\pi) = 1$. In tale ipotesi l'integrale

$$k = \mu^2 \nu^2 \int_{b_1}^{c_1} \int_{b_1}^{c_1} \Big(F(u, v) - \theta(u, v) \Big) \cos \mu (u - x) \cos \nu (v - y) \lambda(u) \rho(v)\, du\, dv$$

si annulla con $(\mu\nu)^{-1}$, ossia l'aggregato

$$k = \mu^2 \nu^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} (F - \theta) \cos \mu (u - x) \cos \nu (v - y) \lambda(u) \rho(v)\, du\, dv$$

$$+ \mu^2 \nu^2 \int_{b_1}^{c_1 - 2\pi} du \int_{b_1}^{c_1} (F - \theta) \cos \mu (u - x) \cos \nu (v - y) \lambda_1(u) \rho(v)\, dv$$

$$+ \mu^2 \nu^2 \int_{b_1}^{c_1 - 2\pi} dv \int_{b_1}^{c_1} (F - \theta) \cos \mu (u - x) \cos \nu (v - y) \lambda(u) \rho_1(v)\, du$$

$$- \mu^2 \nu^2 \int_{c_1}^{b_1 - 2\pi} \int_{c_1}^{b_1 - 2\pi} (F - \theta) \cos \mu (u - x) \cos \nu (v - y) \lambda_1(u) \rho_1(v)\, du\, dv,$$

quando si abbia

$$\lambda_1(u) = \lambda(u),\ b_1 \leq u \leq 0,\ \lambda_1(u) = \lambda(2\pi + u),\ 0 \leq u \leq c_1 - 2\pi,\ \rho_1(v) = \rho(v),\ b_1 \leq v \leq 0,$$
$$\rho_1(v) = \rho(2\pi + v),\ 0 \leq v \leq c_1 - 2\pi.$$

Gli ultimi tre integrali svaniscono con $\frac{1}{\mu\nu}$, la stessa cosa ha dunque luogo del primo.

La serie

$$\sum_0 {}^{\mu} \sum_0 {}^{\nu} \frac{B_{\mu}^{(\nu)}}{\mu^2 \nu^2}$$

è quindi nelle fatte ipotesi convergente insieme a quella formata dai moduli dei suoi termini. Dalle ricerche del N° successivo risulterà poi che essa è ovunque eguale ad $F - \theta$.

Noi abbiamo ottenuto in tal modo la serie

$$\underset{\smile}{\gamma'} \sum_0 {}^{\nu} \sum_0 {}^{\mu} B_{\mu}^{(\nu)},$$

che, quando venga integrata termine a termine due volte rispetto ad x e due rispetto ad y, dà origine ad una espressione la quale rappresenta la funzione $F(x, y)$.

La sua somma è $f(x, y)$ in ciascun punto in cui converge ed in cui il simbolo $f(x, y)$ ha significato, poichè si ha per ipotesi

$$\lim_{\alpha=0} \frac{1}{16\alpha^4}\Big[F(x+2\alpha, y+2\alpha)+F(x+2\alpha, y-2\alpha)+F(x-2\alpha, y+2\alpha)$$
$$+F(x-2\alpha, y-2\alpha)-2F(x+2\alpha, y)-2F(x-2\alpha, y)-2F(x, y+2\alpha)$$
$$-2F(x, y-2\alpha)+4F(x, y)\Big]=f(x, y).$$

3. Pertanto si domanda, supposto che sieno soddisfatte le condizioni I e II, a qual criterio converrà ricorrere per giudicare se la serie Σ' converga?

A questa questione risponde la ricerca seguente.

Sia $b < x < c$, $b < y < c$, e sieno $\lambda(u)$, $\rho(v)$ funzioni continue nell'intervallo $b\, c$ insieme alle derivate prime e tali, che si abbia $\lambda(b) = \lambda'(b) = \lambda(c) = \lambda'(c) = \rho(b) = \rho'(b) = \rho(c) = \rho'(c) = 0$, mentre le derivate seconde $\lambda''(u)$ e $\rho''(v)$ sono scevre da infiniti massimi e minimi. Sia poi $\lambda(x) = \rho(y) = 1$, $\lambda'(x) = \rho'(y) = \lambda''(x) = \rho''(y) = 0$, e sieno le funzioni $\lambda''(u)$, $\lambda'''(u)$, $\lambda''''(u)$ e $\rho''(v)$, $\rho'''(v)$, $\rho''''(v)$ continue negli intervalli $\overline{x-\varepsilon\ x+\varepsilon}$, $\overline{y-\varepsilon\ y+\varepsilon}$ rispettivamente, ε essendo di quella piccolezza che si vuole.

In queste ipotesi la quantità

$$\sum_1^n{}^{\nu} \sum_1^m{}^{\mu} B_\mu^{(\nu)} - \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(F(u, v)-\theta(u, v)\Big)\frac{d^2}{du^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-x)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-x)}\right]$$
$$\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-y)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-y)}\right]\Big(\lambda(u)+\rho(v)-\lambda(u)\rho(v)\Big)du\, dv$$

si annulla con $\frac{1}{mn}$.

Ed invero, si ha

$$B_\mu^{(\nu)} = \Big(a_\mu^{(\nu)} \operatorname{sen}\mu x + a_{-\mu}^{(\nu)} \cos\mu x\Big)\operatorname{sen}\nu y + \Big(a_\mu^{(-\nu)} \operatorname{sen}\mu x + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos\mu x\Big)\cos\nu y =$$
$$\frac{\mu^2\nu^2}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(F-\theta)\cos\mu(u-x)\cos\nu(v-y)\, du\, dv.$$

D'altra parte,

$$4\sum_1^m{}^{\mu}(-\mu^2)\cos\mu(u-x)\sum_1^n{}^{\nu}(-\nu^2)\cos\nu(v-y) =$$
$$\frac{d^2}{du^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-x)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-x)}\right]\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-y)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-y)}\right],$$

e perciò:

$$\sum_1^m \mu \sum_1^n \nu \, B_\mu^{(\nu)} =$$

$$\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(F(u,v)-\theta(u,v)\Big)\frac{d^2}{du^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-x)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-x)}\right]\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-y)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-y)}\right]du\,dv.$$

Ora, pel teorema III del N° precedente, l'integrale

$$\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(F-\theta)\frac{d^2}{du^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-x)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-x)}\right]\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-y)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-y)}\right]\lambda_1(u)\rho_1(v)\,du\,dv$$

$$(0 < x < 2\pi\,,\quad 0 < y < 2\pi)$$

si annulla insieme ad $\frac{1}{mn}$, se $\lambda_1(0)=\lambda_1(2\pi)$, $\lambda'_1(0)=\lambda'_1(2\pi)$, $\rho_1(0)=\rho_1(2\pi)$, $\rho'_1(0)=\rho'_1(2\pi)$, mentre le funzioni $\lambda_1(u)$, $\lambda'_1(u)$, $\rho_1(v)$, $\rho'_1(v)$ sono continue nel tratto $\overline{02\pi}$, e nello stesso intervallo le derivate seconde $\lambda''_1(u)$, $\rho''_1(v)$ sono scevre da infiniti massimi e minimi, e si ha $\lambda_1(x)=\lambda'_1(x)=\lambda''_1(x)=\rho_1(y)=\rho'_1(y)=\rho''_1(y)=0$. Di più, le derivate λ''_1, λ'''_1, λ''''_1 e ρ''_1, ρ'''_1, ρ''''_1 devono essere continue rispettivamente negli intervalli $\overline{x-\varepsilon}$ $\overline{x+\varepsilon}$, $\overline{y-\varepsilon}$, $\overline{y+\varepsilon}$, ε indicando una quantità arbitrariamente piccola.

Infatti,

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-x)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-x)}=\operatorname{sen} m\,(u-x)\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(u-x)+\cos m\,(u-x)\,,$$

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-y)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-y)}=\operatorname{sen} n\,(v-y)\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(v-y)+\cos n\,(v-y)\,,$$

$$\frac{d^2}{du^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-x)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-x)}\right]=$$

$$-m^2\operatorname{sen} m(u-x)\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(u-x)-m\frac{\cos m\,(u-x)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(u-x)}+\frac{1}{2}\frac{\cos\frac{1}{2}(u-x)\operatorname{sen} m\,(u-x)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}(u-x)}-m^2\cos m\,(u-x)$$

$$\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-y)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-y)}\right]=$$

$$-n^2\operatorname{sen} n(v-y)\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(v-y)-n\frac{\cos n\,(v-y)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}+\frac{1}{2}\frac{\cos\frac{1}{2}(v-y)\operatorname{sen} n\,(v-y)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}(v-y)}-n^2\cos n\,(v-y)\,.$$

Dobbiamo quindi considerare i sedici seguenti integrali

$$\underset{\smile}{1}\quad m^2n^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\operatorname{sen} m\,(u-x)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\,(u-x)}\,\frac{\operatorname{sen} n\,(v-y)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\,(v-y)}\,\lambda_1\,(u)\,\rho_1\,(v)\,du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{2}\quad m^2\,n\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\operatorname{sen} m\,(u-x)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\,(u-x)}\,\frac{\cos n\,(v-y)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\,(v-y)}\,\lambda_1\,(u)\,\rho_1\,(v)\,du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{3}\quad m^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\operatorname{sen} m\,(u-x)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\,(u-x)}\,\frac{\operatorname{sen} n\,(v-y)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}\,(v-y)}\cos\tfrac{1}{2}\,(v-y)\,\lambda_1(u)\rho_1(v)du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{4}\quad m^2n^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\operatorname{sen} m\,(u-x)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\,(u-x)}\cos n\,(v-y)\,\lambda_1\,(u)\,\rho_1\,(v)\,du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{5}\quad mn^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\cos m\,(u-x)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\,(u-x)}\,\frac{\operatorname{sen} n\,(v-y)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\,(v-y)}\,\lambda_1\,(u)\,\rho_1\,(v)\,du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{6}\quad m\,n\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\cos m\,(u-x)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\,(u-x)}\,\frac{\cos n\,(v-y)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\,(v-y)}\,\lambda_1\,(u)\,\rho_1\,(v)\,du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{7}\quad m\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\cos m\,(u-x)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\,(u-x)}\,\frac{\operatorname{sen} n\,(v-y)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}\,(v-y)}\cos\tfrac{1}{2}\,(v-y)\,\lambda_1(u)\rho_1(v)\,du\,dv,$$

$$\underset{\smile}{8}\quad m\,n^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\cos m\,(u-x)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\,(u-x)}\cos n\,(v-y)\,\lambda_1\,(u)\,\rho_1\,(v)\,du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{9}\quad n^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\operatorname{sen} m\,(u-x)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}\,(u-x)}\,\frac{\operatorname{sen} n\,(v-y)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\,(v-y)}\cos\tfrac{1}{2}\,(u-x)\,\lambda_1\,(u)\rho_1\,(v)\,du\,dv,$$

$$\underset{\smile}{10} \quad n\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\operatorname{sen} m\,(u-x)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}\,(u-x)}\,\frac{\cos n\,(v-y)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\,(v-y)}\cos\tfrac{1}{2}\,(u-x)\,\lambda_1(u)\,\rho_1(v)\,du\,dv,$$

$$\underset{\smile}{11} \quad \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\operatorname{sen} m\,(u-x)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}\,(u-x)}\,\frac{\operatorname{sen} n\,(v-y)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}\,(v-y)}\cos\tfrac{1}{2}\,(u-x)\cos\tfrac{1}{2}\,(v-y)\,\lambda_1(u)\,\rho_1(v)\,du\,dv.$$

$$\underset{\smile}{12} \quad n^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\,\frac{\operatorname{sen} m\,(u-x)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}\,(u-x)}\cos n\,(v-y)\cos\tfrac{1}{2}\,(u-x)\,\lambda_1(u)\,\rho_1(v)\,du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{13} \quad m^2n^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\cos m\,(u-x)\,\frac{\operatorname{sen} n\,(v-y)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\,(v-y)}\,\lambda_1(u)\,\rho_1(v)\,du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{14} \quad m^2\,n\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\cos m\,(u-x)\,\frac{\cos n\,(v-y)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}\,\lambda_1(u)\,\rho_1(v)\,du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{15} \quad m^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\cos m\,(u-x)\,\frac{\operatorname{sen} n\,(v-y)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}(v-y)}\cos\tfrac{1}{2}\,(v-y)\,\lambda_1(u)\,\rho_1(v)\,du\,dv\,,$$

$$\underset{\smile}{16} \quad m^2n^2\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\mathrm{F}-\theta)\cos m\,(u-x)\cos n\,(v-y)\,\lambda_1(u)\,\rho_1(v)\,du\,dv.$$

L' integrale $\underset{\smile}{16}$ si annulla con $\frac{1}{mn}$ in virtù del teorema III del N° precedente, poichè si avverte di leggieri che sono soddisfatte tutte le condizioni in esso indicate.

Occupiamoci ora degli altri integrali.

Si ha

$$\Big[\lambda_1(u)\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}\,(u-x)\Big]_{u=x} = \Big[\lambda'_1(u)\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}\,(u-x) - \frac{\lambda_1(u)}{2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\,(u-x)}\Big]_{u=x} = 0\,,$$

$$\Big[\rho_1(v)\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}\,(v-y)\Big]_{v=y} = \Big[\rho'_1(v)\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}\,(v-y) - \frac{\rho_1(v)}{2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\,(v-y)}\Big]_{v=y} = 0\,,$$

$$\Big[\lambda_1(u)\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}\,(u-x)\Big]_{u=0} = \Big[\lambda_1(u)\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}\,(u-x)\Big]_{u=2\pi}\,,$$

$$\Big[\rho_1(v)\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}\,(v-y)\Big]_{v=0} = \Big[\rho_1(v)\operatorname{cotg}\tfrac{1}{2}\,(v-y)\Big]_{v=2\pi}\,,$$

$$\left[\lambda'_1(u)\cot g\tfrac{1}{2}(u-x)-\lambda_1(u)\frac{1}{2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(u-x)}\right]_{u=0}=$$

$$\left[\lambda'_1(u)\cot g\tfrac{1}{2}(u-x)-\lambda_1(u)\frac{1}{2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(u-x)}\right]_{u=2\pi}$$

$$\left[\rho'_1(v)\cot g\tfrac{1}{2}(v-y)-\rho_1(v)\frac{1}{2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}\right]_{v=0}=$$

$$\left[\rho'_1(v)\cot g\tfrac{1}{2}(v-y)-\rho_1(v)\frac{1}{2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}\right]_{v=2\pi}.$$

D'altra parte, le funzioni

$$D^2_{u^2}\left(\lambda_1(u)\cot g\tfrac{1}{2}(u-x)\right)=\lambda''_1(u)\cot g\tfrac{1}{2}(u-x)-\frac{\lambda'_1(u)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(u-x)}+\frac{\lambda_1(u)\cos\frac{1}{2}(u-x)}{2\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}(u-x)},$$

$$D^2_{v^2}\left(\rho_1(v)\cot g\tfrac{1}{2}(v-y)\right)=\rho''_1(v)\cot g\tfrac{1}{2}(v-y)-\frac{\rho'_1(v)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}+\frac{\rho_1(v)\cos\frac{1}{2}(v-y)}{2\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}(v-y)}$$

sono continue in ciascun punto dell'intervallo $0\,2\pi$. Gli integrali $\underbrace{1}$, $\underbrace{4}$, $\underbrace{13}$ si annullano quindi con $\dfrac{1}{mn}$.

La funzione $\dfrac{\rho_1(v)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}$ è nulla quando in essa si faccia $v=y$, di più la derivata

$$D'_v\left[\frac{\rho_1(v)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}\right]=\frac{\rho'_1(v)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}-\frac{\rho_1(v)\cos\frac{1}{2}(v-y)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}(v-y)}$$

è continua nel tratto $0\,2\pi$, mentre si ha

$$\frac{\rho_1(0)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}y}=\frac{\rho_1(2\pi)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}y},\quad \frac{\rho'_1(0)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}y}+\frac{\rho_1(0)\cos\frac{1}{2}y}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}y}=\frac{\rho'_1(2\pi)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}y}+\frac{\rho_1(2\pi)\cos\frac{1}{2}y}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}y}.$$

Abbiamo poi

$$D^2_{v^2}\left[\frac{\rho_1(v)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}\right]=\frac{\rho''_1(v)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}-\frac{2\rho'_1(v)\cos\frac{1}{2}(v-y)}{\operatorname{sen}^3\frac{1}{2}(v-y)}+\rho_1(v)\frac{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)+3\cos^2\frac{1}{2}(v-y)}{2\operatorname{sen}^4\frac{1}{2}(v-y)},$$

e questa funzione è continua in ciascuno degli intervalli $0\,\overline{y-0}$, $\overline{y+0}\,2\pi$ ed è finita nel punto y. Infatti,

$$\frac{\rho_1(v)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}=\frac{\rho_1(v)}{\frac{1}{4}(v-y)^2}\cdot\frac{\frac{1}{4}(v-y)^2}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)},$$

e perciò:

$$\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\rho_1(v)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}\right]=$$

$$\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\rho_1(v)}{\frac{1}{4}(v-y)^2}\right]\frac{\frac{1}{4}(v-y)^2}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}+2\frac{d}{dv}\left[\frac{\rho_1(v)}{\frac{1}{4}(v-y)^2}\right]\frac{d}{dv}\left[\frac{\frac{1}{4}(v-y)^2}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}\right]+\frac{\rho_1(v)}{\frac{1}{4}(v-y)^2}\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\frac{1}{4}(v-y)^2}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}\right].$$

Ora, le funzioni

$$\frac{\rho_1(v)}{\frac{1}{4}(v-y)^2},\quad \frac{\frac{1}{4}(v-y)^2}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)},\quad \frac{d}{dv}\left[\frac{\rho_1(v)}{\frac{1}{4}(v-y)^2}\right],\quad \frac{d}{dv}\left[\frac{\frac{1}{4}(v-y)^2}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}\right],\quad \frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\frac{1}{4}(v-y)^2}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(v-y)}\right],$$

sono continue per $v = y$; resta quindi a considerarsi la espressione

$$\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\rho_1(v)}{(v-y)^2}\right] = \frac{d}{dv}\frac{(v-y)^2\rho'_1(v) - 2(v-y)\rho_1(v)}{(v-y)^4} = \frac{d}{dv}\frac{(v-y)\rho'_1(v) - 2\rho_1(v)}{(v-y)^3} =$$

$$\frac{(v-y)^3\left[\rho'_1(v) + (v-y)\rho''_1(v) - 2\rho'_1(v)\right] - \left[(v-y)\rho'_1(v) - 2\rho_1(v)\right]3(v-y)^2}{(v-y)^6} =$$

$$\frac{(v-y)^2\rho''_1(v) - 4(v-y)\rho'_1(v) + 6\rho_1(v)}{(v-y)^4}.$$

Detto $\psi(v)$ il numeratore della precedente frazione, si ha

$$\psi(y+h) = \psi(y) + \frac{h}{1}\psi'(y) + \frac{h^2}{1.2}\psi''(y+\theta h);$$

ma

$$\psi(y) = 0, \psi'(y) = \left[2(v-y)\rho''_1(v) + (v-y)^2\rho'''_1(v) - 4\rho'_1(v) - 4(v-y)\rho''_1(v) + 6\rho'_1(v)\right]_{v=y} =$$

$$\left[(v-y)^2\rho'''_1(v) - 2(v-y)\rho''_1(v) + 2\rho'_1(v)\right]_{v=y} = 0,$$

e perciò:

$$\psi''(y+\theta h) = \left[2(v-y)\rho'''_1(v) + (v-y)^2\rho''''_1(v) - 2\rho''_1(v) - 2(v-y)\rho'''_1(v) + 2\rho''_1(v)\right]_{v=y+\theta h} =$$

$$\left[(v-y)^2\rho''''_1(v)\right]_{v=y+\theta h} = \theta^2 h^2 \rho''''_1(y+\theta h) \quad (0 < \theta < 1).$$

Il quoto precedente si mantiene quindi finito quando in esso si faccia $v = y \pm 0$, e di conseguenza gli integrali $\underset{\smile}{2}$, $\underset{\smile}{5}$, $\underset{\smile}{6}$, $\underset{\smile}{8}$, $\underset{\smile}{14}$ si annullano con $\frac{1}{mn}$. Osservando poi che la funzione $\rho_1(v)\,\frac{\cos\frac{1}{2}(v-y)}{\text{sen}^3\frac{1}{2}(v-y)}$ è continua nel segmento $0\,2\pi$, ne consegue, pei teoremi IV e V del N° precedente, che ciascuno degli altri integrali si annulla con $\frac{1}{mn}$.

Se poniamo ora

$$\lambda_1(u) = 1 - \lambda(u), \qquad \rho_1(v) = 1 - \rho(v),$$

la differenza

$$\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\text{F}-\theta)\,\frac{d^2}{du^2}\left[\frac{\text{sen}\,\frac{2m+1}{2}(u-x)}{\text{sen}\,\frac{1}{2}(u-x)}\right]\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\text{sen}\,\frac{2n+1}{2}(v-y)}{\text{sen}\,\frac{1}{2}(v-y)}\right]du\,dv -$$

$$\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(\text{F}-\theta)\,\frac{d^2}{du^2}\left[\frac{\text{sen}\,\frac{3m+1}{2}(u-x)}{\text{sen}\,\frac{1}{2}(u-x)}\right]\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\text{sen}\,\frac{2n+1}{2}(v-y)}{\text{sen}\,\frac{1}{2}(v-y)}\right]$$

$$\Big(\lambda(u) + \rho(v) - \lambda(u)\,\rho(v)\Big)\,du\,dv$$

si annulla con $\frac{1}{mn}$, oppure, ciò che è lo stesso, la quantità

$$\sum_1^m \mu \sum_1^n \nu \, B_\mu^{(\nu)} - \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(F-\theta)\frac{d^2}{du^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-x)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-x)}\right]\frac{d^2}{dv^2}\left[\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-y)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-y)}\right]$$

$$\Big(\lambda(u)+\rho(v)-\lambda(u)\rho(v)\Big)\, du\, dv.$$

Il convergere della serie $\sum_{\mu=1}\sum_{\nu=1} B_\mu^{(\nu)}$, di cui il termine generale si annulla uniformemente, qualunque sia il punto considerato, per una coppia particolare di valori di x e di y dipende dal modo di comportarsi della funzione $F(x,y)-\theta(x,y)$ in ciascuno di due rettangoli d'area arbitrariamente piccola paralleli agli assi e che si tagliano internamente in esso punto. Ognuno di questi due parallelogrammi ha una dimensione eguale a 2π.

Se il punto contemplato fosse sovra uno degli assi, a mo' d'esempio su quello delle ascisse, basterebbe sostituire all' intervallo $0\;2\pi$ relativo alla variabile v l'altro $-\pi+\pi$, ed alla funzione $\rho(v)$ una nuova funzione nel segmento $-\eta+\eta'$, η ed η' essendo due grandezze arbitrariamente piccole, la quale gode di proprietà analoghe a quelle della prima. La ricerca precedente poi reggerebbe ancora se il punto considerato cadesse nella origine, oppure soltanto sull' asse delle ordinate.

IV.

1. Illustriamo le ricerche precedenti con un esempio.

Se $f(x,y)$ è una funzione doppiamente periodica secondo 2π e continua, è facile dimostrare che esiste una serie della forma $\underset{\smile}{\alpha'}$, il cui termine generale si annulla uniformemente, quale si sia il punto considerato, e che rappresenta la $f(x,y)$ ove converge.

Infatti, l' integrale

$$F(x,y)=\int_0^y\int_0^y\int_0^x\int_0^x f(x,y)\,dx^2\,dy^2$$

è una funzione ovunque continua dotata delle derivate

$$\frac{\partial F}{\partial x},\ \frac{\partial F}{\partial y},\ \frac{\partial^2 F}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2},\ \frac{\partial^2 F}{\partial x\,\partial y},\ \frac{\partial^3 F}{\partial x^2\,\partial y},\ \frac{\partial^3 F}{\partial x\,\partial y^2},\ \frac{\partial^4 F}{\partial x^2\,\partial y^2}$$

pure ovunque continue. Questa funzione può rendersi doppiamente periodica secondo 2π sottraendo dalla medesima una espressione della forma

$$B_0^{(0)}\frac{x^2y^2}{4}-\frac{x^2}{2}\sum_1 t\, B_0^{(t)}\frac{1}{t^2}-\frac{y^2}{2}\sum_1 t\, B_t^{(0)}\frac{1}{t^2}.$$

Ed invero,

$$\int_0^{x+2\pi}\left[\int_0^x\int_0^y\int_0^y f(x,y)\,dx\,dy^2\right]dx=\int_0^{x+2\pi}\varphi(x,y)\,dx=\int_0^{2\pi}\varphi(x,y)dx+\int_{2\pi}^{2\pi+x}\varphi(x,y)\,dx=$$

$$\theta(y)+\int_0^x\varphi(2\pi+x,y)\,dx.$$

Ora,

$$\varphi(2\pi+x,y)=$$

$$\int_0^{2\pi+x}\left[\int_0^y\int_0^y f(x,y)\,dy^2\right]dx=\int_0^{2\pi}\left[\int_0^y\int_0^y f(x,y)dy^2\right]dx+\int_{2\pi}^{2\pi+x}\left[\int_0^y\int_0^y f(x,y)dy^2\right]dx=$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^y\int_0^y f(x,y)\,dy^2\,dx+\int_0^x\int_0^y\int_0^y f(x,y)\,dy^2\,dx=$$

$$\theta_1(y)+\varphi(x,y),$$

e perciò:

$$\mathrm{F}(x+2\pi,y)=\theta(y)+x\theta_1(y)+\mathrm{F}(x,y),\ \theta(y)=\int_0^{2\pi}\varphi(x,y)\,dx=\int_0^{2\pi}\int_0^x\int_0^y\int_0^y f(x,y)dx^2dy^2,$$

$$\theta_1(y)=\int_0^{2\pi}\int_0^y\int_0^y f(x,y)\,dy^2\,dx\,.$$

Abbiamo poi

$$\mathrm{F}(x+2\pi,y+2\pi)=\theta(y+2\pi)+x\theta_1(y+2\pi)+\mathrm{F}(x,y+2\pi),$$

$$\theta(y+2\pi)=\int_0^{2\pi}\varphi(x,y+2\pi)\,dx,\ \theta_1(y+2\pi)=\int_0^{y+2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^y f(x,y)dy^2\,dx,$$

$$\varphi(x,y+2\pi)=\int_0^{y+2\pi}\int_0^x\int_0^y f(x,y)\,dy^2\,dx=$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^x\int_0^y f(x,y)\,dy^2\,dx+\int_{2\pi}^{2\pi+y}\int_0^x\int_0^y f(x,y)\,dy^2\,dx=\int_0^{2\pi}\psi(x,y)\,dy+\int_0^y\psi(x,y+2\pi)\,dy=$$

$$\lambda(x)+\int_0^y\left(\int_0^{2\pi+y}\int_0^x f(x,y)\,dx\,dy\right)dy=$$

$$\lambda(x)+\int_0^y\left[\int_0^{2\pi}\int_0^x f(x,y)\,dx\,dy+\int_{2\pi}^{2\pi+y}\int_0^x f(x,y)\,dx\,dy\right]dy=$$

$$\lambda(x)+\int_0^y\lambda_1(x)\,dy+\int_0^y\psi(x,y)\,dy=\lambda(x)+y\lambda_1(x)+\int_0^y\psi(x,y)\,dy\,,$$

quindi:

$$\theta(y+2\pi)=\int_0^{2\pi}\lambda(x)\,dx+y\int_0^{2\pi}\lambda_1(x)\,dx+\int_0^{2\pi}\int_0^{y}\psi(x,y)\,dx\,dy=$$

$$C+yC_1+\int_0^{y}\int_0^{2\pi}\psi(x,y)\,dx\,dy=C+yC_1+\theta(y)\,,$$

essendo

$$C=\int_0^{2\pi}\lambda(x)\,dx\,,\ \ \lambda(x)=\int_0^{2\pi}\psi(x,y)\,dy\,,\ \ \psi(x,y)=\int_0^{x}\int_0^{y}f(x,y)\,dx\,dy\,,$$

$$C_1=\int_0^{2\pi}\lambda_1(x)\,dx\,,\ \lambda_1(x)=\int_0^{2\pi}\int_0^{x}f(x,y)\,dx\,dy\,.$$

Ora,

$$\theta_1(y+2\pi)=\int_0^{2\pi+y}\int_0^{2\pi}\int_0^{y}f(x,y)\,dy^2\,dx=\left(\int_0^{2\pi}+\int_{2\pi}^{2\pi+y}\right)\left(\int_0^{2\pi}\int_0^{y}f(x,y)\,dx\,dy\right)dy=$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{y}f(x,y)\,dy^2\,dx+\int_{2\pi}^{2\pi+y}\int_0^{2\pi}\int_0^{y}f(x,y)\,dx\,dy^2=K+\int_0^{2\pi}\int_0^{y}\int_0^{2\pi+y}f(x,y)\,dx\,dy^2=$$

$$K+\int_0^{y}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}f(x,y)\,dx\,dy^2+\int_0^{y}\int_0^{2\pi}\int_0^{y}f(x,y)\,dy^2\,dx=K+yL+\theta_1(y)\,,$$

mentre si ha

$$K=\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{y}f(x,y)\,dy^2\,dx,\quad L=\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}f(x,y)\,dx\,dy\,.$$

D'altra parte,

$$F(x,y+2\pi)=F(x,y)+\gamma(x)+y\gamma_1(x)\,,$$

$$\gamma(x)=\int_0^{2\pi}\int_0^{y}\int_0^{x}\int_0^{x}f(x,y)\,dy^2\,dx^2,\ \ \gamma_1(x)=\int_0^{2\pi}\int_0^{x}\int_0^{x}f(x,y)\,dy\,dx^2,$$

per cui finalmente:

$$F(x+2\pi,\,y+2\pi)=F(x,y)+\gamma(x)+\theta(y)+y\gamma_1(x)+x\theta_1(y)+xyL+xK+yC_1+C\,.$$

Possiamo quindi render doppiamente periodica secondo 2π la funzione

$$\mathrm{F}(x,y) - \frac{y}{2\pi}\gamma(x) - \frac{x}{2\pi}\theta(y) + \frac{y}{2}\gamma_1(x) + \frac{x}{2}\theta_1(y) +$$

$$\frac{xy}{4\pi^2}(\mathrm{C}-\pi\mathrm{C}_1-\pi\mathrm{K}+\pi^2\mathrm{L}) + \frac{y^2}{2}\frac{1}{2\pi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\mathrm{C}_1-\pi\mathrm{L}}{2\pi}x + \frac{\mathrm{L}}{4\pi}x^2 - \gamma_1(x)\right)dx +$$

$$\frac{x^2}{2}\frac{1}{2\pi}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\mathrm{K}-\pi\mathrm{L}}{2\pi}y + \frac{\mathrm{L}}{2\pi}\frac{y^2}{2} - \theta_1(y)\right)dy,$$

sottraendo dalla medesima un' espressione della forma

$$\mathrm{S}\frac{x^2y^2}{2} - \frac{y^2}{2}\omega(y) - \frac{x^2}{2}\omega_1(x),$$

ove S è una costante.

Infatti, si ha

$$\mathrm{F}(x+2\pi,y) - \frac{\alpha}{2}(x+2\pi)^2 - \beta(x+2\pi) =$$

$$\mathrm{F}(x,y) + \theta(y) + x\theta_1(y) - \frac{\alpha}{2}x^2 - \frac{\alpha}{2}4\pi^2 - \frac{\alpha}{2}4\pi x - \beta x - \beta 2\pi,$$

e se facciamo

$$\alpha = \frac{\theta_1(y)}{2\pi}, \quad \beta = \frac{\theta(y) - 2\pi^2\dfrac{\theta_1(y)}{2\pi}}{2\pi} = \frac{\theta(y) - \pi\theta_1(y)}{2\pi},$$

la funzione

$$\mathrm{F}(x,y) - \frac{x^2}{4\pi}\theta_1(y) - x\frac{\theta(y)-\pi\theta_1(y)}{2\pi}$$

risulta periodica secondo 2π rispetto ad x.

Abbiamo altresì

$$\mathrm{F}(x,y+2\pi) - x^2\frac{\theta_1(y+2\pi)}{4\pi} - x\frac{\theta(y+2\pi) - \pi\theta_1(y+2\pi)}{2\pi} =$$

$$\mathrm{F}(x,y) + \gamma(x) + y\gamma_1(x) - x^2\frac{\mathrm{K}+y\mathrm{L}+\theta_1(y)}{4\pi} - x\frac{\mathrm{C}+y\mathrm{C}_1+\theta(y) - \pi\left(\mathrm{K}+y\mathrm{L}+\theta_1(y)\right)}{2\pi},$$

e quindi la funzione

$$p(x,y) = \mathrm{F}(x,y) - \frac{\alpha_1}{2}y^2 - \beta_1 y - \frac{x^2}{4\pi}\left(\theta_1(y) - \frac{a}{2}y^2 - by\right) -$$

$$\frac{x}{2\pi}\left(\theta(y) - \frac{a_1}{2}y^2 - b_1 y - \pi\left(\theta_1(y) - \frac{a}{2}y^2 - by\right)\right)$$

è periodica secondo 2π rispetto ad y, essendo

$$\alpha_1 = \frac{\gamma_1(x)}{2\pi}, \ \beta_1 = \frac{\gamma(x) - \pi\gamma_1(x)}{2\pi}, \ a = \frac{L}{2\pi}, \ b = \frac{K - \pi L}{2\pi}, \ a_1 = \frac{C_1}{2\pi}, \ b_1 = \frac{C - \pi C_1}{2\pi}.$$

È facile vedere che essa lo è anche rispetto ad x. Ed invero, ciò ha luogo della espressione

$$F(x,y) - \frac{x^2}{4\pi}\theta_1(y) - \frac{x}{2\pi}\Big(\theta(y) - \pi\theta_1(y)\Big),$$

basta quindi dimostrare che altrettanto si verifica della quantità

$$-\frac{\gamma_1(x)}{2\pi}\frac{y^2}{2} - \frac{\gamma(x) - \pi\gamma_1(x)}{2\pi}y + \frac{x^2}{4\pi}\left(\frac{L}{4\pi}y^2 + \frac{K - \pi L}{2\pi}y\right) +$$

$$\frac{x}{2\pi}\left(\frac{C_1}{4\pi}y^2 + \frac{C - \pi C_1}{2\pi}y - \pi\left(\frac{L}{4\pi}y^2 + \frac{K - \pi L}{2\pi}y\right)\right).$$

Ora,

$$\gamma_1(x + 2\pi) = \int_0^{2\pi + x}\int_0^{2\pi}\int_0^x f(x,y)\,dy\,dx^2 =$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^x f(x,y)\,dy\,dx^2 + \int_{2\pi}^{2\pi + x}\int_0^{2\pi}\int_0^x f(x,y)\,dy\,dx^2 =$$

$$C_1 + \int_0^x\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x,y)\,dy\,dx^2 + \int_0^x\int_0^x\int_0^{2\pi} f(x,y)\,dy\,dx^2 = C_1 + xL + \gamma_1(x),$$

$$\gamma(x + 2\pi) = \int_0^{2\pi + x}\int_0^{2\pi}\int_0^y\int_0^x f(x,y)\,dy^2\,dx^2 =$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^y\int_0^x f(x,y)\,dy^2\,dx^2 + \int_{2\pi}^{2\pi + x}\int_0^{2\pi}\int_0^y\int_0^x f(x,y)\,dy^2\,dx^2 =$$

$$C + \int_0^{2\pi}\int_0^y\int_{2\pi}^{2\pi + x}\int_0^x f(x,y)\,dy^2\,dx^2 = C + \int_0^{2\pi}\int_0^y\int_0^x\int_0^{2\pi + x} f(x,y)\,dy^2\,dx^2 =$$

$$C + \int_0^{2\pi}\int_0^y\int_0^x\left(\int_0^{2\pi} + \int_{2\pi}^{2\pi + x}\right) f(x,y)\,dx^2\,dy^2 = C + xK + \gamma(x).$$

Di conseguenza:

$$-\frac{\gamma_1(x)+Lx+C_1}{2\pi}\frac{y^2}{2}-\frac{\gamma(x)+Kx+C-\pi\left(\gamma_1(x)+Lx+C_1\right)}{2\pi}y+$$

$$\frac{x^2+4\pi^2+4\pi x}{4\pi}\left(\frac{L}{4\pi}y^2+\frac{K-\pi L}{2\pi}y\right)+\frac{x+2\pi}{2\pi}\left(\frac{C_1}{4\pi}y^2+\frac{C-\pi C_1}{2\pi}y-\pi\left(\frac{L}{4\pi}y^2+\frac{K-\pi L}{2\pi}y\right)\right)-$$

$$\left[-\frac{\gamma_1(x)}{2\pi}\frac{y^2}{2}-\frac{\gamma(x)-\pi\gamma_1(x)}{2\pi}y+\frac{x^2}{4\pi}\left(\frac{L}{4\pi}y^2+\frac{K-\pi L}{2\pi}y\right)+\frac{x}{2\pi}\left(\frac{C_1}{4\pi}y^2+\frac{C-\pi C_1}{2\pi}y-\pi\left(\frac{L}{4\pi}y^2+\frac{K-\pi L}{2\pi}y\right)\right)\right]=$$

$$-\frac{Lx+C_1}{2\pi}\frac{y^2}{2}-\frac{Kx+C-\pi(Lx+C_1)}{2\pi}y+(\pi+x)\left(\frac{L}{4\pi}y^2+\frac{K-\pi L}{2\pi}y\right)+\frac{C_1}{4\pi}y^2+\frac{C-\pi C_1}{2\pi}y-$$

$$\pi\left(\frac{L}{4\pi}y^2+\frac{K-\pi L}{2\pi}y\right)=0.$$

Abbiamo dunque:

$$p(x+2\pi,\ y+2\pi)=p(x,y),$$

e la funzione

$$q(x,y)=F(x,y)-\frac{y}{2\pi}\gamma(x)-\frac{x}{2\pi}\theta(y)+\frac{y}{2}\gamma_1(x)+\frac{x}{2}\theta_1(y)+\frac{xy}{4\pi^2}(C-\pi C_1-\pi K+\pi^2 L)+$$

$$\frac{y^2}{2}\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{C_1-\pi L}{2\pi}x+\frac{L}{4\pi}x^2-\gamma_1(x)\right)dx+\frac{x^2}{2}\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{K-\pi L}{2\pi}y+\frac{L}{2\pi}\frac{y^2}{2}-\theta_1(y)\right)dy$$

può rendersi doppiamente periodica secondo 2π, quando si tolga dalla medesima la espressione

$$r(x,y)=\frac{L}{16\pi^2}x^2y^2-\frac{y^2}{2}\frac{1}{2\pi}\left(\frac{C_1-\pi L}{2\pi}x+\frac{L}{4\pi}x^2-\gamma_1(x)\right)-\frac{x^2}{2}\frac{1}{2\pi}\left(\frac{K-\pi L}{2\pi}y+\frac{L}{2\pi}\frac{y^2}{2}-\theta_1(y)\right)+$$

$$\frac{y^2}{2}\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{C_1-\pi L}{2\pi}x+\frac{L}{4\pi}x^2-\gamma_1(x)\right)dx+\frac{x^2}{2}\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{K-\pi L}{2\pi}y+\frac{L}{2\pi}\frac{y^2}{2}-\theta_1(y)\right)dy,$$

che manifestamente può presentarsi sotto all'aspetto

$$B_0^{(0)}\frac{x^2y^2}{4}-\frac{x^2}{2}\sum_1 t\, B_0^{(t)}\frac{1}{t^2}-\frac{y^2}{2}\sum_1 t\, B_t^{(0)}\frac{1}{t^2}.$$

2. Si ha

$$\lim_{\alpha=0}\frac{1}{16\alpha^4}\Big[q(x+2\alpha,y+2\alpha)+q(x+2\alpha,y-2\alpha)+q(x-2\alpha,y+2\alpha)+q(x-2\alpha,y-2\alpha)-$$

$$2q(x+2\alpha,y)-2q(x,y+2\alpha)-2q(x-2\alpha,y)-2q(x,y-2\alpha)+4q(x,y)\Big]=f(x,y),$$

quale si sia il punto considerato.

Ed invero, rappresentando il primo membro della eguaglianza precedente con uno o coll'altro dei due simboli

$$\frac{\partial^4 q}{(\partial x\,\partial y)^2},\qquad \frac{\partial^4 q}{(\partial y\,\partial x)^2},$$

si verifica facilmente che si ha

$$\frac{\partial^4 q}{(\partial x\,\partial y)^2}-\frac{\partial^4 \mathrm{F}}{(\partial x\,\partial y)^2}=0.$$

Ora,

$$\mathrm{F}\,(x\pm 2\alpha,\, y\pm 2\alpha)=\int_0^{x\mp 2\alpha}\int_0^{y\pm 2\alpha}\psi\,(x',\,y')\,dx'\,dy'=$$

$$\left(\int_0^x\int_0^y+\int_0^x\int_y^{y\pm 2\alpha}+\int_x^{x\pm 2\alpha}\int_0^y+\int_x^{x\pm 2\alpha}\int_y^{y\pm 2\alpha}\right)\psi(\,x',\,y')\,dx'\,dy',$$

essendo

$$\psi\,(x',y')=\int_0^{x'}\int_0^{y'}f(x,\,y)\,dx\,dy.$$

$$\mathrm{F}\,(x\pm 2\alpha,\,y)=\int_0^{x\pm 2\alpha}\int_0^y\psi\,(x',\,y')\,dx'dy'=\left(\int_0^x\int_0^y+\int_x^{x\pm 2\alpha}\int_0^y\right)\psi\,(x',\,y')\,dx'dy',$$

$$\mathrm{F}\,(x,\,y\pm 2\alpha)=\int_0^x\int_0^{y\pm 2\alpha}\psi\,(x',\,y')\,dx'\,dy'=\left(\int_0^x\int_0^y+\int_0^x\int_y^{y\pm 2\alpha}\right)\psi\,(x',\,y')\,dx'\,dy'.$$

Perciò:

$$\mathrm{F}\,(x+2\alpha,\,y+2\alpha)+\mathrm{F}\,(x+2\alpha,\,y-2\alpha)+\mathrm{F}\,(x-2\alpha,\,y+2\alpha)+\mathrm{F}\,(x-2\alpha.\,y-2\alpha)-$$
$$2\mathrm{F}\,(x+2\alpha,\,y)-2\mathrm{F}\,x-2\alpha,\,y)-2\mathrm{F}\,(x,\,y+2\alpha)-2\mathrm{F}\,(x,\,y-2\alpha)+4\mathrm{F}\,(x,y)=$$

$$\left(\int_x^{x+2\alpha}\int_y^{y+2\alpha}+\int_x^{x-2\alpha}\int_y^{y+2\alpha}+\int_x^{x+2\alpha}\int_y^{y-2\alpha}+\int_x^{x-2\alpha}\int_y^{y-2\alpha}\right)\psi(x',\,y')\,dx'\,dy'=$$

$$\int_0^{2\alpha}\int_0^{2\alpha}\psi\,(x+\beta,y+\gamma)\,d\beta\,d\gamma-\int_0^{2\alpha}\int_0^{2\alpha}\psi\,(x-\beta,\,y+\gamma)\,d\beta\,d\gamma-$$

$$\int_0^{2\alpha}\int_0^{2\alpha}\psi\,(x+\beta,\,y-\gamma)\,d\beta\,d\gamma+\int_0^{2\alpha}\int_0^{2\alpha}\psi\,(x-\beta,\,y-\gamma)\,d\beta\,d\gamma=$$

$$\int_0^{2\alpha}\int_0^{2\alpha}\Big[\psi\,(x+\beta,y+\gamma)-\psi\,(x-\beta,y+\gamma)-\psi\,(x+\beta,y-\gamma)+\psi\,(x-\beta,y-\gamma)\Big]d\beta d\gamma.$$

D'altra parte,

$$\psi(x\pm\beta,y\pm\gamma)=\int_0^{x\pm\beta}\int_0^{y\pm\gamma}f(x',\,y')\,dx'\,dy'=$$

$$\left(\int_0^x\int_0^y+\int_0^x\int_y^{y\pm\gamma}+\int_x^{x\pm\beta}\int_0^y+\int_x^{x\pm\beta}\int_y^{y\pm\gamma}\right)f(x',\,y')\,dx'\,dy',$$

per cui:

$$\psi(x+\beta, y+\gamma)-\psi(x-\beta, y+\gamma)-\psi(x+\beta, y-\gamma)+\psi(x-\beta, y-\gamma)=$$

$$\left(\int_x^{x+\beta}\int_y^{y+\gamma}+\int_x^{x-\beta}\int_y^{y-\gamma}-\int_x^{x+\beta}\int_y^{y-\gamma}-\int_x^{x-\beta}\int_y^{y+\gamma}\right)f(x',y')\,dx'\,dy'=$$

$$\int_0^{\beta}\int_0^{\gamma}\Big[f(x+\beta',y+\gamma')+f(x-\beta',y-\gamma')+f(x+\beta',y-\gamma')+f(x-\beta',y+\gamma')\Big]d\beta'\,d\gamma'=$$

$$\beta\cdot\gamma\Big[f(x+\theta\beta,y+\theta_1\gamma)+f(x-\theta\beta,y-\theta_1\gamma)+f(x+\theta\beta,y-\theta_1\gamma)+f(x-\theta\beta,y+\theta_1\gamma)\Big],$$
$$0<\theta<1,\quad 0<\theta_1<1.$$

Abbiamo dunque:

$$\int_0^{2\alpha}\int_0^{2\alpha}d\beta\,d\gamma\,\beta\gamma\Big[f(x+\theta\beta,y+\theta_1\gamma)+f(x-\theta\beta,y-\theta_1\gamma)+f(x+\theta\beta,y-\theta_1\gamma)+f(x-\theta\beta,y+\theta_1\gamma)\Big]=$$

$$4\alpha^4\Big(f(x+0,y+0)+f(x-0,y-0)+f(x+0,y-0)+f(x-0,y+0)\Big)$$
$$+\,4\alpha^4(\eta_1+\eta_2+\eta_3+\eta_4)\,,$$

essendo η_s $(s=1,2,3,4)$ una quantità che si annulla con α. L' asserto è quindi dimostrato.

3. Consideriamo adesso la serie

$$B_0^{(0)}+\sum_1 t\,B_0^{(t)}+\sum_1 s\,B_s^{(0)}+\sum_1^{\mu}\sum_1^{\nu}\frac{\mu^2\cdot\nu^2}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(u,v)-r(u,v)\Big)\cos\mu(u-x)\cos\nu(v-y)\,du\,dv$$
$$=\sum_0^{\mu}\sum_0^{\nu}B_{\mu}^{(\nu)}\,.$$

È chiaro che si ha

$$\lim_{t=\infty}B_0^{(t)}=\lim_{s=\infty}B_s^{(0)}=0\,,$$

mentre

$$\frac{\mu^2\,\nu^2}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(u,v)-r(u,v)\Big)\cos\mu(u-x)\cos\nu(v-y)\,du\,dv=$$

$$\frac{1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(f(u,v)-\frac{L}{4\pi^2}+\frac{1}{2\pi}\Big(\frac{L}{2\pi}-\gamma_1''(u)\Big)+\frac{1}{2\pi}\Big(\frac{L}{2\pi}-\theta_1''(v)\Big)\right)\cos\mu(u-x)\cos\nu(v-y)\,du\,dv.$$

Il termine generale di questa serie si annulla uniformemente, quale si sia il punto considerato, oppure, ciò che torna lo stesso, la espressione

$$\frac{1}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}f(u,v)\cos\mu(u-x)\cos\nu(v-y)\,du\,dv\,.$$

Infatti, essa è eguale per la doppia periodicità della funzione $f(u,v)$ all'aggregato

$$\frac{1}{\pi^2}\sum_0^{\mu-1}s\sum_0^{\nu-1}t\int_{x+s\frac{2\pi}{\mu}}^{x+(s+1)\frac{2\pi}{\mu}}\int_{y+t\frac{2\pi}{\nu}}^{y+(t+1)\frac{2\pi}{\nu}} f(u,v)\cos\mu(u-x)\cos\nu(v-y)\,du\,dv\,.$$

Ora,

$$\int_{x+s\frac{2\pi}{\mu}}^{x+(s+1)\frac{2\pi}{\mu}}\int_{y+t\frac{2\pi}{\nu}}^{y+(t+1)\frac{2\pi}{\nu}} f(u,v)\operatorname{sen}\mu(u-x)\operatorname{sen}\nu(v-y)\,du\,dv=$$

$$\left(\int_{x+s\frac{2\pi}{\mu}}^{x+s\frac{2\pi}{\mu}+\frac{\pi}{\mu}}\int_{y+t\frac{2\pi}{\nu}}^{y+t\frac{2\pi}{\nu}+\frac{\pi}{\nu}}+\int_{x+s\frac{2\pi}{\mu}+\frac{\pi}{\mu}}^{x+\frac{s+1}{\mu}2\pi}\int_{y+t\frac{2\pi}{\nu}}^{y+t\frac{2\pi}{\nu}+\frac{\pi}{\nu}}+\int_{x+s\frac{2\pi}{\mu}}^{x+s\frac{2\pi}{\mu}+\frac{\pi}{\mu}}\int_{y+t\frac{2\pi}{\nu}+\frac{\pi}{\nu}}^{y+\frac{t+1}{\nu}2\pi}+\int_{x+s\frac{2\pi}{\mu}+\frac{\pi}{\mu}}^{x+\frac{s+1}{\mu}2\pi}\int_{y+t\frac{2\pi}{\nu}+\frac{\pi}{\nu}}^{y+\frac{t+1}{\nu}2\pi}\right)$$

$$f(u,v)\operatorname{sen}\mu(u-x)\operatorname{sen}\nu(v-y)\,du\,dv.$$

Il seno è positivo nell'intervallo 0π, negativo nell'altro $\pi\,2\pi$. Se indichiamo quindi con $M_{s,t}$ il limite superiore della funzione $f(x,y)$ nell'area $x+\frac{s}{\mu}2\pi\,x+\frac{s+1}{\mu}2\pi$, $y+\frac{t}{\nu}2\pi\,y+\frac{t+1}{\nu}2\pi$, e con $m_{s,t}$ l'inferiore, sarà:

$$\int_{x+\frac{s}{\mu}2\pi}^{x+\frac{s+1}{\mu}2\pi}\int_{y+\frac{t}{\nu}2\pi}^{y+\frac{t+1}{\nu}2\pi} f(u,v)\operatorname{sen}\mu(u-x)\operatorname{sen}\nu(v-y)\,du\,dv<(M_{s,t}-m_{s,t})2\,\frac{2}{\nu}\cdot\frac{2}{\mu}$$
$$>(m_{s,t}-M_{s,t})2\,\frac{2}{\nu}\cdot\frac{2}{\mu},$$

e perciò:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} f(u,v)\operatorname{sen}\mu(u-x)\operatorname{sen}\nu(v-y)\,du\,dv<2\,\frac{2}{\nu}\,\frac{2}{\mu}\sum_0^{\mu-1}s\sum_0^{\nu-1}t\,(M_{s,t}-m_{s,t}),$$

astrazion fatta dal segno.

Ma la $f(u,v)$ è per ipotesi ovunque integrabile ossia la somma

$$\frac{2\pi}{\mu}\,\frac{2\pi}{\nu}\sum_0^{\mu-1}s\sum_0^{\nu-1}t\,(M_{s,t}-m_{s,t})$$

si annulla con $\frac{1}{\mu}$ ed $\frac{1}{\nu}$, ed altrettanto ha luogo di conseguenza dell'integrale

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} f(u,v) \cos \mu (u-x) \cos \nu (v-y)\, du\, dv.$$

È poi facile vedere che per ogni valor particolare di ν l'espressione

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} f(u,v) \cos \mu (u-x) \cos \nu (v-y)\, du\, dv$$

svanisce con $\frac{1}{\mu}$. Ed invero, l'integrale

$$k = \int_0^{2\pi} f(u,v) \cos \mu (u-x)\, du$$

si annulla con $\frac{1}{\mu}$ per ogni valor particolare di v. Ora, io posso determinare un valore per μ in guisa, che l'integral precedente sia di quella piccolezza che si vuole, quale si sia v. Chè, se ciò non fosse, si potrebbe dare un valore v_1 a v per modo, che, assegnata una quantità arbitraria η, non si avesse $k < \eta$, tolto il segno, in un punto qualsivoglia di un intervallo infinitesimo contenente il punto v_1. Ma l'espressione

$$\int_0^{2\pi} f(u,v_1) \cos \mu (u-x)\, du$$

è di quella piccolezza che si vuole a partire da valore opportuno di μ, mentre la differenza

$$f(u, v_1 \pm \varepsilon) - f(u, v_1)$$

si annulla con ε, quale si sia u; si ha dunque:

$$\lim_{\mu=\infty} \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} f(u,v) \cos \mu (u-x) \cos \nu (v-y)\, du\, dv = 0.$$

In modo analogo si dimostra che l'integrale

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} f u,v) \cos \mu (u-x) \cos \nu (v-y)\, du\, dv$$

tende a zero con $\frac{1}{\nu}$, qualunque sia μ.

Dalle considerazioni precedenti, anzi soltanto dalle ultime, risulta provato che il termine generale della serie

$$\frac{1}{\pi^2} \Sigma_1^{\mu} \Sigma_1^{\nu} \mu^2 \nu^2 \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \Big(q(u,v) - r(u,v)\Big) \cos \mu (u-x) \cos \nu (v-y)\, du\, dv$$

si annulla uniformemente, quale si sia il punto considerato.

4. Si vede poi facilmente che si ha

$$q(x, y) - r(x, y) = \sum_1 \mu \sum_1 \nu \frac{B_\mu^{(\nu)}}{\mu^2\nu^2} + 'B_0^{(0)} + \sum_1 s \frac{'B_s^{(0)}}{s^2} + \sum_1 t \frac{'B_0^{(t)}}{t^2},$$

essendo

$$B_0^{(0)} = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(q-r)\,du\,dv,\quad 'B_s^{(0)} = s^2\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(q-r)\cos s(u-x)\,du\,dv$$

$$'B_0^{(t)} = t^2\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}(q-r)\cos t(v-y)\,du\,dv.$$

Infatti,

$$\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(u, v) - r(u, v)\Big)\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-a)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-a)}\;\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-b)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-b)}\,du\,dv =$$

$$\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(u,v)-r(u,v)\Big)du dv + \frac{1}{2\pi^2}\sum_1^m s\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(u,v)-r(u,v)\Big)\cos s(u-a)du dv +$$

$$\frac{1}{2\pi^2}\sum_1^n t\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(u, v) - r(u, v)\Big)\cos t(v-b)\,du\,dv$$

$$+\frac{1}{\pi^2}\sum_1^m s\sum_1^n t\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(u, v) - r(u, v)\Big)\cos s(u-a)\cos t(v-b)\,du\,dv.$$

Ora, la funzione

$$q(u, v) - r(u, v)$$

è dotata di una derivata continua, quale si sia v, di conseguenza:

$$\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{2\pi}\Big(q(u, v) - r(u, v)\Big)\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-a)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-a)}\,du = q(a, v) - r(a, v) + \eta,$$

η essendo una quantità che si annulla sempre con $\frac{1}{m}$; laonde:

$$\lim_{m=\infty} \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(u,v)-r(u,v)\Big)\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-a)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-a)}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-b)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-b)}du\,dv=$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(a,v)-r(a,v)\Big)\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-b)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-b)}dv\,.$$

Dunque:

$$\lim_{\substack{m=\infty\\ n=\infty}} \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(u,v)-r(u,v)\Big)\frac{\operatorname{sen}\frac{2m+1}{2}(u-a)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(u-a)}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{2n+1}{2}(v-b)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(v-b)}du\,dv=q(a,b)-r(a,b)\cdot$$

Se si integra quindi termine a termine due volte rispetto ad x e due rispetto ad y ciascun termine della serie

$$\Sigma_0^\mu\,\Sigma_0^\nu\,B_\mu^{(\nu)}\,,$$

si ottiene la funzione

$$L(x,y)=q(x,y)-{}'B_0^{(0)}-\Sigma_1 s\frac{'B_0^{(s)}}{s^2}-\Sigma_1 s\frac{'B_s^{(0)}}{s^2}\,,$$

la cui derivata seconda completa è $f(x,y)$, vale a dire la quantità $\frac{\partial^4 L}{(\partial x\partial y)^2}$.

Riepilogando, se $f(x,y)$ è una funzione ovunque continua e doppiamente periodica secondo 2π, esiste una funzione

$$q(x,y)-{}'B_0^{(0)}-\Sigma_1 s\frac{'B_0^{(s)}}{s^2}-\Sigma_1 t\frac{'B_t^{(0)}}{t^2}=L(x,y)$$

ovunque continua e tale, che, sottraendo dalla medesima una espressione della forma

$$r(x,y)=B_0^{(0)}\frac{x^2y^2}{4}-\frac{x^2}{2}\Sigma_1 s\frac{B_0^{(s)}}{s^2}-\frac{y^2}{2}\Sigma t\frac{B_t^{(0)}}{t^2}\,,$$

diventa doppiamente periodica secondo 2π, e che si ha

$$\int_0^{2\pi}\Big(L(x,y)-r(x,y)\Big)dx=\int_0^{2\pi}\Big(L(x,y)-r(x,y)\Big)dy=0.$$

La derivata seconda completa di questa funzione $L(x,y)$ è la $f(x,y)$.

Di più,

$$\lim_{\frac{1}{\mu\nu}=0}\mu^2\nu^2\int_{b_1}^{c_1}dy\int_b^c dx\Big(L(x,y)-r(x,y)\Big)\lambda(x)\,\rho(y)\cos\mu(x-a)\cos\nu(y-d)=0\,,$$

$\lambda(x)$ e $\rho(y)$ essendo due funzioni che godono delle proprietà accennate nel teorema III del N. II.

V.

1. Ci resta a considerare il caso in cui i termini della serie Ω si annullano uniformemente per la coppia di valori x ed y, mentre si ignora se ciò abbia luogo per qualsivoglia punto del piano. Questo caso può ridursi al precedente.

Se, formate le serie

$$\Sigma_0^\nu \Sigma_0^\mu \Big[\Big(a_\mu^{(\nu)} \operatorname{sen} \mu(x+t) + a_{-\mu}^{(\nu)} \cos\mu(x+t)\Big) \operatorname{sen} \nu y + \Big(a_\mu^{(-\nu)} \operatorname{sen} \mu(x+t) + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos\mu(x+t)\Big) \cos \nu y\Big],$$

$$\Sigma_0^\nu \Sigma_0^\mu \Big[\Big(a_\mu^{(\nu)} \operatorname{sen} \mu(x-t) + a_{-\mu}^{(\nu)} \cos\mu(x-t)\Big) \operatorname{sen} \nu y + \Big(a_\mu^{(-\nu)} \operatorname{sen} \mu(x-t) + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos\mu(x-t)\Big) \cos \nu y\Big],$$

si addizionano i termini di egual posto, si ottiene

$$2\, \Sigma_0^\nu \Sigma_0^\mu \Big[\Big(a_\mu^{(\nu)} \operatorname{sen} \mu x + a_{-\mu}^{(\nu)} \cos\mu x\Big) \operatorname{sen} \nu y + \Big(a_\mu^{(-\nu)} \operatorname{sen} \mu x + a_{-\mu}^{(-\nu)} \cos\mu x\Big) \cos \nu y\Big] \cos \mu t\,.$$

Se scambio poi in questa serie successivamente y con $y+u$ ed $y-u$ e sommo i termini corrispondenti, ottengo l'aggregato

$$4\, \Sigma_0^\nu\, \Sigma_0^\mu\, B_\mu^{(\nu)} \cos \mu t \cos \nu u\,,$$

nel quale il termine generale si annulla, quali si sieno le quantità t ed u, ed a cui può applicarsi di conseguenza la ricerca che precede.

Indichiamo a tal fine la somma della serie

$$B_0^{(0)} \frac{x^2\, y^2}{4} + B_0^{(0)} \frac{u^2\, x^2}{4} + B_0^{(0)} \frac{t^2\, y^2}{4} + B_0^{(0)} \frac{t^2\, u^2}{4} -$$

$$\frac{x^2}{2} \Sigma_1^\nu\, B_0^{(\nu)} \frac{\cos \nu u}{\nu^2} - \frac{t^2}{2} \Sigma_1^\nu\, B_0^{(\nu)} \frac{\cos \nu u}{\nu^2} - \frac{y^2}{2} \Sigma_1^\mu\, B_\mu^{(0)} \frac{\cos \mu t}{\mu^2} - \frac{u^2}{2} \Sigma_1^\mu\, B_\mu^{(0)} \frac{\cos \mu t}{\mu^2}$$

$$+ \Sigma_1^\mu\, \Sigma_1^\nu\, B_\mu^{(\nu)} \frac{\cos \mu t \cos \nu u}{\mu^2\, \nu^2}$$

con $G(t, u)$, per modo, che si ha la eguaglianza

$$G(t, u) = \frac{F(x+t, y+u) + F(x-t, y+u) + F(x+t, y-u) + F(x-t, y-u)}{4},$$

quando convergano le quattro serie dedotte dall'altra

$$B_0^{(0)} \frac{x^2 y^2}{4} - \frac{y^2}{2} \Sigma_1^\mu\, B_\mu^{(0)} \frac{1}{\mu^2} - \frac{x^2}{2} \Sigma_1^\nu\, B_0^{(\nu)} + \Sigma_1^\nu\, \Sigma_1^\mu \frac{B_\mu^{(\nu)}}{\mu^2 . \nu^2}$$

sostituendovi successivamente per x ed y

$$x+t,\ y+u;\ x-t,\ y+u;\ x+t,\ y-u;\ x-t,\ y-u.$$

Abbiamo quindi il teorema:

Se il termine generale della serie Ω si annulla uniformemente nel punto (x,y), sarà:

$$\lim_{\frac{1}{\mu\nu}=0} \mu^2\nu^2 \int_{b_1}^{c_1} du \int_b^c G(t,u)\,\lambda(t)\,\rho(u) \cos\mu(t-a) \cos\nu(u-d)\,dt = 0,$$

quando le funzioni $\lambda(t)$ e $\rho(u)$ sieno continue insieme alle loro derivate prime rispettivamente negli intervalli bc e b_1c_1, e di più sia $\lambda(b)=\lambda(c)=\lambda'(b)=\lambda'(c)=\rho(b)=\rho(c)=\rho'(b)=\rho'(c)=0$, mentre le derivate $\lambda''(t)$ e $\rho''(u)$ sono scevre da infiniti massimi e minimi.

2. Se la serie che si ottiene dall'altra

$$B_0^{(0)}\frac{x^2y^2}{4} - \frac{y^2}{2}\sum_1^{\mu} B_\mu^{(0)}\frac{1}{\mu^2} - \frac{x^2}{2}\sum_1^{\nu} B_0^{(\nu)}\frac{1}{\nu^2} + \sum_1^{\mu}\sum_1^{\nu} B_\mu^{(\nu)}\frac{1}{\mu^2\nu^2}$$

scambiando x ed y in $x+t$ ed $y+u$ converge per ogni valor particolare delle quantità t ed u, ognuno dei quattro simboli

$$\mu^2\nu^2 \int_{b_1}^{c_1} du \int_b^c \frac{F(x\pm t, y\pm u)}{4} \cos\mu(t-a) \cos\nu(u-d)\,\lambda(t)\,\rho(u)\,dt$$

ha significato, e la loro somma è eguale all'integrale

$$\mu^2\nu^2 \int_{b_1}^{c_1} du \int_b^c G(t,u) \cos\mu(t-a) \cos\nu(u-d)\,\lambda(t)\,\rho(u)\,dt.$$

In tale ipotesi il tendere o meno allo zero di quest'ultimo al crescere indefinito del numero $\mu\nu$ dipende dal modo complessivo di comportarsi della funzione F in quattro rettangoli simmetrici rispetto al punto (x,y). È degno di nota che, se $\lim_{\mu=\infty} B_\mu^{(0)} = \lim_{\nu=\infty} B_0^{(\nu)} = 0$, ciascuno dei quattro integrali considerati non dovrà sempre convergere a zero, a meno che i termini della serie Ω non si annullassero, quale si sia il punto contemplato.

Ed invero,

$$\mu^2\nu^2 \int_{b_1}^{c_1} du \int_b^c F(x+t, y+u) \cos\mu(t-a) \cos\nu(u-d)\,\lambda(t)\,\rho(u)\,dt =$$

$$\mu^2\nu^2 \int_{y+b_1}^{y+c_1} du_1 \int_{x+b}^{x+c} F(t_1,u_1) \cos\mu(t_1-x-a) \cos\nu(u_1-y-d)\,\lambda(t_1-x)\,\rho(u_1-y)\,dt_1,$$

$$= \mu^2\nu^2 \int_{b'_1}^{c'_1} du_1 \int_{b'}^{c'} F(t_1,u_1) \cos\mu(t_1-x-a) \cos\nu(u_1-y-d)\,\lambda_1(t_1)\,\rho_1(u_1)\,dt_1.$$

Se quindi $\lim_{\mu=\infty} B_\mu^{(0)} = \lim_{\nu=\infty} B_0^{(\nu)} = 0$, vi saranno dei rettangoli in cui ciascuno degli integrali

$$\mu^2 \nu^2 \int_{b_1}^{c_1} du \int_b^c F(x \pm t, y \pm u) \cos \mu (t-a) \cos \nu (u-d) \lambda(t) \rho(u) dt$$

non si annulla, ed in tal caso si distruggeranno a vicenda in guisa, che la loro somma tenda a zero con $\frac{1}{\mu\nu}$, quando il termine generale dell'aggregato Ω svanisca uniformemente nel punto contemplato. Ne consegue che la serie Ω potrà convergere soltanto per quei punti (x, y) del piano, rispetto ai quali sono simmetricamente disposti i rettangoli in cui non si ha

$$\lim_{\mu.\nu=\infty} \mu^2 \nu^2 \int_{b_1}^{c_1} du \int_b^c F(x+t, y+u) \cos \mu (u-a) \cos \nu (t-d) \lambda(t) \rho(u) dt = 0 .$$

3. Dalle ricerche precedenti risulta che, affinchè una funzione $f(x, y)$ sia esprimibile per serie doppia trigonometrica i cui coefficienti non si annullano uniformemente, quale si sia il punto considerato, devono essere soddisfatte le seguenti condizioni:

I La data funzione non deve esistere in ciascun punto di una area elementare, poichè in caso diverso dovrebbero annullarsi uniformemente i coefficienti della serie doppia che per avventura la rappresenta.

II. Deve esistere una serie della forma $\sum_0^\nu \sum_0^\mu B_\mu^{(\nu)}$, tale, che si abbia in ogni punto del piano, in cui il simbolo $f(x, y)$ ha significato,

$$0 = \lim_{\mu.\nu=\infty} \mu^2 \nu^2 \int_{b_1}^{c_1} du \int_b^c G(t, u) \lambda(t) \rho(u) \cos \mu (t-a) \cos \nu (u-d) dt ,$$

mentre $\lim_{\nu=\infty} B_0^{(\nu)} = \lim_{\mu=\infty} B_\mu^{(0)} = 0$.

4. Se il termine generale della serie Ω si annulla uniformemente nel punto (x, y), e se ciascuno dei simboli

$$\sum_0^\nu B_0^{(\nu)} \quad \sum_0^\mu B_\mu^{(0)}$$

ha in esso significato, il convergere della medesima dipende soltanto dal modo di comportarsi della funzione

$$G(t, u) - \psi(t, u)$$

per valori infinitesimi del prodotto tu, quando si faccia

$$\psi(t, u) = B_0^{(0)} \frac{x^2 y^2}{4} + B_0^{(0)} \frac{u^2 x^2}{4} + B_0^{(0)} \frac{t^2 y^2}{4} + B_0^{(0)} \frac{u^2 t^2}{4}$$

$$- \frac{x^2}{2} \sum_1^\nu B_0^{(\nu)} \frac{\cos \nu u}{\nu^2} - \frac{y^2}{2} \sum_1^\mu B_\mu^{(0)} \frac{\cos \mu t}{\mu^2} - \frac{t^2}{2} \sum_1^\nu B_0^{(\nu)} \frac{\cos \nu u}{\nu^2} - \frac{u^2}{2} \sum_1^\mu B_\mu^{(0)} \frac{\cos \mu t}{\mu^2} .$$

Infatti,

$$B_\mu^{(\nu)} = \frac{\mu^2 \nu^2}{\pi^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \big(G(t,u) - \psi(t,u)\big) \cos \mu t \cos \nu u \, dt\, du \,.$$

D'altra parte, si ha

$$-2 \sum_1^m{}_\mu \mu^2 \cos \mu t = \frac{d^2}{dt^2} \frac{\operatorname{sen} \frac{2m+1}{2} t}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} t}, \quad -2 \sum_1^n{}_\nu \nu^2 \cos \nu u = \frac{d^2}{du^2} \frac{\operatorname{sen} \frac{2n+1}{2} u}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} u},$$

e di conseguenza:

$$\sum_1^m{}_\mu \sum_1^n{}_\nu B_\mu^{(\nu)} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \big(G(t,u) - \psi(t,u)\big) \frac{d^2}{dt^2} \frac{\operatorname{sen} \frac{2m+1}{2} t}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} t} \frac{d^2}{du^2} \frac{\operatorname{sen} \frac{2n+1}{2} u}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} u} dt\, du \,.$$

Ora, ripetendo i ragionamenti fatti al paragrafo 3° del N. III, avvertiremo di leggieri che la differenza

$$\sum_1^m{}_\mu \sum_1^n{}_\nu B_\mu^{(\nu)} -$$

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (G-\psi) \frac{d^2}{dt^2} \left[\frac{\operatorname{sen} \frac{2m+1}{2} t}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} t} \right] \frac{d^2}{du^2} \left[\frac{\operatorname{sen} \frac{2n+1}{2} u}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} u} \right] \big(\lambda(t) + \rho(u) - \lambda(t)\rho(u)\big) dt\, du =$$

$$\sum_1^m{}_\mu \sum_1{}_\nu B_\mu^{(\nu)} -$$

$$\frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} (G-\psi) \frac{d^2}{dt^2} \left[\frac{\operatorname{sen} \frac{2m+1}{2} t}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} t} \right] \frac{d^2}{du^2} \left[\frac{\operatorname{sen} \frac{2n+1}{2} u}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} u} \right] \big(\lambda(t) + \rho(u) - \lambda(t)\rho(u)\big) dt\, du$$

si annulla con $\frac{1}{mn}$, essendo $\lambda(t)$ e $\rho(u)$ funzioni continue insieme alle loro derivate prime nel segmento $-\pi + \pi$, mentre $\lambda(-t) = \lambda(t)$, $\rho(-u) = \rho(u)$, $\lambda(t) = 0 \quad (0 < b < t < \pi)$, $\rho(u) = 0 \quad (0 < b < u < \pi)$, $\lambda(0) = \rho(0) = 1$, $\lambda'(0) = \rho'(0) = \lambda''(0) = \rho''(0) = 0$, e le funzioni $\lambda''(t)$, $\rho''(t)$ sono scevre da infiniti massimi e minimi nel tratto $-\pi + \pi$ e continue nell'intervallo arbitrariamente piccolo $-\eta + \eta$ insieme alle altre $\lambda'''(t)$, $\lambda''''(t)$, $\rho'''(u)$ $\rho''''(u)$.

CONTENUTO

I. *Piano della ricerca e studî preliminari.*

II. *Proprietà della serie* $\underset{\smile}{\alpha'}$ *nell'ipotesi che sia* $\lim a_{\pm\mu}^{(\pm\nu)} = 0 \quad (\mu+\nu=\infty)$.

a, d, b, c, b_1, c_1, essendo costanti arbitrarie e $\lambda(x)$, $\rho(y)$ funzioni scelte in modo conveniente.

IV. L' integrale

$$\mu^2 \int_{b_1}^{c_1} \int_{b}^{c} \left(F(x,y) - \frac{B_0^{(0)}}{4} x^2 y^2 + \frac{y^2}{2} \Sigma s \, B_s^{(0)} \frac{1}{s^2} + \frac{x^2}{2} \sum_1 s \, B_0^{(s)} \frac{1}{s^2} \right) \cos \nu (y-d) \cos \mu (x-a) \, \lambda(x) \, \rho(y) \, dy \, dx$$

si annulla con $\frac{1}{\mu\nu}$, se $\lambda(x)$ e $\rho(y)$ sono funzioni opportune.

V. La espressione

$$\int_{b_1}^{c_1} \int_{b}^{c} \left(F(x,y) - \frac{B_0^{(0)}}{4} x^2 y^2 + \frac{y^2}{2} \sum_1 s \, B_s^{(0)} \frac{1}{s^2} + \frac{x^2}{2} \sum_1 s \, B_0^{(s)} \frac{1}{s^2} \right) \cos \nu (y-d) \cos \mu (x-a) \, \lambda(x) \, \rho(y) \, dy \, dx$$

si annulla con $\frac{1}{\mu\nu}$, quando $\lambda(x)$ e $\rho(y)$ sieno continue rispettivamente negli intervalli bc e $b_1 c_1$.

III. *Sulla rappresentabilità di una funzione qualsivoglia per serie doppia trigonometrica, il cui termine generale si annulla uniformemente, quale si sia il punto considerato.*

par. 1. Condizioni necessarie affinchè una funzione arbitrariamente data $f(x,y)$ sia esprimibile per serie doppia trigonometrica di cui il termine $b_\mu^{(\nu)}$ si annulli sempre con $\frac{1}{\mu+\nu}$.

» 2. Condizioni necessarie e sufficienti perchè esista una serie della specie indicata, la quale rappresenti la $f(x, y)$ ove converge.

» 3. Stando le ipotesi del paragrafo precedente, il convergere o meno della serie $\underset{\smile}{\alpha'}$ dipende dal modo di comportarsi dell' integrale

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \Big(F(u,v) - \theta(u,v) \Big) \frac{d^2}{du^2} \left[\frac{\operatorname{sen} \frac{2m+1}{2} (u-x)}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} (u-x)} \right] \frac{d^2}{dv^2} \left[\frac{\operatorname{sen} \frac{2n+1}{2} (v-y)}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} (v-y)} \right] \Big(\lambda(u) + \rho(v) - \lambda(u) \rho(v) \Big) du \, dv$$

all' annullarsi di $\frac{1}{mn}$, mentre le due funzioni $\lambda(u)$ e $\rho(v)$ sono scelte opportunamente.

IV. *Un esempio relativo alle ricerche che precedono.*

par. 1. Se $f(x,y)$ è una funzione doppiamente periodica secondo 2π ed ovunque continua, si può costruire per mezzo di essa una funzione $q(x,y)$, la quale può rendersi doppiamente periodica secondo 2π sottraendo dalla medesima una espressione della forma

$$r(x,y)=\frac{B_0^{(0)}}{4}x^2y^2-\frac{x^2}{2}\sum_1^{\nu} B_{(0)}^{(\nu)}\frac{1}{\nu^2}-\frac{y^2}{2}\sum_1^{\mu} B_{\mu}^{(0)}\frac{1}{\mu^2}.$$

» 2. Si ha

$$\frac{\partial^4 q}{(\partial x\, dy)^2}=f(x,y).$$

» 3. Il termine generale della serie

$$\sum_1^{\nu}\sum_1^{\mu}\frac{\mu^2\nu^2}{\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\Big(q(u,v)-r(u,v)\Big)\cos\mu(u-x)\cos\nu(v-y)\,du\,dv$$

si annulla con $\frac{1}{\mu\nu}$ qualunque sia il punto (x,y). Le condizioni indicate al paragrafo 2 del N° precedente sono tutte soddisfatte per questa funzione $f(x,y)$.

V. *Sulla rappresentabilità di una funzione $f(x,y)$ per serie della forma $\underset{\smile}{\alpha'}$, quando si ignori se la condizione $\lim\limits_{\mu+\nu=\infty} a_{\pm\mu}^{(\pm\nu)}=0$ sia o meno soddisfatta.*

par. 1. Questo caso può ridursi al precedente.

» 2. Da che dipenda l'annullarsi del termine generale della serie $\underset{\smile}{\alpha'}$ in un punto determinato del piano.

» 3. Condizioni necessarie perchè esista una serie della forma $\underset{\smile}{\alpha'}$, di cui il termine generale si annulli ove esiste la data funzione.

» 4. Da che dipenda il convergere della serie $\underset{\smile}{\alpha'}$, nell'ipotesi che sieno soddisfatte le condizioni accennate al paragrafo precedente.

Di alcune opere di risanamento dell'Agro romano eseguite dagli antichi.

Memoria del Socio corrispondente R. LANCIANI

letta nella seduta del 1 giugno 1879.

Benchè molte e sottili teorie sieno state emesse sulla origine e sulla natura dei miasmi malarici che infestano il Lazio marittimo, pur tuttavia, nello stadio attuale delle ricerche, fa cosa molto più utile per la scienza e per il prossimo colui che si limita alla semplice analisi dei dati di fatto, che non chi cerca sintetizzare sopra fatti non bene accertati. Gli scritti recenti del Secchi, del Balestra, del di Tucci, e del nostro chiaro collega prof. Tommasi-Crudeli hanno posto lo studio del problema sulla retta via; raccogliendo fatti, osservazioni, sperienze di importanza singolare, ed additando altresì quali sieno gli elementi della quistione intorno ai quali deve ancora farsi la luce. Uno dei punti più controversi concerne le opere di fognatura o drenaggio eseguite dagli antichi per prosciugare, non gli stagni e le paludi littorali o mediterranee, ma gli acquitrini che a centinaia di migliaia infestano la zona laziale ed etrusca; fomiti di malaria tanto più pericolosi e difficili a combattere, quanto più si celano alla vista o vestono modeste apparenze.

Nella mia non breve esperienza degli scavi, eseguiti in Roma e nel suburbano nel corso degli ultimi tre lustri, ho avuto agio di studiare le opere antiche di fognatura in luoghi ed in condizioni diversissime. Delle mie osservazioni darò conto in questo scritto, con la franchezza propria di chi si professa profano al culto di Igiea, ed ai misteri *Terrae Matris*.

Credo che un trattato istorico sulla malaria potrebbe dividersi in quattro periodi. Il primo, sincrono all'ultimo stadio di attività dei vulcani laziali, va dalle origini della nostra istoria al sesto secolo di Roma; il secondo, dal sesto secolo alla divisione dell'impero; il terzo dalla caduta dell'impero a Sisto V; l'ultimo da Sisto V ai nostri giorni (1).

Per ciò che spetta al primo periodo io credo che la malaria invadesse la zona del Lazio subito dopo cessata l'azione dei vulcani albani: credo cioè che mentre i vulcani mantenevano un fil di vita, la malaria, mantenendosi allo stato

(1) Sisto V compì grandi opere pel miglioramento della salute publica: provvide d'acqua potabile le campagne fra la labicana e la latina, ed i sette colli della città: rese abitabili il Viminale e l'Esquilino solcandoli con istrade larghe e diritte: colmò alcune valli che rendevano mal'aria: restituì la sicurezza, e quindi un poco di vita alla campagna: mise a profitto le ricchezze inesauribili dei boschi di Nettuno ecc. ecc. Si consultino: Massimo, *Notizie istoriche della villa Massimo.* — Hubner. *Vie de Sixte quint* ecc.

latente, non fosse divenuta ancora la peste del territorio vicino. Ne traggo indizio dal fatto che, durante quel periodo, molti centri di abitazioni e vere e proprie città erano state fondate e prosperavano in luoghi eminentemente malsani. Dato anche che il timore delle eruzioni, o la reminiscenza dei disastri subiti inducesse una colonia di albani a trasportare i penati altrove, mi sembra impossibile che scegliessero per nuova residenza il gruppo delle paludi urbane, ed il sito *infame* di Roma, se questo sito e quelle paludi fossero state allora tanto malsane quanto lo furono dipoi. Politorio, Tellene, Ficana, Ardea, Lavinio, Laurento, Longula, Pollusca, Corioli, Mugilla, Antemne, Collazia, Cenina, Gabii, e le città dell'agro pometino avrebbero dovuto fiorire sotto climi anche più maligni. Ora quando coteste città e borgate scompariscono dall'istoria? Appunto quando venne a spegnersi il vulcanismo, vale a dire circa l'epoca dell'apparizione dell'*aes grave signatum*, un pezzo del quale fu estratto, come è noto, dal nucleo di una corrente di peperini. Io non fo che additare il sincronismo dei due fatti. Può darsi che sia fortuito; se non lo fosse, potrebbero trarsene dai climatologi belle ed utili deduzioni.

Che la malaria imperversasse nella seconda metà del periodo republicano, è cosa evidente. È superfluo allegare la testimonianza degli scrittori: basti ricordare il culto professato dai nostri antenati verso gli dei della igiene, il *lucus* e la *aedes mefitis*, il *fanum orbonae*, l'ara *malae fortunae*, l'ara di *verminus*, ed i templi della febbre, che contavansi a dozzine. I nostri antenati della repubblica non si tennero paghi ad implorare oziosamente il soccorso del cielo: combatterono lo sviluppo e le conseguenze della malaria con bene intesi lavori, valendosi della esperienza di ingegneri etruschi avvezzi a lottare contro le loro maremme. Questi lavori, o almeno i più importanti furono: 1° il prosciugamento delle paludi urbane; 2° la fognatura della città; 3° la perduzione di buone acque potabili; 4° un sistema più igienico nella costruzione delle case; 5° l'apertura di una stupenda rete stradale nel territorio infetto; 6° la fondazione di Ostia, divenuta in breve tempo l'emporio del commercio marittimo; 7° i miglioramenti nella coltivazione, ed il bonificamento del suolo.

Nei primi anni dopo la fondazione della città ad ogni gola fra ciascheduna coppia di colli corrispondeva la palude relativa: quella del Velabro maggiore divideva l'Aventino dal Palatino: quella del Velabro minore il Palatino dal Campidoglio: le sorgenti di Giuturna ristagnavano in capo al foro: la *Caprae palus* ed i *vada Terenti* coprivano le bassure del campo Marzio, la *Valle*, come ancora la chiamiamo. Sui margini dei maresi vegetavano *salices, crassaque canna, iunci, arundines* (Ovidio, *Fasti*, 6). A questi, affluivano corsi d'acqua mal governati, il *Petronia amnis*, lo *Spinon*, il *Nodinus* ecc. Tutto ciò scomparve con la costruzione del *receptaculum omnium purgamentorum Urbis*, la cloaca massima, tronco dai mille rami.

I fenomeni vulcanici durarono ben dopo il prosciugamento delle paludi, tanto nel loro ultimo centro d'azione, il monte Pila, quanto nell'interno della cerchia della città, o in luoghi ad essa vicini. Presso la chiesa di s. Martina scaturivano allora vene calde e solforose dette Lautole: nel campo Marzio erano conspicui alcuni fumaioli, il *fumans solum* di Valerio Massimo, τὸ πυρόφερον πεδίον di Zosimo. Nel vico insteiano si racconta apparissero potentissimi getti d'acqua con grave danno degli

abitanti del quartiere (Livio, 24, 10). Questi fenomeni si fanno dipendere dallo incrociamento di una delle fenditure disposte, a raggi attorno il comune centro del cratere laziale con la valle del Tevere all'altezza di Roma (*Guida del Palatino.* 10). Frontino chiama minerali le sorgenti di Giuturna, di Apolline, delle Camene.

Il medesimo autore ricorda come « per annos quadringentos quadraginta unum [442] contenti fuerunt Romani usu aquarum, quas aut ex Tiberi aut ex puteis aut ex fontibus hauriebant » (*De aq.* 4). A questo inconveniente, ausiliare potente dei perniciosi effetti della malaria, provvidero col fornire la città di acque vive, perenni, eccellenti. Si calcola che verso la fine della republica Roma ricevesse un tributo quotidiano di m. c. 711, 598, 40, circa due terzi di miliardo di litri.

Un altro pericolo nasceva dal fatto che le case dei quartieri bassi erano fondate in suolo vago, per così dire, sulle acque di filtrazione. Perciò si pose gran cura a che le fondamenta sfuggissero, per quanto era possibile il farlo, ogni contatto con le zone umide. « Antiqui nostri « scrive Varrone » in domibus latericiis, paullulum modo suffundatis, ut humorem effugerent, habitabant (*ap. Non.* 48, 13) ».

Attraverso il territorio fu distesa una fitta rete stradale, allo scopo di facilitare il commercio, la agricoltura, il movimento dei campagnoli, « viae per agros publica impensa factae » scrive Livio a proposito della censura di Giunio Bubulco (l'uomo dell'occasione) e di Valerio Massimo nel 449: « vias sternendas silice in urbe, glarea extra urbem substruendas marginandasque locaverunt » ripete, narrando dei censori del 579. Ed è mirabile l'osservare quanto più saggiamente fossero tutelati gl'interessi igienici della città venti secoli or sono, che non lo sieno ora: *vias sternere silice in urbe* significa stendere un diaframma non penetrabile sul suolo malsano; significa impedirne le esalazioni miasmatiche locali, l' accumulamento dei fanghi ecc. Oggi si lasciano senza selciato le vie dei nuovi quartieri; i quali hanno bisogno di maggiori difese, perciò appunto che sono nuovi, e penetrano più addentro nella zona infetta che ci circonda.

Credo che la fondazione di Ostia abbia contribuito al miglioramento delle condizioni della valle inferiore del Tevere. Non so se raggiungesse gli ottanta mila abitanti, che alcuni scrittori le attribuiscono: certo ne contò parecchie diecine di migliaia tutti dediti ai traffichi di mare ed al trasporto delle derrate dalla costa alla capitale. Gli scrittori celebrano i prodotti agricoli del territorio ostiense, posto a coltura intensiva dal confine di Laurento fino alle saline della sponda etrusca, le quali hanno lasciato il nome al più insalubre dei tenimenti dell' Agro, al *Campo Salino.* Gli stagni di Ostia erano senza dubbio mantenuti in comunicazione col mare, dal quale distavano tre chilometri meno della distanza attuale.

Delle bonifiche e dei miglioramenti nella coltivazione parlano gli *scriptores rei rusticae.*

Per ciò che spetta al secondo periodo, il quale abbraccia gli ultimi tempi della repubblica ed i primi quattro secoli dell'impero, si domanda:

a) Riuscirono i romani a scoprire qual fosse la origine della malaria ?

b) Riuscirono essi ad impedirne lo sviluppo, o almeno a moderarne gli effetti?

c) E posto che vi sieno riusciti, quali furono i sistemi adottati pel risanamento?

È assai importante trovare la soluzione di questi quesiti: perchè, trovatala,

potremmo trarne questa conseguenza: dato che i romani abbiano in tutto o in parte ottenuto il risanamento dell'agro, facciamo quello che hanno fatto, facciamolo tanto più perfettamente quanto più perfetti sono i mezzi dei quali disponiamo, e il successo non mancherà.

Riuscirono i romani a scoprire qual fosse la origine della malaria?

Io credo che essi riconoscessero la origine della malaria nell'impermeabilità del sottosuolo, e nella sottigliezza dello strato vegetale che ricuopre i tufi. « Terra autem nigra « dice Vitruvio 8, p. 186 Rose » sudores et stillae exiles inveniuntur, quae ex hibernis tempestatibus collectae in spissis et solidis locis subsidunt » : auree parole, che dimostrano essersi limpidamente compresa fin dal regno di Augusto la teoria sugli acquitrini del sottosuolo, teoria cui ancora non si presta da tutti quella fede che merita. Gli *spissi et solidi loci* non sono altro che la superficie dei banchi di tufa, nelle cavità della quale le pioggie invernali si arrestano, per riapparire sotto le forme letali del miasma palustre, quando i raggi della canicola verranno a trarle dal nascondiglio. Vedremo fra breve quanta cura fosse adoperata per sopprimere gli acquitrini. In generale tutti coloro che hanno scritto sull'argomento, hanno posto ogni cura a ragranellare testimonianze sulle epidemie o endemie malariche negli antichi tempi: pochi hanno pensato a porre in evidenza i dati opposti, quelli che dimostrano un risanamento relativo del territorio urbano.

Frontino proclama solennemente: « causae gravioris caeli quibus *aput veteres* urbis infamis aer fuit sunt remotae » (2,88) Plinio, dopo descritte le delizie invernali della sua villa laurentina, aggiunge: « haec iucunditas eius hieme, *maior aestate* » (2,17). La sola idea di passare giocondamente l' estate a tor Paterno ci mette addosso i brividi della perniciosa: ma la testimonianza di Plinio non ammette equivoci. Egli aggiunge « litus ostiense ornant varietate gratissima nunc continua nunc intermissa tecta villarum » e queste non erano certamente residenze iemali, frequentate invece quando la stagione volgeva propizia ai bagni di mare.

La nomenclatura pura e semplice delle ville romane poste in luoghi ora inabitabili, occuperebbe tutto lo spazio destinato a questo mio scritto. Basti osservare quante centinaia di volte ricorra la voce *Ruderi* nei fogli 150, 151 della carta dello S. M.; quella voce significando nove volte su dieci un suburbano patrizio. Lungo la costa tirrena del Circeo all'Argentaro gli estivi *secessus* del patriziato si succedevano più densamente ancora che non quelli del golfo di Napoli. Fra la punta di Astura e la torre Caldana il Lombardi ha contato quattordici ville delle quali si conoscono i possessori (Anzio: p. 82 sg.): gli avanzi onde quella spiaggia è consparsa indicano un numero assai maggiore. Il Fea nel secondo volume delle *miscellanee* descrive a lungo quelle dell'agro ardeatino, laurentino, ed ostiense. Il Torraca e gli altri scrittori delle antichità di Civitavecchia quelle che orlavano la costa da Alsio e Pirgi fino al capo Argentaro. Il Fea, avendo descritte le terme tauriane che sono a quattro miglia da Civitavecchia in luogo pestilenziale, come pure gli avanzi di una magnifica residenza imperiale alla Chiaruccia, scavati nel 1777, aggiunge « una cosa mi rimaneva da indagare: la stagione in cui le famiglie imperiali vi facevano residenza o per bagni o per divertimento, dalla quale poscia inferire la qualità dell'aria se buona o cattiva ». Ponendo a confronto le testimonianze di Frontone, di

Plinio, di Rutilio Numaziano giunge alla conseguenza che precisamente nel colmo della estate quelle famiglie vi tenessero dimora (*Terme taur.* 13) ([1]).

Sto apparecchiando per gli Atti della nostra Accademia una silloge di iscrizioni aquarie inedite, battute sui tubi di piombo che recavano acqua ai vari fondi della campagna; assai importanti perchè danno il nome dei singoli proprietarî, e quindi il mezzo per determinare la divisione delle proprietà sotto l'impero, e ricostituire in certo modo la mappa censuale dell'Agro. Da questa *sola* fonte mi sono note vent'una ville lungo la via appia, fra le quali una di Settimio Severo a Cisterna, una di Giunia Silana, nel cuore dell'agro pometino a Fogliano. Lungo l'ardeatina ritrovo tre ville a Tor Marancia, due alla Nunziatella, una a Pratica-di-mare, due a campo Iemini, cinque nel territorio anziate. La via aurelia ne conta nove; la cassia cinque, la flaminia sei, la labicana quattro, e così via via. Saranno in tutto un centinaio e mezzo.

Dimando se sia lecito supporre che quegli augusti e quei patrizii abbiano profuso tesori per costruirsi ville piene di tutte le raffinatezze dell'arte e della natura in luoghi non abitabili per sei mesi dell'anno? Potrebbe mai venire in mente al più eccentrico dei nostri signori di costruirsi palazzi e giardini a Prima-porta, alla Bottaccia, a Castel di Guido, alla Chiaruccia, a Malafede, a Campo Iemini, a Roma vecchia, al Quadraro ed in altre così fatte cittadelle della malaria? Eppure noi possediamo l'antidoto contro il veleno. Non nego che alcune ville più vicine alla città, come quelle di Erode Attico alla Caffarella, dei Quintilii a s. Maria Nuova, de Fulvii Petronii, e dei Munazii a Tor Marancia, degli Antonini ad Acqua Traversa, di Faonte a villa Spada, dei Servilii ad arco-Travertino ecc., potessero servire quasi di abitazione urbana nell'inverno e nella primavera: per le più lontane, al di là di un raggio di cinque o sei miglia questa supposizione è inamissibile.

Dobbiamo quindi conchiudere che un risanamento considerevole della campagna sia stato ottenuto sotto l'impero. Ora investigheremo quali sieno stati i mezzi per ottenerlo.

Escludo dai fattori del risanamento la coltura intensiva, almeno per ciò che concerne la zona marittima. Salvo alcuni centri di coltivazione attorno l'abitato di Ardea, di Laurento, di Ostia, di Porto, di Alsio ecc., quella zona presentava l'aspetto che oggi presenta. Ne fa fede Plinio descrivendo la strada da Roma a Laurento « Varia hinc et inde facies: nam modo occurrentibus silvis via coarctatur; modo latissimis pratis diffunditur atque patescit: multi greges ovium, multa ibi equorum boumque armenta, quae montibus hieme depulsa, herbis et tepore verno nitescunt » (2,17). Questa negativa fotografica della valle tiberina inferiore ai tempi di Plinio, è un vero tesoro pei sostenitori della pastorizia. Della coltivazione intensiva attorno i centri dell'abitato abbiamo documento nelle lodi che gli scrittori attribuiscono ai gelsi, ai porri, ai meloni del territorio ostiense, dei quali Clodio Albino soleva mangiare dieci alla volta, nel vino veientano etc., etc.

I fattori del risanamento furono:

a) La distribuzione di eccellenti acque potabili in gran parte del territorio. Sotto il regno di Nerva, quando *nove* soli aquedotti esistevano, quattro mila

([1]) La corrispondenza di Frontone dimostra come Marco Aurelio villeggiasse alla Bottaccia nei mesi più malsani « Nibby: *Analisi*: voce: Castel di Guido ».

sessantatre quinarie erano erogate « extra urbem, ex quibus nomine Caesaris quinariae mille septingentae decem et octo, privatis quinariae MMCCCXXXV » (Frontino, 2,78). Quando gli aquedotti divennero *quattordici* si può credere che la erogazione extra-urbana toccasse le sei mila quinarie volume maggiore di quello che oggi alimenta Roma! A questo prodigioso volume si unisca quello degli aquedotti speciali a ciascuno, per quanto meschino, centro di popolazione: Ardea, Laurento, Anzio, Ostia, Porto, Cere, Veio, Gabii, Boville, il pago Lemonio ecc., avevano ciascuno mirabili condotture costruite, in parte coi denari del fisco imperiale.

b) La rete stradale portata al massimo sviluppo. Cito un solo esempio. Nella tenuta della Casaccia posta nel punto più desolato e malsano del bacino dell'Arrone, si veggono ancora gli andamenti di *sette* antiche strade selciate.

c) La densità della popolazione, la quale nel bacino infetto può credersi ascendesse a quattro milioni; cifra che è cinque volte maggiore di quella della nostra provincia romana.

d) Il regime regolare dato ai grandi stagni, mantenuti sempre in comunicazione col mare, di modo che le loro acque fossero salate. Campo Salino non era certamente fomite di malaria: gli stagni traiano e traianello non esistevano: non esisteva quella zona di terreno pestifero, lunga sette chilometri, larga in massimo tre, che le successive torbide del Tevere hanno creato a valle di Ostia e di Porto. Gli stagni di Ostia erano stati lo scopo di grandi lavori di bonificamento. Cf. il « destinarat ruderi accipiendo ostienses paludes » di Tacito.

e) L'inalveamento del Tevere, con le sponde murate nel tronco urbano, e forse arginate a valle, con due strade d'alaggio ecc., la buona manutenzione delle cloache ecc. Possiamo concepire un' idea dell'interesse posto dai Romani in questo dipartimento dal fatto che la « cura alvei et riparum Tiberis et cloacarum urbis » era dignità concessa soltanto a chi avesse già toccato il culmine degli onori.

f) L'intensità del traffico marittimo e terrestre. Basti osservare che la superficie galleggiabile del porto claudio-traiano copriva uno spazio di 1,091,752 metri quadrati, superiore a quella degli otto principali docks di Londra insieme riuniti.

g) Finalmente, e questo è il punto capitale del mio ragionamento la soppressione degli acquitrini superficiali o nascosti, per mezzo di fognature. Le fognature erano di tre specie. Alcune fatte per mezzo di tubi fittili porosi; altre con pietre a secco; altre per mezzo di cunicoli scavati nel tufo. Delle due prime specie non mi occorre parlare dopo quanto ne hanno scritto il Secchi ed altri. Parlerò della mia esperienza dell' ultima specie, cioè della fognatura per mezzo di cunicoli, per dimostrare:

I, che *tutto il suolo tufaceo racchiuso dalle mura aureliane, superiore alla quota di circa 25 m. sul mare, è forato da cunicoli*;

II, che *nella campagna abbondano dove predomina la formazione tufacea litoide, e talvolta anche granulare.* I gruppi principali stanno in vicinanza di antichi centri di abitazioni.

La struttura di queste gallerie cunicolari, il modo col quale vennero scavate, la loro altimetria relativa, sono state illustrate dal Secchi, dal Canevari, dal chiar. Tommasi-Crudeli, e non giova ripetere particolari già noti. Parlerò solo della loro

distribuzione topografica, incominciando dalla città, per seguire dipoi la linea delle grandi vie consolari.

Regione I. — Porta Capena. In questa mi sono noti molti cunicoli, ma non sono di drenaggio. Si riferiscono al sistema d'allacciamento delle sorgenti *Camenarum, Apollinis, et Mercurii.* Uno solo, scoperto nel maggio 1878 in villa Mattei, è superiore al livello delle sorgive.

Regione II e III. — Celimontana — Iside e Serapide. Il sotto suolo di queste regioni è forato in parecchie località. Così per esempio, sotto la platea del tempio di Claudio, cioè sotto l'orto dei ss. Giovanni e Paolo le cripte penetrano nelle viscere del monte, come può vedersi nella tav. XX degli *Aquedotti* del Parker. Le cripte hanno il carattere di latomie, e ad esse si riferisce quanto narra il Ligorio, *cod. nap.* XL f. 105′ « presso la chiesa di san Giovanni et Paulo, *cavandosi la pozzolana,* hanno spianato infinito numero di cose antiche dalli fundamenti ». Nelle pareti di queste latomie si veggono, nondimeno, gli sbocchi di molti antichi cunicoli del genere di quelli destinati al drenaggio.

Regione IV. — Tempio della Pace. Quando si incominciarono nel 1868 i lavori per l'apertura delle vie Nazionale e Genova sotto la pendice nord del Viminale, si scoprirono gli sbocchi di molti cunicoli, il tipo dei quali è quello delineato dal Secchi e dal Tommasi-Crudeli (fig. 2) con un incavo triangolare all'altezza del gomito del fossore. Io ne ho percorso uno per un centinaio di metri, incontrando da per tutto bracci laterali. Quando fu spianata nel 1875 la sommità del Viminale, fra la caserma di Cimarra e s. Lorenzo in Panisperna, trovammo molti altri cunicoli dell'istessa natura.

Regione V. — Esquilino. Ricordo di avere esplorato cunicoli in via Merulana, in piazza Dante, in via Napoleone III, e sopra tutto nelle vicinanze di s. Maria Maggiore. Il giorno 31 maggio del corrente anno ne ho visto uno presso l'angolo della via Quattro fontane con la piazza dell'Esquilino, perpendicolare all'asse del Viminale. Vi correva un fil d'acqua, dirigendosi, non verso la valle del vico patricio, ma verso il cuore del monte.

Regione VI. — Alta Semita. Questa regione ci offre un maggior numero di cunicoli, non perchè ne abbondi a preferenza delle altre, ma perchè è stata esplorata a maggiore profondità, e sopra più vasta superficie.

Tagliandosi le vie Nazionale, Quirinale, e Mazarino attraverso le ville Rospigliosi ed Aldobrandini i cunicoli apparvero a centinaia. Sono tutti scavati nel banco di tufa che sovrasta le argille idrofore. Anche oggi se ne veggono parecchi in quel cumulo di terreno che forma angolo fra le vie Nazionale e Mazarino, e che fu altra volta de' Sacripanti. Ora questa zona del Quirinale aveva così ampia provvigione di acqua potabile, fino dal tempo della repubblica, da potersene dissetare una intera città. Non parlo delle terme costantiniane perchè è edificio certamente posteriore allo scavo dei cunicoli: parlo delle case, dei palazzi, dei giardini distrutti da Costantino per dar luogo alla sua fabbrica. Vi abbiamo trovati tubi di piombo, segnati col nome di Postumio Festo, di Paulla sua moglie, di Avidio Quieto, di Claudio Claudiano, di Adriano, di M. Aurelio, di Commodo, delle famiglie Pompeia, Claudia, Vilia, Nevia, Voiania ecc. Uno dei tubi ha segnata la capacità di *cento* quinarie, un

altro di *venti* e così via discorrendo. Con questi fiumi di acqua viva, perenne, che necessità v'era di cercarne della cattiva e scarsissima nel sottosuolo, e di cercarla non nelle argille ma nell'arido tufa?

Mirabili sono le opere di drenaggio scoperte dal sig. Costanzi nelle fondamenta del suo teatro in via Torino. Le gallerie, alte fino a 6 metri tagliavano in ogni senso il banco di tufa granulare sul quale era piantata la sontuosa residenza di Giulio Avito. È inutile aggiungere che questa residenza sovrabbondava di fontane perenni. Le fistole sono segnate col nome del proprietario.

Il ch. Canevari *Notizie sulle fondazioni del palazzo delle Finanze*, Atti Acc. Lincei ser. 2.ª vol. II 1874-75 p. 435, dopo avere descritto le latomie di pozzolana che resero così difficili le fondazioni di quel palazzo, aggiunge: « Sono pure degni di nota altri sotterranei lavori. Taluni erano cunicoli tracciati sotto le antiche strade ed escavati nel tufo (posto fra la quota 49, 20 e 51, 41, vale a dire a met. 11,08 sopra le acque sorgive). Servivano manifestamente per lo scolo delle acque, come dimostravano i sottilissimi detriti di materie argillose di cui erano completamente ripieni, e le incrostazioni calcaree, che a guisa d'intonaco ne rivestivano le pareti e le volte. Di altri cunicoli non seppi spiegarmi la destinazione. Erano essi notevolmente al disotto della più bassa galleria incontrata cioè presso alla ordinata 42,00 estremo limite delle nostre esplorazioni. Le loro dimensioni erano (met. 1,70 di altezza, met. 0,45 di luce, con pareti di tufo naturale compatto) ».

Abbiamo pertanto in questo caso due ordini distinti di gallerie. Può darsi che quello inferiore, traforato circa il livello delle sorgive naturali, abbia avuto per iscopo la ricerca delle cosidette vene sallustiane.

Quanto alla rete superiore dei cunicoli non v'ha dubbio che abbia avuto per iscopo il drenaggio del sottosuolo. Infatti quei cunicoli non hanno avuto per iscopo la raccolta di acque potabili, altrimenti le loro pareti di tufa granulare semipermeabile sarebbero state rivestite o d'intonaco semplice o di signino. Nemmeno hanno servito di cloache perchè queste erano sempre rivestite di muratura; e non si trovavano mai alla profondità enorme di 15 metri sotto il terreno. Inoltre tutta la zona del palazzo delle Finanze era enormemente provvista di ottime acque. Vi sono state scoperte tre grandi conserve edificate con sistema uniforme, divise in vani rettangoli, con pareti di perimetro grosse 2 metri. Una sola, della quale ho esatte misure, occupava uno spazio di 1537,68 met. q. e poteva contenere 6150,72 met. cubi di acqua. Anche in questi ultimi giorni, dinnanzi al palazzo, e sotto la via Venti Settembre, al cui asse è parallela, è stata trovata una grande piscina divisa in due gallerie per mezzo di pilastri ed archi. Misura met. 50,00 di lunghezza, met. 5,40 di larghezza, ed è capace di una provvista di metri cubi 540 di acqua. In questa zona sono stati trovati tubi di piombo che alimentavano fondi urbani dell' Imp. Traiano, di un Aterio Latroniano, di un M. Lelio Fulvio Massimo cos. 227, di un Flavio Vedio Antonino senatore romano, ed altri, fusi dai plumbarii Acaeno, Aurelio Agatangelo, Aurelio Basso, Valerio Giovino, Vibia Glauce ecc.

Regione VII. — Via Lata. Fondandosi la casa Chelli in via di s. Niccolò da Tolentino, l'architetto Adriano Ugo scoprì nel 1858 un cunicolo scavato nel tufa alto met. 1,83, largo met. 0,67, e pieno di sottili detriti argillosi (*Arch. min. Belle arti* 1858,

V, 1, 5). Il Cassio parla di altri cunicoli scoperti in via Margutta alle falde del Pincio. Questa collina ha il nucleo forato in tutti i versi. Nel gruppo principale delle cripte, che si estendono all'intorno del casino del Valadier sopra un'area di diecimila metri quadrati, dobbiamo riconoscere una conserva di acqua, scavata per uso della villa degli Acilii Glabrioni: ma che nella restante area fossero eseguiti lavori di fognatura è provato col fatto che, nelle sostruzioni del monte dalla parte di villa Borghese se ne veggono ancora gli sbocchi armati di tubi di terracotta. Questi sono disegnati nel primo volume delle Antichità del Piranesi.

Regione VIII. — Foro Romano. Il colle capitolino è tutto forato a guisa di spugna. Se ne avvidero i topografi fin dal secolo decimosesto. « Mi ricordo da puerizia aver vista una buca come una voragine sopra la piazza del Campidoglio.... Mastro Vincenzo de Rossi mio maestro mi disse esservi sceso e aver vista.... la strada che partiva dall'arco di Settimio Severo, e tagliava il monte Tarpeio, e riusciva al piano di Roma». Vacca, *Mem.* 19.

« Tutto quel luogo, (il Capitolino) è pieno di pozzi fatti dagli antichi nel tufo. Sono tanto cupi che vanno al piano di Roma... Muzio (de Leis) fecevi calare un muratore, al quale io parlai, e mi disse che nella fine di detto pozzo vi trovò una volta tonda assai spaziosa, e per il mezzo vi passava un grosso condotto. Di questi pozzi vi sono due opinioni: la prima di averli fatti fare li romani nel tempo degli assedii: e l'altra di essere stati fatti per la esalazione dei terremoti: ma ora che mi sono chiarito, dico che fossero fatti non solo per la comodità dell'acqua, ma, ancora per ovviare al terremoto ». Vacca, *Mem.* 65.

Pietro Sante Bartoli, parlando della *Substructio Capitolii* scoperta e distrutta a suo tempo dai Caffarelli, dice « Vi erano nella grossezza (del muro) alcuni spazî come piccole stanzole, molto diligentemente fatte, come avessero dovuto servire a qualche cosa; ma per nulla potevano essere buone, perchè da tutte le parti erano chiuse: e talune anche avevano pozzi, ovvero sfiatatori che si fossero: ma nel fondo però non si vedeva segno che vi fosse stata mai acqua ». Bartoli, *Mem.* 111.

Esaminando la parete del colle, nell'interno dei cortili delle case che la nascondono verso mezzogiorno, si veggono gli sbocchi di molte gallerie orizzontali e verticali. È inutile ricordare che il Campidoglio fu provvisto d'acqua potabile fin dall'anno 610 (Frontino, 1, 7).

Regione X. — Palatino. Nel fianco dirupato del Palatino che guarda il Velabro ed il Campidoglio si veggono gli imbocchi di numerosi cunicoli. Alcuni sono cavati nell'argille, altri nel tufa litoide. Il gruppo principale cavato nell'argilla non v'ha dubbio servisse per cisterna: poichè le sponde dei cunicoli sono rivestite d'intonaco, e vi sono di tratto in tratto dei pozzi tagliati a campana, serviti forse pel giuoco dei secchi. Ora hanno l'aspetto di grotte perchè la parete, che le chiudeva dalla parte del Velabro, è crollata. Ma, ad eccezione di questo gruppo, tutti gli altri cunicoli sono scavati nel tufa all'altezza di circa 20 metri sul piano del foro, ad un livello molto superiore di quello delle sorgive.

Regione XI. — Circo Massimo. Questa regione, creata artificialmente con la colmatura e prosciugamento dei due velabri, è notevole per la magnificenza delle sue cloache che sostituiscono, per così dire, i cunicoli di drenaggio delle regioni

tufacee. Le principali sono tre. La cloaca massima destinata al drenaggio del velabro minore e delle pozzanghere di Giuturna e delle Lautole: la cloaca, che chiamerò del colosseo, destinata al drenaggio del velabro maggiore, della valle murcia, della gola fra il Celio ed il Palatino, e del bacino del Colosseo: la terza, speciale per gli usi del circo massimo. Esse furono certamente disegnate, e costruite da un solo ingegnere secondo un piano uniforme, il cui scopo tendeva al risanamento della zona circumpalatina.

Regione XII. — Piscina pubblica. Siccome in questa regione i tufi sono da per tutto nascosti sotto quello che il Canevari chiama « materasso di suolo di scarico » non ho mai avuto occasione di studiarne la fognatura.

Regione XIII. — Aventino. Nell'aventino s'incontrano due magnifici gruppi di fognature. Il primo, che è forse il più vasto e completo di quanti sono apparsi fino ad ora in Roma e nel Lazio fu scoperto l'anno 1856 dai religiosi di s. Sabina sotto il loro giardino, ed ha fornito il tema ad una bella monografia del comm. Descemet ([1]). Ne darò ragguaglio con le sue stesse parole. « Une lourde pierre elliptique formant couvercle (vedi la tavola annessa alla monografia) fut soulevée..... Elle donna accès dans un puisard profond de deux mètres, ou l'on descendit.... On finit par découvrir un système de canaux, percés en plein tuf, legerement cintrés, a parois courbes ou verticales, et distantes de 50 à 70 centimètres. Ils étaient d'abord tellement bouchés par des alluvions de fange ou d'argile humide, ou de tuf écroulé, que l'on dut y circuler en rampant.... Quand un travail opinaître les eut rendus practicables on releva qu'ils mesuraient une longeur de 125 mètres (au 1[r] mai 1857), et qu'ils se ramifiaient en se décomposant selon deux directions principales, orientées a angle droit.... Les extremitées de quatre tronçons aboutissent brusquement a un puits vertical ascendant, étroit, pentagone, interieurement armé de plaques de tuf verdâtre, non cimentées. D'autres puits semblables s'ouvrent.... c'etaient peut-être des régards ou des évents qui affleuraient jadis la surface du sol, et dont la bouche est maintenant a 3 mètres sous terre. L'ensemble du système paraît concourir en *d*, ou s'ouvre un puits réctangulaire creusé dans la roche, large de deux mètres sur 80 centimètres, et descendant a une profondeur de 7 mètres. Pour en connaître l'issue, d'intrepides explorateurs s'y risquèrent.... ils debouchèrent dans un nouveau puits également vertical, rectangulaire, creusé en plains massif et profond de 10 mètres.... Un suintement abondant d'eau calcaire avait lieu, au dessus même des puits par les fentes d'une plaque de travertin.... On rencontre ensuite un second étage de canaux souterrains très-anciens, et situés a plus de 25 mètres au dessous des chambres supérieures.

Leur orientation forme un angle aigu avec celle des canaux supérieurs, dont ils diffèrent par leur coupe par leur étendue.... D'abord leurs parois arquées symmétriquement figurent souvent une lentille bi-convexe et se rejoignent en ogive: puis ils ont une largeur variable de 45 à 60 centimètres et a 1 mètre 10 cent. Leur voûte est arrondie en plain cintre, ou bien irregulière ou formée par deux plans réciproquement inclinés. Enfin creusés sous la masse même du tuf sans que les

([1]) *Mèmoire sur les fouilles exécutées a Santa-Sabina* 1855-1857. Paris, Imprimerie impériale. 1863.

ouvriers aient suivi une marche constante, ils mesurent une longeur totale de 385 mètres, réconnue au 1r mai 1857: mais il doivent s'étendre beaucoup plus loin.... sous l'aventin ».

Da questo racconto così netto e preciso deduciamo: 1° che tutta la massa del monte, rivolta al Tevere, è perforata da cunicoli distribuiti in due ordini comunicanti fra loro per mezzo di orificii verticali; 2° che il sistema cunicolare accenna ad estendersi sotto tutta l'area del monte; 3° che sta in comunicazione, anzi ha origine dagli strati vicinissimi all'antica superficie; 4° che da questi strati le filtrazioni umide hanno penetrato, e penetrano anche oggi nella rete degli spechi, sotto forma di stillicidii a incrostazione calcare; 5° che la fognatura non ha avuto per iscopo la raccolta di acque potabili, perchè le pareti ed il fondo di ciascun cunicolo non sono cementate, ma costituite invece dalla grezza e sovente friabile fronte del sasso.

A queste conseguenze possiamo aggiungere altre considerazioni. A niuno verrà in mente il supporre che gli antichi abbiano ricercato vene di acqua potabile nei più alti banchi di tufo dell'Aventino: ovvero che i sotterranei colossali lavori quivi eseguiti avessero per iscopo di funzionare da cloache di smaltimento delle acque pluviali. L'Aventino avea la sua bella e buona rete di cloache, portata a compimento da Catone Censore e da L. Valerio Flacco (Livio, 39, 44), della quale tanti avanzi sono stati scoperti. L'Aventino pure era stupendamente fornito di acque potabili fino dal tempo in cui giunse in Roma la marcia. In quel tratto di suolo, sotto il quale si dirama il labirinto descritto dal Descemet, sono stati trovati condotti di piombo che portavano più centinaia di quinarie alle case di Lucio Asinio Rufo l'amico di Plinio il giovane, di Sesto Cornelio Repentino il genero di Didio Giuliano, di Publia Valeria Comasia figlia del console Valerio Comazon, dei consoli M. Valerio Bradua Maurico, Lucio Emilio, Emilio Karo, Cecina Decio Massimo Basilio, di Cosmo liberto di Augusto *a rationibus* ecc. ecc. Si noti che il tubo di Cosmo correva precisamente dentro uno dei cunicoli di drenaggio (Descemet, p. 19). Da ultimo, e questo mi sembra punto essenzialissimo, tutto questo sistema di cunicoli scendeva direttamente al Tevere per mezzo di uno speco collettore che il Piranesi (Antich. 1. 9 n. 176) il Parker (Aquedotti tav. IV) hanno preso per l'aquedotto dell'appia.

Il secondo gruppo cunicolare dell'Aventino è stato scoperto, ed è, credo, tuttora visibile nella cava di tufa posta sull'angolo delle vie di s. Saba e di porta s. Paolo. Un tipo dimostrativo di queste gallerie, riferito all'asse dell'aquedotto appio, visibile anch'esso nelle latomie, è dato dal Parker nella tav. III del citato volume. L'orientazione e l'altimetria dei cunicoli dimostrano ad evidenza essere essi posteriori alla perduzione dell'appia, lo speco della quale rispettano alla dovuta distanza.

Regione XIV. — Trastevere. In questa regione non conosco cunicoli. La spiegazione di questa mancanza è chiara. I colli transtiberini non avevano bisogno di fognature, composti come sono di banchi permeabili.

Entriamo ora in aperta campagna. Io non posso descrivere uno ad uno i gruppi di fognatura da me esaminati nella campagna perchè sarebbe argomento non esauribile, e dovrei ripetere ad ogni istante cose già dette. Citerò alcuni esempî tanto

più importanti quanto meno sono noti. Quando nel 1861 o 1862 si corresse, rendendola più agevole, la salita di castel di Guido sulla via aurelia, si scoprirono tre ordini sovrapposti di cunicoli che solcavano il monte in tutte le direzioni. Anche nelle rupi della Bottaccia vidi l' imbocco di altri cunicoli. Ora questa zona aveva una dote di acqua potabile ricchissima. Negli scavi eseguiti l'anno 1823 dalla casa Doria-Pamphili, descritti dall'Amati nelle *Schede vat.* 9745-48-71, e nel *Giornale arcadico* v. 24, 81 sg., si trovarono in piccola area condotti che alimentavano i fondi di M. Aurelio Saturnino, della gente Pedia, di Decimo Giunio Karo ecc. ecc. Uno dei tubi aveva scolpita la portata in quinarie ventidue!

Nella Memoria del Tommasi-Crudeli sono descritte a lungo le fognature dei terreni posti a sinistra della Flaminia nel luogo detto le due Case. Precisamente in questo luogo il cav. Piacentini ha trovato una ampia fistola, segnata col nome di Avidienio.

L' istessa osservazione si ripeta per altri gruppi di fognature che ho esaminato a Veio, a Fidene, nella valle della Caffarella, a s. Lorenzo fuori le mura, alla casetta degli Spiriti, nella tenuta di Arco Travertino, luoghi che di ottime acque erano forniti a dismisura [1].

La questione si riduce in fondo non a moltiplicare esempî di cosifatte escavazioni, perchè della loro esistenza, e del loro numero infinito nel nucleo dei tufi nessuno può dubitare: ma a porre in chiaro lo scopo cui mirava chi le scavò, pretendendosi da alcuni che fossero destinate *esclusivamente* a raccogliere vene per i fontanili ed abbeveratoi, da altri che fossero *esclusivamente* destinate a prosciugare gli acquitrini latenti o superficiali. Mi sembra che la questione possa onestamente risolversi, ammettendo che i cunicoli servissero per l'uno e l'altro scopo: anzi è evidente che non potevano servire per l'uno senza servire contemporaneamente e necessariamente per l'altro. Non potevano allacciare gli stillicidî e le piccole vene che serpeggiano nelle spaccature dei banchi superficiali di tufa, senza assorbire la umidità dei banchi medesimi, e senza dare luogo ad uno scolo normale, perenne, igienico agli acquitrini dai quali avevano origine gli stillicidî. Non potevano prosciugare gli acquitrini senza dare origine a piccoli corsi d'acqua, soggetti a variazioni di volume assai sensibili in ragione diretta dalla siccità, o piovosità della stagione; corsi di acqua che un buon coltivatore, un buon proprietario non poteva dispregiare, perchè utili all'innaffiamento del terreno nei mesi estivi ed all' abbeveramento degli animali.

Tutt' al più si potrebbe ricercare quale sia stato il movente *principale* del lavoro; vale a dire se i cunicoli sieno stati scavati piuttosto per sottrarre al sottosuolo la umidità, i *sudores et stillae exiles* di Vitruvio, *quae ex hibernis tempestatibus collectae in spissis et solidis locis subsidunt*: ovvero per procurare alimento alle piscine ed ai fontanili. La soluzione non può essere dubbia. Il movente principale fu

[1] Non avendo avuto ancora opportunità di studiare sotto questo punto di vista la zona compresa fra l'Aniene e i colli albani ed altre piccole regioni specialmente lungo l'ardeatina, mi riserbo di pubblicare una statistica esatta delle fognature della campagna, come appendice a questa memoria. Del resto anche gli avversarî della nostra teoria riconoscono sinceramente che i cunicoli sono « tanto frequenti nella campagna romana » (Ponzi, *Le acque di Roma* p. 20).

il prosciugamento del sottosuolo almeno per quattro quinti dei gruppi di fognature che ho descritti; e di quelli che ho ommesso di descrivere per amore di brevità. I cunicoli del Palatino, del Quirinale, del palazzo delle Finanze, dell'Aventino stanno certissimamente ad un livello assai superiore di quello delle acque di filtrazione e sorgive. Ad uguale livello stanno quelli di castel di Guido, delle due Case, di Prima Porta, di Fidene ecc.

Ho inteso rivolgere a questa teoria una obbiezione speciosa, basata sul fatto che i cunicoli mancano dove mancano i tufi, ossia dove questi sono sostituiti da marne, da argille, da filoni di lava, materiali tutti abbondanti di vene. Se i cunicoli mancano dove il suolo abbonda di vene, ed abbondano invece dove predominano gli aridi tufi, è segno che l'unico obbiettivo dei perforamenti fu la ricerca di acqua. Il lettore prevede la soluzione della difficoltà: i cunicoli mancano dove mancano i tufi, cioè *dove il suolo è permeabile* e composto di roccie o sedimenti a fratture o a tessitura idrofore. Sui filoni di lava, sulle sabbie, sulle ghiaie, non ci sono acquitrini, e conseguentemente non ci sono cunicoli. Dove regna la formazione tufacea tanto adatta alla formazione degli acquitrini di acqua piovana, i nostri maggiori crearono una permeabilità artificiale coi loro cunicoli.

Un' altra obbiezione si vuol derivare dalla incertezza che regna sull'epoca nella quale i cunicoli furono scavati. Conciossiachè uno degli argomenti che noi arrechiamo per dimostrare il carattere e lo scopo « prosciugatore » delle gallerie, consiste nel fatto che le zone forate erano ricchissime d'acqua potabile. Ora se le gallerie fossero anteriori alla perduzione delle acque potabili l'argomento non avrebbe più efficacia. Chiunque ha un po' di pratica con la topografia e con la storia dell' antica ingegneria non può esitare a riconoscere cho lo scavo delle gallerie, come sistema generalmente adottato, è posteriore al V secolo di Roma, onde il più che possiamo concedere è di riconoscerle e solo in casi isolati sincrone agli acquedotti repubblicani. Abbiamo veduto, parlando dei gruppi aventinesi vicini allo speco dell'appia, come essi sieno certamente più recenti di quello. I gruppi poi della campagna son *tutti* in relazione topografica col sito delle grandi ville dei patrizi, e queste datano in minima parte dai due ultimi secoli della repubblica, in grandissima parte spettano al periodo imperiale.

L'assalto più poderoso alla nostra teoria è stato dato in questi ultimi giorni dall'illustre senatore Ponzi nell'opuscolo intitolato: *Le acque del Bacino di Roma*.

Il ch. autore considerando che « la orizzontalità del piano .... manca del tutto in una continuata ondulazione di superficie propria dei subappenini » che « l'acqua su di essa non può arrestarsi ma deve assolutamente scorrere sulle gronde delle colline » e che se anche vi fossero concavità, da esse « deve prendere principio un rivo che darà scolo » nega la possibilità di ristagni di acque pluviali nel piano di divisione fra il suolo permeabile ed impermeabile (p. 19). E non potendo negare che anche sul piano e sulle pendici delle colline vi sieno paludette più o meno apparenti, le crede originate da una « quantità di piccole sorgentole ». Non m' intendo di geologia per sapere se le cavità o depressioni che certamente esistono in superficie dei tufi debbono *tutte* e *necessariamente* avere il loro emissario, in modo che non vi rimanga, dopo le pioggie, una stilla di acqua. Ho veduto centinaia di volte, sull'uno

e l'altro versante delle alpi, superficie di erosione, ancora scoperte, piene di cavità *senza emissarî*, in modo che dopo le grandi pioggie ed il liquefarsi delle nevi vi pullulano i laghetti, che poi son prosciugati dalla canicola. Ho creduto che se quelle superficie subissero la sorte corsa dai nostri tufi, vale a dire se fossero col tempo velate da un sottile strato di terreno vegetale, quei laghetti avrebbero continuato a pullulare non ostante l'assorbimento di parte delle loro acque; e che si sarebbero mostrati men facili a scomparire sotto la sferza del sole, appunto perchè protetti dal velo dell' *humus*. Ho creduto che, se anche alcune cavità si trovassero munite di un emissario di scolo, questo poteva essere facilmente otturato nel corso del processo per la trasformazione del cappellaccio in suolo vegetale; ovvero per lavori compiuti dalla mano dell' uomo, per fortuite circostanze. Ho osservato da ultimo che ogni qualvolta l'acqua corre su d'una superficie non inclinata uniformemente, produce sempre delle cavità senza scolo al piede di ciascuna « rapida », e che queste cavità sono profonde in ragione inversa della resistenza delle roccie. Per tuttociò ho creduto e credo ancora fermamente alla possibilità dell'esistenza, all'esistenza di cavità dovunque si vedono ristagni e gemitii d'acque in cima agli altipiani; quanto ai fianchi delle colline non discuto la teoria del ch. Ponzi intorno « le piccole sorgentole ».

Il secondo assalto dell' illustre geologo è diretto contro la possibilità che i nostri cunicoli abbian potuto servire al drenaggio del suolo. Questa possibilità è combattuta con cinque argomenti.

1. « Se voi considerate « egli dice » i tufi vulcanici poco o niente permeabili, cioè capaci di portare in collo le acque sotto forma di spandimenti o veli, come avrebbero potuto prestare l' ufficio di drenaggio i proposti cunicoli? » La risposta è stata data a chiare e ben intelligibili note dal prof. Tommasi-Crudeli. Il punto di partenza dei cunicoli trovasi nella superficie di contatto fra la zona vegetale e tufacea, ovvero nei cappellacci permeabili. I cunicoli comunicano col fondo acquitrinoso delle depressioni con feritoie o pozzi aperti nelle volte, con muri laterali a secco; anzi verso le estremità dei bracci maestri o secondarii il cunicolo sbocca nel banco vegetale in modo che la volta è formata da tegoloni alla cappuccina. Quindi da noi si nega in massima la permeabilità dei tufi: i cunicoli prescindono affatto da tale supposta permeabilità: essi compiono il loro ufficio mediante la comunicazione che loro è stata data col fondo degli acquitrini per mezzo di feritoie, di pozzi, di macerie, di coperture a tegoloni ecc.

2. « Se veramente fossero stati aperti per servire di fognatura .... si troverebbero meglio ordinati, e non così irregolarmente sparsi anche dove non sarebbero necessarî ». Non so che cosa voglia intendersi per « cunicoli meglio ordinati ». Se il loro scopo fosse stato quello di essiccare una roccia permeabile, capisco che l' ingegnere avrebbe potuto disporre le gallerie a rombi, a quadrati, a rettangoli ecc. Ma trattandosi di dovere semplicemente porre in comunicazione il fondo dei bacini palustri con un emissario centrale di scolo come potevano meglio ordinarsi i cunicoli di quello che lo sieno stati di fatto? Che cosa può dimandarsi di meglio ordinato del sistema cunicolare di s. Sabina, visto e considerato lo scopo da ottenersi?

Come poi possa affermarsi che i cunicoli si trovano anche « dove non sarebbero necessarî » non lo so comprendere. Il senso delle parole del ch. Ponzi è che nella

zona forata da alcuni cunicoli non vi sono nè acquitrini nè stillicidî o sorgentole. Sta bene che non vi siano oggi. Ma chi può pretendere che non vi siano stati? Che quei laboriosi canali sieno stati scavati per ischerzo, o per infliggere un castigo ai poveri fossori? Trovo nel fatto dell'apparente odierna inutilità di alcune fognature la migliore giustificazione della nostra teoria: — per loro mezzo gli acquitrini furono prosciugati tanto completamente che ne è sparita ogni traccia — la loro riproduzione è impedita dal continuo funzionare della fognatura.

3. « Sarebbero più vasti e le loro volte più larghe per aumentare la superficie scolante ». Ho già risposto a questa obbiezione: noi neghiamo in massima la permeabilità dei tufi: quindi la maggiore o minore ampiezza della superficie scolante non ha nulla che fare con lo scopo della fognatura. Essa beveva direttamente dal fondo delle depressioni palustri.

« Sarebbero ancora tutti in uso perchè i barbari del medio evo non potendoli distruggere ..... li lasciarono intatti ». In primo luogo i cunicoli in uso, se non sono tutti, sono moltissimi. Quelli di s. Sabina funzionano tanto bene che da essi trae perenne alimento la fontanella costruita in via di Marmorata da mgr. Cardoni e dal barone del Nero. In secondo luogo crede il ch. Ponzi che non fosse necessaria una energica manutenzione per tenere i cunicoli in assetto, e capaci di corrispondere allo scopo della loro istituzione? Tutt'altro. L'acqua che per mezzo o dei pozzi, o delle feritoie, o dei muri a secco, o del pianellato filtrava entro i cunicoli non era illibata: trascinava seco terriccio, fango, tutte quelle brutture che costituiscono il fondo delle paludi. Quando l'altimetria del suolo permetteva di inclinare a piacere il fondo dell'alveo collettore, le materie fisse seguivano il corso dell'acqua. Quando la inclinazione e per conseguenza, la velocità dell'efflusso era poca cosa, i fanghi, il terriccio, i detriti vegetali erano lasciati per via, il fondo del cunicolo si alzava, e poteva anche ostruirsi l'intera luce se la mano dell'uomo non avesse rimosso l'ostacolo. Egli è perciò che le fogne dell'Aventino furono trovate « bouchées par des alluvions de fange ou d'argile humide, ou de tuf écroulé » che lo speco scoperto a s. Niccolò da Tolentino era quasi ostruito da sottili depositi argillosi, che i cunicoli del palazzo delle Finanze erano « completamente ripieni » ecc. Quando furono scoperti gli alvei della marcia tepula e giulia in via di porta s. Lorenzo, della giulia e dell'aniene vetere in piazza Manfredo Fanti, dell'appia nelle cave di tufa a s. Saba, gli ho visti pieni a metà di stratificazioni fangose, non ostante che i singoli alvei fossero intatti per più centinaia di metri. Del resto il Tommasi-Crudeli, nell'articolo che ha dato origine allo scritto del Ponzi, dichiara che « il fango che riempie (le escavazioni cunicolari) anche quando sono intatte e scavate a grande profondità nel tufo, è formato da minutissime particelle di terra, e sta a testimonio della grandissima quantità di acque che esse assorbirono nel corso dei secoli ». I « Barbari del medio evo » chiamati in soccorso dall'illustre Ponzi non hanno che fare con l'interrimento dei cunicoli: l'interrimento è stato prodotto dall'abbandono in cui i cunicoli furono lasciati, caduto l'impero.

4. « Se ancora prestassero il loro ufficio, le campagne sarebbero meno umide, e forse tante tenute non avrebbero fontanili e abbeveratoi per soppressione di sorgenti ». I cunicoli non prestano il loro ufficio perchè il diutino abbandono gli ha

ostruiti: « espurgati che sieno, dice il Tommasi-Crudeli, rientrano in piena attività come se fossero fatti ieri ». I cunicoli poi che il ch. Ponzi dice esistere « anche dove non sarebbero necessarî » compiono tanto bene il loro ufficio, che nella zona vicina non vi è traccia di impaludamento di acque. Quanto poi al timore di vedere essiccati fontanili ed abbeveratoi nelle tenute, si rassicurino i gentili avversarî; ricordando che, a nostro avviso, i cunicoli non rapivano acqua alle vive sorgenti, ma solo agli acquitrini per restituirla poco stante a beneficio dell'agricultura e della pastorizia.

5. « Se quei cunicoli scorrenti nel seno dei tufi vulcanici avessero servito a raccogliere acque di filtrazione, le catacombe sarebbero state impossibili, perchè le loro gallerie tanto più ampie e ramificate per grandi estensioni, si troverebbero inondate ». È questa un'arme che va a colpire fatalmente chi la lanciò. Il fatto che le catacombe sono asciutte è la più splendida prova dell'impermeabilità del sotto suolo romano, e della quasi totale assenza di vene negli strati tufacei. Ora chiunque percorra, per esempio, le solitudini di tor Marancia pensili su catacombe cristiane e su cripte arenarie, riconoscerà facilmente ai consueti indizî l'esistenza di parecchi centri umidi nel sottosuolo. Sono questi i centri che noi crediamo essere stati prodotti dall'impermeabilità del tufa, e prosciugati con fognature. Le catacombe e le cripte arenarie danno la più bella conferma alla nostra teoria.

Ed ora son giunto alla conclusione. La esprimo coi termini i più modesti, perchè, come dissi sin dal principio, fanno migliore opera pel risanamento dell'Agro coloro che si limitano alla semplice analisi dei fatti, che non quelli che corrono subito alla sintesi di fatti non bene accertati. Noi abbiamo dimostrato che il sottosuolo delle colline urbane, e larghi tratti del suburbano hanno le assise di tufa forate da cunicoli; che la controversia se servissero piuttosto all'allacciamento di acque per la irrigazione, e per abbeverare gli armenti, ovvero al prosciugamento del suolo, è superflua, in quanto che l'uno e l'altro effetto era raggiunto necessariamente; che il movente precipuo della fognatura sembra essere stato quello del prosciugamento degli acquitrini sugli altipiani e sulle gronde dei colli; che la operazione sortì buon esito; e finalmente « che la ripristinazione di un sistema completo di fognatura fatta con mezzi diversi e più razionali, ma cogli stessi scopi che si proposero gli antichi [1] » potrebbe diminuire la malignità dell'aere di tanto, di quanto fu diminuita nel secondo secolo dell'impero. Ciò non sarebbe poco.

[1] Ponzi, l. c. p. 4.

Ricerche anatomiche sull' Appendice della Glandola Tiroidea.

Memoria del prof. GIOVANNI ZOJA

approvata per la stampa negli Atti dell' Accademia
nella seduta del 1 giugno 1879.

I. Cenno storico

Il primo a chiamare l' attenzione degli anatomici sul *corno medio del corpo tiroide* (chiamato altrimenti *colonna, corda glandolosa*, o, più comunemente, *piramide di Lalouette*) è stato certamente Morgagni, poichè nei suoi *Adversaria anatomica prima* (1), dopo aver esattamente descritto l' istmo e dimostrato colla massima evidenza che la glandola tiroidea nell' uomo è unica e non doppia, come si ammetteva in allora comunemente, e dopo averla assomigliata alla luna crescente, così si esprime: « ...,... *se non che dall' istmo, oppure da uno dei due lobi, un'*APPENDICE GLANDOLOSA SOTTILE, *ma lunga, per lo più si distende all' insù attraverso la superficie della tiroide* (2) ». Egli poi riprodusse tale Appendice dal vero e colla maggior esattezza in una figura (3) annessa agli *Adversaria* suddetti.

È vero che prima di Morgagni il prolungamento mediano della glandola tiroidea fu delineato anche da Eustachio (4) e da Bidloo (5), ma si sa pure che le tavole di Eustachio, state perdute per oltre un secolo e mezzo, non erano conosciute da Morgagni al tempo in cui scriveva i suoi *Adversaria anatomica prima* (6). Bidloo poi, che

(1) Jo. Baptistae Morgagni, *Adversaria anatomica prima*, 26.

(2) Stimo vantaggioso riportare qui ora ed anche in seguito le parole testuali di Morgagni .... *nisi quod plerumque ab isthmo, vel ab alterutro lobo exilis, sed longa Appendix glandulosa sursum per thyroidis faciem producitur.*

(3) *Advers. anat. prim.* cit. tab. I.a O.

(4) *Tabulae anatomicae* clarissimi viri Bartholomaei Eustachi. Romae MDCCXIV. Coloniae Allobrogum MDCCXVI. Amstelodami MDCCXXII ecc.

(5) Godifridi Bidloo, *Anatomiae humani corporis centum et quinque tabulis.* Amstelodami MDCLXXXV.

(6) Infatti gli *Adversaria anatomica prima* di Morgagni vennero pubblicati per la prima volta a Bologna nell'anno 1706, mentre le famose tavole di Bartolomeo Eustachio non videro la luce che nel 1714 per opera premurosa ed indefessa del celebre Lancisi, il quale fu poi efficacemente coadiuvato dallo stesso Morgagni nella spiegazione delle tavole medesime. Ciò era già conosciuto dalla storia, ma più luminosamente viene ora provato dalla recente pubblicazione fatta a cura del professore Alfonso Corradi, intitolata: *Lettere di Lancisi a Morgagni e parecchie altre dello stesso Morgagni ora per la prima volta pubblicate.* Stabilimento tipografico, successori Bizzoni, Pavia 1876. — Da parecchie di queste lettere, ma principalmente dalla XIX e dalla XXII, risulta anche provato nel

disegnò questa Appendice, pare dietro la trachea, sproporzionatamente grossa, corta ed arrovesciata ([1]), non si curò punto di farne cenno nella spiegazione della figura, mentre in quella di Morgagni, grande pressochè al naturale, rappresentante la lingua, laringe, trachea, esofago, corpo tiroide ed alcuni muscoli della regione, si vede nella maniera più chiara e precisa l'Appendice, la quale sorge dal margine superiore dell'istmo e sale fino a perdersi sotto l'osso ioide, decorrendo a sinistra, ma assai presso la linea mediana. Essa comincia larga circa sei o sette millimetri, ma in seguito si fa sottile mano mano che ascende. A questa figura che, tanto nell'insieme quanto nei particolari, riesce molto esplicativa, il Morgagni, per rispetto all'Appendice fece questa spiegazione ..... *Appendice della stessa glandola* (tiroidea) *distesa all'insù, come trovavasi in questo cadavere* ([2]).

Com'ebbe Morgagni osservato le tavole di Eustachio, scrisse tosto la celebre sua epistola a Lancisi, la quale fu preposta alle tavole medesime, dove egli si compiace grandemente che Eustachio con lui si accordi non solo nel riconoscere l'unicità della glandola tiroidea, ma altresì nel descriverla in tutte insieme le sue condizioni sì da non omettere neppure quell'Appendice, la quale egli aveva notato stendersi spessissime volte da quella all'insù attraverso la superficie della tiroide ([3]).

modo il più evidente che Morgagni fino al 19 agosto 1713 non aveva ancora vedute le tavole suddette. La stessa cosa rilevasi pure dall'*Epistola anatomica nona*, 34, dello stesso Morgagni, come si dirà più avanti.

([1]) Godifridi Bidloo, op. cit. tab. XXIV fig. 8. Questa figura di Bidloo, presenta la laringe e porzione della trachea vedute, se non prendo errore, dalla parte posteriore, il che si desume principalmente dall'essere in vista l'apertura superiore della laringe, i lati posteriori della cartilagine tiroidea, la parte gemmata dalla cricoidea, ed indicate le due aritnoidee. Così parmi sia stata giudicata anche dal plagiario di Bidloo Guglielmo Cowper (*Anatomia corporum humanorum centum et quindecim tabulis* ecc. Lugduni Batavorum MDCCXXXIX tab. XXIV fig. 8). In questa figura appaiono inoltre: l'osso joide articolato col grande corno della cartilagine tiroidea e la glandola tiroidea col proprio istmo, il quale passa trasversalmente dietro la trachea, sul limite frapposto a questo canale e la sovrastante cartilagine cricoidea, presso a poco come accade di osservarlo anteriormente alla trachea nei casi ordinarî. Ora qui bisogna ammettere, o che in questo caso di Bidloo (riprodotto tal quale da Cowper) l'istmo passasse effettivamente tra la trachea e l'esofago, come vide Burns, citato da tutti gli autori, o che non sia stato disegnato dal vero. Che fosse reale il caso si dubita pensando che tanto l'autore, quanto il copiatore non fanno alcun cenno di un fatto cotanto raro; epperò non si può non essere tentati a sospettare che la figura non sia stata copiata direttamente dal vero, ed il sospetto viene rafforzato dall'osservare inoltre che dalla parte media ed inferiore dell'istmo staccasi un prolungamento glandoloso, grosso quasi due volte più dell'istmo e diretto verticalmente in basso, lungo circa due centimetri, uniformemente largo circa un centimetro, e terminante sotto il quinto anello della trachea, tagliato, pare, come è tagliato il canale aereo.

Di questo prolungamento non parlano nè Morgagni, nè Santorini: Haller (*Elem. Phys.* ecc. Neapoli 1776 T. III pag. 262) giudicandolo la *columna*, dice solo che in Bidloo *pingitur reclinata*. Non so spiegarmi come Cruveilhier (*Trait. d'Anat. déscript.* quatr. édit. Paris 1865 T. deux p. 300) abbia potuto scrivere che il prolungamento medio del corpo tiroide (colonne) fu *parfaitement représenté par Bidloo !!*.

([2]) *Appendix ipsius glandulae sursum producta, veluti erat in hoc cadavere* (*Adv. anat. prim.* cit.).

([3]) ...... *non modo unam mecum thyroideam proponat; sed in cunctis ejus conditionibus ita conveniat, ut ne illam quidem Appendicem omittat, quam ab ea sursum per thyroidis faciem persaepe*

Conformemente a Morgagni, e si può credere anzi per suo suggerimento, interpretò Lancisi questo corno medio del corpo tiroide [1] chiamandolo, nella descrizione delle figure di Eustachio, col nome di Appendice [2], adoperato appunto, come fu detto, e per la prima volta, da Morgagni.

Non passò molto tempo che Mangeti riprodusse nel suo *Teatro anatomico* [3] e la figura di Morgagni, relativa alla glandola tiroidea [4], e le tavole di Eustachio colle spiegazioni di Lancisi [5]. In essa opera, a proposito della sopracitata figura di Morgagni, Bianchi di Torino [6] pubblicò un apposito articolo, nel quale loda Morgagni anche per ciò che scrisse sulla Appendice della glandola tiroidea, non tralasciando di farvi sopra, come era suo costume, alcune osservazioni.

Poco dopo la comparsa del teatro anatomico di Mangeti, Morgagni pubblicava gli altri suoi *Adversaria,* nei quali, a proposito delle osservazioni di Bianchi, riguardo al nostro argomento, rivolgendosi a Mangeti, così scrive: « *Di poi mi loda* « (cioè egli il Bianchi) per aver delineata con somma esattezza l'Appendice della « glandola tiroidea, la quale per certo non solamente abbiamo trovata sempre in « tutti i cadaveri da noi sezionati, ma anche l'abbiamo trovata in quella medesima « forma che viene descritta dal diligentissimo autore [7] — *Nel qual luogo,* continua Morgagni, *benchè io creda facilmente che egli dice la verità, pure credo* « *altresì che se egli l'avesse cercata in tanti cadaveri in quanti l'ho cercata io, non* « *l'avrebbe in alcuni trovata, perocchè in Bologna, avanti che io descrivessi* PER

protendi *adnotaveram* (*Ad illustrissimum et celeberrimum virum D. Jo. Mariam Lancisium* etc. Jo. Baptistae Morgagni *Epistola.* Patavii XIII Kal. novembris MDCCXIII In; Bartholomaei Eustachii, *Tabulae anatomicae* etc. *novis explicationibus illustratae ab* Andrea Maximino. Romae MDCCLXXXIII pag. XXXII).

(1) Vedi in proposito la lettera XXIV di Lancisi a Morgagni (pubblic. del prof. Alfonso Corradi ecc. come retro, a pag. 59) che porta la data del 14 ottobre 1713.

(2) Nella spiegazione delle tavole di Eustachio pubblicate ad Amsterdam nel 1722 (edizione identica alla prima pubblicata in Roma nell'anno 1714) per la tavola XLI fig. V sta scritto: *similiter glandulam thyroideam in situ cum ejus Appendice sursum producta* (Qui il Lancisi ricorda subito quanto scrisse in proposito Morgagni ne' suoi *Adversaria anatomica prima*). E per la fig. VIII della medesima tavola .... *repetit demonstrationem glandulae thyroideae omnino detectae, et clarius appareat ejus Appendix.*

(3) Joh. Jacobi Mangeti, *Theatrum anatomicum* ecc. Genevae MDCCXVI.

(4) Mangeti, op. cit. tav. CIX, fig. 3.

(5) *Tab. anat.* Barthol. Eustachi ecc. Coloniae Allobrogum MDCCXVI.

(6) Veramente le lodi e le osservazioni sopra questa figura di Morgagni furono fatte da Giovanni Battista Bianchi, ed accolte dallo stesso Mangeti nel suo teatro anatomico. Chi fosse poi G. B. Bianchi, invidioso di Morgagni e suo acre ed incorreggibile censore, si può rilevare agevolmente prima di tutto dai suoi scritti, molti dei quali furono stampati nel teatro del Mangeti suddetto, poi dalle sue lettere a Morgagni ed a Lancisi, e più ancora da quelle che Lancisi e Fantoni diressero a Morgagni (vedi le premesse agli *Adversaria anatomica quarta,* le *Epistolae anat. duod.;* la pubblicazione del prof. Alfonso Corradi, *Lettere di Lancisi a Morgagni* ecc. cit. alla nota (6) della pag. 3), dalle quali emerge inoltre in che conto era tenuto il Bianchi, in quel tempo non ancora professore a Torino, sia come scienziato che come cittadino.

(7) Morgagni riporta queste parole stampate da Bianchi nel teatro anatomico di Mangeti, citato anteriormente.

« IL PRIMO *quella Appendice, più di una volta non l' ho trovata, e lo stesso mi* « *accadde qui* (a Padova) *in due donne sezionate diligentemente* [1] ».

In seguito Santorini [2], occupandosi della glandola tiroidea, richiama l'attenzione degli anatomici sull'*Appendicula*, che prima ancora che fossero edite le tavole di Eustachio, aveva ben descritta Morgagni, esprimendosi in questi termini «...... Da questa « (*glandola tiroidea*) se distendasi all'insù quella piccola Appendice la quale era stata « notata, oltre le altre cose, dal dottissimo Morgagni, prima della pubblicazione « delle tavole di Eustachio, essa il più delle volte per il lato sinistro della tiroidea « si protende nel cavo del joide; e la parte più bassa di quella, appoggiandosi « all'orlo inferiore della cricoide, ed anzi al principio del muscolo crico-tiroide, « suole attenuarsi e intorno alle parti superiori dividersi come in più lobetti « separati di ghiandole, i quali dove vadano a finire, se in un legamento, come l'ap- « parenza porge, oppure in un vaso come parvemi talvolta e oscuramente di avere « veduto, non mi fu dato fin qui di accertare. Ben mi toccò spesse volte di pren- « dere l'abbaglio come se avessi scoperto il condotto della medesima glandola, posto « che sia un solo [3] ».

Divulgati gli *Adversaria* di Morgagni [4] e le osservazioni anatomiche di Santorini, comparve l'opera di Winslow [5], nella quale tratta egli pure dell'Appendice del corpo tiroide, nel modo seguente: « Vi si trova qualche volta una corda « tirata, come una specie di corda glandolosa, che va davanti alla cartilagine tiroidea, « e sparisce davanti alla base dell' osso joide. — Questa corda glandolosa parte « dal mezzo della base comune delle porzioni laterali della glandola tiroidea e va « a perdersi fra i muscoli sterno-ioidei, dietro la base di quest'osso e la base « dell'epiglottide [6] ».

Morgagni ritornava poscia su questa Appendice nella sua EPISTOLA ANATOMICA TERTIA [7], nella quale dichiara nuovamente che l'Appendice *quantunque sia glandolosa non di rado sembra un fascicolo muscolare* [8]; e più diffusamente ancora nella EPISTOLA NONA, dove, dopo aver dichiarato che le sue indagini circa l'ufficio

(1) *Deinde me laudat ob* « Appendicem glandulae thyroideae castigatissime delineatam; quam certe, inquit, non solum in subiectis omnibus dissectis semper extantem, sed et in eadem forma ac ab accuratissimo aucthore describitur, dispositam invenimus ». *Quo in loco etsi verum ab ipso dici, facile credo*; *non minus tamen credo, si in tot, atque ego, cadaveribus quaesivisset, in nonnullis non fuisse inventurum; nam et Bononiae olim haud semel antequam eam Appendicem primus describerem, et hic pariter in duabus mulieribus diligenter consectis, nullam comperi* (*Adversaria anatom. VI. Animad.* XCII, Patavii MDCCXIX).

(2) *Observationes anatomicae*, Jo. Dominici Santorini ecc. Venetiis MDCCXXIV.

(3) Santorini, op. cit. cap. VI § XVII a p. 114 e seg.

(4) All'epoca in cui scrisse Winslow si erano già fatte varie edizioni degli *Adversaria* di Morgagni, cioè dei primi tre a Padova (1717) e degli altri, oltre a quella di Padova nel 1719, quella di Leida nel 1723.

(5) *Exposition anatomique de la structure du corps humain.* Paris 1732.

(6) Winslow, op. cit., traduz. dal francese. Venezia 1767 T. II (Della testa, n. 588, 589, 690) a pag. 182 e seg.

(7) Morgagni G. B., *Epistolae anatomicae duodeviginti* ecc. Venetiis MDCCXL.

(8) Id., *Epistolae anatom.* III, 32 a pag. 47.

della glandola tiroidea, fatte mediante osservazioni e congetture, non avevano avuto buon successo, soggiunge d'essersi messo a riosservare colle maggiori cautele i rapporti della glandola colle parti prossime, e così scrive ([1]) : « nel far questo non ho « scoperto per verità il condotto di essa, ma bensì la sua Appendice, e quella « più stretta connessione che trovasi sia nell'uomo sia ne' buoi, all' uno e all'altro « lato presso quel luogo stesso, ove la base infima della laringe si collega colla « sommità del tronco dell' aspera arteria ». Queste indagini erano rivolte a rintracciare ivi qualche canaletto, ma poi prosegue : « Disingannato su questo punto rivolsi la « mia attenzione alla Appendice, la quale io aveva riconosciuto essere una continua- « zione della glandola e glandolosa essa pure. Ma la prima volta che io l'ebbi veduta « non ne aveva fatto conto, come se fosse una fortuita espansione del muscolo « jo-tiroideo destro, tanto più che in uno dei due buoi poco prima osservati, si « trovava un fascicolo che dalle fibre carnose inferiori di uno dei due muscoli tiro- « faringei si collegava colla parte superiore del lobo destro della glandola tiroidea. « Ma poi avendola osservata per la seconda e per la terza volta, cominciai a dubi- « tare se mai fosse un muscolo particolare per mezzo del quale la glandola venisse « attratta un poco verso l' apertura del joide, oppure agitata al moto di questo sì « che appunto in quel tempo immettesse il suo umore nel canale dell' aria o del « cibo. Quello che ne paresse all' Eustachio, il quale tanto tempo prima l' aveva « notata, non poteva io allora neanco imaginarlo, non essendo ancora pubblicate le « sue Tavole. Ma dopo che quelle furono tratte fuori dall' oblio, siccome io vidi che « la cosa era a lui nota, così posto che un determinato tratto di lineette, quali « siamo soliti adoperare nel disegnare i muscoli, si dovesse attribuire non al capriccio

([1]) Morgagni G. B., *Epistolae anat.* IX, 34 p. 265 e seg. ove si legge: « Caeterum quem ego usum « conjecturis quaesiveram, eundem observationibus quoque in aperto ponere conatus sum. Verum « labori fortuna defuit. Principio glandulam suspensa lentaque manu a proximis partibus separare « institui ; quod dum facerem, ipsius non ductum quidem, sed Appendicem tamen inveni, arctiorem- « que illam tum in nobis, tum in bobus utroque in latere connexionem ad eum ipsum locum quo « infima laryngis basis cum supremo trunco arteriae asperae colligatur. Quae me deinde res ambae « diu multumque exercuere. Et primum is quem dixi, locus tanto est a me diligentius perlustratus, « quod sanguiferis vasis illac inter glandulam, et contiguas cartilagines, membranasque traductis « interiici suspicabar latentem aliquem canaliculum. Qua frustratus spe, ad Appendicem me converti, « quam et glandulae continuatam, et glandulosam esse, jam noveram. Sed cum primum videram, « ceu fortuitam musculi Hyothyroidaei dexteri expansionem contempseram, idque eo facilius quod in « altero de duobus quos nuper inspexeram, bobus, ex carneis fibris inferioribus alterius musculi Thyro- « pharyngaei fasciculus quidam fuerat cum parte superiore lobi dexteri thyroidae glandulae colligatus. « Deinde vero cum illam iterum, tertiumque vidissem; suspicari coepi, num peculiaris esset mu- « sculus quo glandula nonnihil versus os hyoides cieretur, aut ad ejus, modus agitaretur, ut eo « potissimum tempore suum in aeris, cibive fistulam humorem immitteret. Quid Eustachio id visum « esset, qui tanto ante animadverterat; cum ejus tabulae adhuc laterent, tunc ne cogitari quidem « poteram. Ex quo autem illae ē tenebris tandem erutae sunt; ut ipsi notum fuisse, vidi, ita si « certus quidam lineolarum ductus quali in delineandis musculis uti solemus, non chalcographi ar- « bitrio, sed potius ut in geminis ejusdem rei Iconismis pariter servatus, constanti auctoris judicio « esse tribuendus; haud multum a veri similitudine abfuturum credidi qui aliquid ejusmodi Eusta- « chium censeret, quale tum nobis in mentem venerat, existimasse et colore, et forma inductum tenuis « et plani quasi musculi, magis magisque quo magis ascendit, in caudam, ut vocabant, graciliscentis. « Sed me ipsa glandulae substantia in illud corpusculum producta eo manifestius, quo interius,

« dell'incisore, ma piuttosto, stante che è parimenti mantenuto nelle due figure della
« medesima cosa, al costante giudizio dell'autore, ho creduto che non andrebbe molto
« lontano dal verosimile chi opinasse aver l'Eustachio qualche cosa di simile a ciò
« che era venuto allora in mente a me, giudicato esso pure, indottovi e dal colore
« e dalla forma di musculo sottile e quasi piano, che quanto più ascende tanto
« più ingracilisce a coda, come dicevamo. Quanto a me, fui tratto e a credere e a
« chiamarla Appendice della glandola dalla sostanza stessa di glandola continuantesi
« in quel corpuscolo, tanto più manifestamente quanto più per le sezioni anteriori
« si dimostrava la continuazione e la struttura dell'una e dell'altra. Tuttavia, in-
« tento a pensare a qual pro' codesta Appendice fosse fatta e continuata così in alto,
« poichè le congetture fatte prima intorno all'uso del muscolo, applicate qui non
« mi soddisfacevano, inclinava piuttosto a sospettare che forse entro di essa si
« ascondesse il condotto di questa glandola, il quale io aveva invano cercato altrove.
« Due cose avvaloravano tale sospetto, in primo luogo perchè nella parte superiore
« dell'Appendice, dove la sostanza glandolosa si assottiglia, talvolta parevami di rico-
« noscere non so quale struttura differente dalla glandolosa; in secondo luogo perchè
« i condotti salivari, di sotto sempre e di sopra non rare volte, io non ignorava
« essere nel loro tragitto stipati ed avvolti da altra glandola sopravi applicata, o
« dalla loro stessa glandola prolungata a modo di lacinia e quasi Appendice. Ma
« neppure questa investigazione ebbe migliore successo. E primieramente non molto
« in verità mi incoraggiavano le frequenti varietà dell'Appendice non solo perchè
« talora stretta e sottile, talora più larga e grossa io la ritrovava, o dipartirsi ora
« dall'istmo, altre volte da uno dei due lobi, o infine più di frequente, secondo

« secando, utriusque continuatio, et structura patebat, ut glandulae Appendicem et crederem et ap-
« pellarem, permovit. Tamen cui bono ista Appendix facta, et alte adeo producta esset, cogitanti cum
« quae de musculi usu conjeceram, huc translata, minus satisfacerent; magis placebat suspicari, intra
« ipsam forte quem frustra alibi quaesiveram, hujus glandulae ductum latere. Quam suspicionem duo
« commendabant, alterum quod in superiore Appendicis parte qua se glandulosa substantia extenuat,
« structuram nescio quam aliam, minus glandulosae similem, interdum mihi videbar agnoscere; alterum
« vero quod salivares ductus inferiores semper, superiores autem haud raro aut alia apposita, aut
« sua ipsorum in laciniae, et quasi appendicis modum producta glandula stipari, et obtegi in suo
« decursu, non ignorabam. Verum neque haec felicius processit investigatio. Et primum non multum
« sane addebant animos crebrae Appendicis varietates non modo quod aliquando angustam et tenuem;
« latiorem interdum crassioremque inveniebam, aut nunc ab isthmo, alias ab alterutro lobo profici-
« scentem, aut denique saepius quidem, ut geminae Eustachii figurae, et solertissimi Santorini ob-
« servationes confirmant, per sinistram thyroidis cartilaginis faciem, velut ipse quoque delineavi,
« scandentem, haud raro tamen et per dexteram, nonnunquam per medium ipsum perductam; sed
« multo etiam magis quod ut in pluribus altiora petentem sic in nonnullis tamen cernebam aut
« infra summum memoratae cartilaginis desinentem, aut adeo brevem atque exiguam, ut rudimentum
« potius Appendicis, quam Appendix ipsa esse videretur: quo et illae sunt duae thyroideae referendae
« quas in hoc postea theatro demonstravi, alteram latissima quidem ex isthmo Appendice, sed quam
« brevissima instructam; alteram duplici praeditam, sed latitudine pariter et longitudine valde pusilla,
« quarum tamen paulo erat longior quae ex lobi dexteri parte infima deorsum versus rarissimo sane,
« nec a me alias spectato exemplo, ferebatur, nam altera ex summo isthmo dextero vix nonnihil
« assurgebat. Illud vero omnem propemodum spem ademit, quod in cadavera etiam incidi in quibus
« ne vestigium quidem Appendicis ulla potui exquisitione deprehendere ».

« che comprovano le due figure di Eustachio e le osservazioni del diligentissimo « Santorini, ascendere su per la faccia sinistra della cartilagine tiroide, nella guisa « che io pure l' ho disegnata, tuttavia non di rado distendersi anche su per la faccia « destra, e qualche volta sulla linea mediana; ma eziandio molto più perchè come « nella maggior parte dei casi io la vedeva giungere all' alto, così in taluni pur la « vedeva o terminare al di sotto della cima della detta cartilagine, o tanto breve e « piccola da parere piuttosto un rudimento dell' Appendice anzichè essa Appendice; « e qui sono da riferire quelle due tiroidee, le quali poi in questo teatro ho esposte, « l' una fornita di una Appendice dall' istmo larghissima, ma cortissima, l' altra « fornita di due Appendici, ma sia di larghezza sia di lunghezza molto piccole, delle « quali però era un po' più lunghetta quella che dall' infima parte del lobo destro ten- « deva verso l' ingiù, con esempio rarissimo, nè da me altra volta osservato, mentre « l'altra dalla sommità dell' istmo a destra si sollevava appena un pochino. Ciò poi « che quasi ogni speranza mi tolse fu che mi imbattei anche in cadaveri nei quali, « per ricercare che io facessi, non ho potuto rinvenire neppure un vestigio « dell'Appendice ».

E più oltre nella medesima lettera (1) prosegue: « altre volte poi l'Appendice per- « veniva alla base dell' osso joide, e ivi affissa, come Eustachio la disegna, finiva lì. « Tale ritrovossi in un vecchio nel quale mi ricordo d'aver veduto, e fu l'unica volta, « quest'Appendice bipartita un poco sopra la glandola, in modo che la parte più « corta si arrestava nella faccia anteriore della cartilagine tiroide, non lungi dalla « parte media ed inferiore di essa, ma l'altra, molto più in alto portandosi, fortemente « si attaccava alla base del detto osso ».

Nella medesima lettera dichiara inoltre di aver notata talvolta l'*Appendice* cortissima, tale altra affatto mancante: *in tutto mancava in sei individui, rarissimo caso in sì grande numero di sezioni!* (2).

E infine dice di avere trovato che l'Appendice partecipava in un caso del gonfiore del resto della glandola, e conchiude che *anche da questo appariva non essere essa un muscolo, ma una parte della glandola stessa* (3).

Dagli scritti di Morgagni si rileva pertanto:

1. Che dall'istmo della glandola tiroidea, o dall'uno o dall'altro dei due lobi sorge un prolungamento rivolto in alto da lui chiamato *Appendice glandolosa.*

2. Che tale Appendice fu descritta da lui per la prima volta, e delineata poi colla massima esattezza ed evidenza.

3. Che per Morgagni essa esiste quasi costantemente, non avendola egli notata mancante che sei volte sopra un numero grandissimo di sezioni.

(1) *Epistola anat.* IX, 36 a p. 269 ..... « Alias vero iis exterius emensis membranis ad basim « hyoidis ossis perveniebat, eique, ut Eustachius monstrat, affixa, continuo finiebatur. Ad hunc quoque « modum se habuit in sene, in quo uno vidisse memini Appendicem, hanc, paulo supra glandulam, « bifariam divisam sic ut pars brevior in anteriore Thyroidis cartilaginis facie haud procul a media « haud imaque parte subsisteret, sed altera multo altius provecta, cum basi memorati ossis valenter « committeretur ».

(2) Lettera, numero e pag. cit.

(3) *Epist. anat.* IX, 39 a pag. 274.

4. Che presenta molte varietà, perchè talora è stretta e sottile, tale altra larga e grossa; in taluni individui alta a segno da raggiungere l'osso joide, in altri, per lo contrario, termina alla cima della cartilagine tiroidea, e talvolta ancora fu veduta sì breve da apparire un rudimento di Appendice, anzichè essa Appendice. Una sola volta egli l'ha osservata partirsi dal lobo destro e dirigersi al basso — ed ancora l'ha vista bipartita.

5. Che essa, quantunque talvolta possa avere l'apparenza muscolosa, tuttavia è di natura glandolosa, per quanto si desume da diligenti osservazioni normali e patologiche.

Le cose erano a questo punto, quando Pietro Lalouette, dottore reggente della Facoltà di Medicina di Parigi, presentava all'Accademia reale delle scienze la sua Memoria sopra la glandola tiroidea [1], coll'intendimento, secondo l'autore, di far conoscere la composizione, i vasi, i nervi, lo stato di salute e di malattia della glandola stessa, e di trarre delle conclusioni le quali potessero servire in seguito ad assicurarsi degli uffici di questa [2].

Infatti in questa Memoria Lalouette, dopo aver censurato, senza equità, Morgagni per quello che non aveva fatto sopra questo argomento, descrive con molta accuratezza la glandola tiroidea; ma non è se non quando parla delle varie esperienze da lui intraprese per iscoprire la causa del rigonfiamento che avviene nella glandola tiroidea durante lo sforzo, che si interessa del prolungamento in discorso, nel modo seguente:

« Poco soddisfatto di queste prove, io diressi le mie esperienze verso quella
« striscia glandolosa, di cui parla Winslow, e di cui Valsalva e Morgagni fanno
« menzione; io l'ho esaminata sopra molte laringi, e non l'ho trovata costante-
« mente in tutti gli individui; ho osservato che nelle donne questa era una pira-
« mide floscia, che parte dalla porzione tiroidea del lobo sinistro, larga circa quattro
« linee e lunga un pollice e mezzo, la di cui punta va a terminare perpendicolar-
« mente al legamento dell'epiglottide, tra questo e l'osso joide; negli uomini mi
« è sembrato che fosse meglio che una piramide, una lista piatta, larga due o tre
« linee all'incirca, e che si termina allo stesso luogo. Ho trovato una volta, alla
« punta di questa piramide che passa al di sotto del joide, una piccola vescica, e
« l'ho aperta e vidi colarne due goccie di un liquore giallastro; ho introdotto in
« questa piccola vescica l'estremità di un tubo, e, soffiatovi dentro, vidi l'aria entrare
« e gonfiare non solamente questa piramide, ma ancora riempire e sollevare tutte
« le vesciche della glandola [3].

(1) Lalouette, presentò la sua Memoria, intitolata: *Recherches anatomiques sur la glande Thyroïde*, all'Accademia citata il giorno 29 novembre 1743, e la pubblicò nelle Mémoires de Mathématique et de Physique. Paris MDCCL. Tom. I pag. 159 e seg.

(2) Mém. de Mathém. et de Phys. T. cit. a pag. IX.

(3) Riporterò, come feci per Morgagni, le genuine parole anche di Lalouette ..... « Peu satisfait « de ces épreuves, j'ai dirigé mes expériences vers cette traînée glanduleuse dont parle M. Winslow, « et dont Valsalva et M. Morgagni font mention; je l'ai examinée sur plusieurs larynx et ne l'ai « pas constamment observée dans tous les sujets; j'ai trouvée dans les femmes que c'etoit une pyra- « mide mollasse émanée de la portion thyroidienne du côté gauche, large d'environ 4 lignes et longue

Lalouette, continuando le sue esperienze, esaminò la glandola tiroidea sopra vari animali (bue, vitello, cane, gatto, montone, lepre, coniglio), ed in questi egli dichiara di non aver mai trovata la *piramide*, che si intitolava poscia dal suo nome. Ed in seguito, propostasi la quistione se tra la glandola tiroidea e la cavità della trachea vi sieno delle comunicazioni dirette, e così tra i ventricoli della laringe e la *piramide*, rispetto a quest'ultima rimase indeciso, come si rileva dalle seguenti sue parole: « Parebbe di no, poichè essa (*piramide*) manca qualche volta a questa glandola « (*tiroidea*): essa non è adunque assolutamente necessaria, ma, allorchè si trova, non « pare che essa serva a moltiplicare l'estensione della glandola, tanto più che io ho « osservato che questa è più grossa allorchè manca quella Appendice? [1] ».

Lalouette ha illustrato la sua Memoria (nella quale verrebbe a conchiudere che la causa del rigonfiamento del corpo tiroide durante lo sforzo si deve ripetere dalla introduzione dell'aria nel corpo suddetto per la via di uno o più condotti comunicanti colle vie aeree) con sette figure, in una sola delle quali rappresenta la piramide [2] continua alla parte media della glandola, completamente isolata dalla laringe. Questa figura è poco felice, non solo nel suo insieme, ma ancora in quelle parti che maggiormente interessano allo scopo, e cioè nell'istmo e nella *piramide*.

Da questo scritto emerge che Lalouette ha rivolto la sua attenzione sul prolungamento mediano della glandola tiroidea designandolo col nome di *piramide glandolosa*; che egli l'ha esaminata sopra molte laringi, ma non l'ha trovata sempre; che nelle donne gli apparve siccome una piramide floscia, larga circa quattro linee e lunga un pollice e mezzo all'incirca, la cui punta va a terminare perpendicolarmente al legamento dell'epiglottide, tra questo e l'osso joide; che negli uomini essa era meglio che una piramide, una lista piatta, larga da due a tre linee, e che si termina nello stesso luogo; che ha osservato che la glandola tiroide gli apparve più grossa allorchè manca quell'Appendice; che l'ha cercata invano negli animali.

Ora per poco che si rifletta alla chiarezza ed estensione delle descrizioni che si fecero del corno medio della glandola tiroidea, alla qualità delle figure che lo riproducono, e molto più alle date delle pubblicazioni degli scritti in proposito, è facile e giusto argomentare che a Morgagni e non a Lalouette si deve il merito di avere per la prima volta e con precisione indicato tale corno agli anatomici, e che per ciò deve essere chiamato *Appendice della glandola tiroidea*, od *Appendice*

« de 1 pouce $\frac{1}{2}$, dont la pointe va se terminer perpendiculairement au ligament de l'épiglotte, entr'elle « et l'os hyoide: dans les hommes il m'a paru que c'étoit moins une pyramide qu'une bande platte, « large d'environ deux à trois lignes, qui se termine au même endroit. J'ai trouvé une fois à la « pointe de cette pyramide qui passe dessous l'os hyoide, une petite vessie; je l'ai ouverte, et il s'est « écoulé deux gouttes d'un liquide jaunâtre: j'ai introduit dans cette petite vessie le bout d'un « tuyau, j'y ai soufflé, et j'ai vû l'air entrer et gonfler non seulement cette pyramide, mais encore « remplir et soulever toutes les vèscicules de la glande » (Mém. de Math. et de Phys. cit. pag. 163 e seg.)

[1] ..... Il paroît que non puisq'elle manque quelquefois à cette glande; elle n'est donc pas « absolument nécessaire, mais lorsqu'elle s'y trouve, ne pourroit-on pas dire qu'elle sert à multiplier « l'ètendue de la glande, d'autant plus que j'ai observé qu'elle est plus grosse lorsque cette appendix « manque? .... (Mém. de Math. et de Phys. cit. pag. 172).

[2] Mém. de Math. et de Phys. cit. Pl. 1. fig. 2 B, n. 8 a pag. 174.

glandolosa di Morgagni e non *Piramide di Lalouette.* Questi contribuì certamente ad estendere le cognizioni che si avevano già copiose dell'Appendice stessa per l'opera di Morgagni; ma non vi contribuì gran che più di quello che non avessero fatto prima Santorini e Winslow; non l'ha scoperta, non l'ha descritta meglio di questi due, non che di Morgagni, vero scopritore.

Giova anzi notare che Lalouette si occupò dell'Appendice principalmente allo scopo di vedere se in essa esistessero i tanto tenacemente quanto inutilmente ricercati condotti escretori della glandola tiroidea, appunto come fece Santorini, prima di lui, e Morgagni prima di tutti. Lalouette poi, in certe parti della sua Memoria relativa all'Appendice, non solo riproduce il pensiero di Morgagni, ma pare quasi altresì che in qualche punto ne traduca le frasi latine in francese.

La figura illustrativa di Lalouette è veramente infelice non solo in paragone di quella di Morgagni, mirabilmente vera, ma anche delle due, molto più vecchie, di Eustachio, già edite a quel tempo da oltre 25 anni.

Per tutto questo fa meraviglia che vi sieno stati autori che abbiano ascritto a Lalouette ciò che spettava a Morgagni, e che abbia potuto diffondersi e prevalere una sentenza contraria alla storia e alla equità.

Non era ancora pubblicata la Memoria di Lalouette che il prof. Gunz [1] comunicò egli pure alla stessa Accademia reale delle scienze [2] alcune sue osservazioni anatomiche, nelle quali rispetto al nostro argomento, si legge: « Quando « vi si trova (alla glandola tiroidea) una corda glandolosa descritta da Winslow « e da Morgagni, come mi è accaduto di vedere tre volte, l'estremità superiore di « questa corda è attaccata per mezzo di un legamento assai forte alla faccia poste- « riore della base dell'osso joide [3] ».

È singolare come sì Lalouette che Gunz, i quali presentarono le loro Memorie alla stessa Accademia, citino, e l'uno e l'altro, prima Winslow e poi Morgagni, adoperando per indicare il prolungamento che ci occupa, amendue il vocabolo *corda* o *striscia glandolosa* introdotto da Winslow, e tacendo quello di Appendice dato alla stessa da Morgagni un quarto di secolo prima che Winslow ne parlasse.

Poco dopo anche Haller, tanto nella sua opera di fisiologia [4] come nell'altra di anatomia [5], si occupò in disteso di questa Appendice, e dopo una rassegna molto erudita e giudiziosa su quanto era stato scritto su di essa prima di lui, dietro sue proprie osservazioni, viene a conclusioni simili a quelle stabilite da Morgagni. Il quale tenne d'occhio, anche successivamente, all'Appendice della glandola tiroidea, poichè ne tratta ancora nel suo magistrale lavoro; *Delle sedi e delle cause delle*

(1) Il Dr. Gunz era allora professore di Anatomia e Chirurgia a Lipsia.

(2) Presentò le sue *Observations anatomiques* all'Accademia suddetta nella seduta del 26 maggio 1745, che furono poi pubblicate nello stesso primo volume delle Mémoires de Math. et de Phys., dove si legge anche la Memoria del Lalouette.

(3) Mém. de Math. et de Phys. T. cit. a pag. 284.

(4) A. Haller, *Elementa Physiologiae corporis humani.* Lausannae 1760, Neapoli 1776 T. III a pag. 262.

(5) Id., *De partium corporis humani praecipuarum fabrica et functionibus.* Bernae et Lausannae 1778. T. VI a pag. 263 e seg.

malattie [1], sicchè per opera sua si ebbero continue, esatte e sempre più estese cognizioni sopra l'Appendice in discorso.

Se alcuni lavori di anatomia normale od applicata che comparvero successivamente valsero a gettare qualche luce sopra alcune parti dell'Appendice, altri invece, da quanto mi consta, non solo nulla aggiunsero, ma dimenticarono molte cose già note, come si è dimenticato quasi da tutti che fu Morgagni e non Lalouette quegli che primo ci fece conoscere e con precisione quell'Appendice. Taluni autori [2] poi trascurarono perfino di far parola di questa.

Siccome è stato notato che questo processo od Appendice presenta numerose varietà, così non vi è accordo fra gli autori nello stabilirne i dati principali. Infatti mentre Morgagni, Santorini, Lalouette ed Haller ammettono che l'Appendice esista quasi costantemente [3], Winslow invece ritiene che essa si riscontri solo in qualche raro caso. In queste due opposte asserzioni si schierano pressochè tutti gli altri autori, parteggiando per la prima principalmente Meckel [4], Bayle [5], Velpeau [6], Boyer [7], Hunschke [8], Porta [9], Cruveilhier [10], Strambio [11], Richet [12], Sappey [13], ed altri; e per la seconda Sabatier [14], Sömmering [15], Blandin [16], Bourgery [17], Malgaigne [18], Paulet [19], Tillaux [20], Chavernac [21], ed altri ancora. I termini usati poi dai vari autori, come, ad es., *spesse volte; non è assai raro; è piuttosto*

(1) Morgagni, *De sedibus et causis morborum* ecc. Venetiis 1761, trad. ital., Milano 1827 vol. undecimo pag. 255 (Lib. IV, lettera L, 37).

(2) Fra gli autori che non accennano punto l'Appendice del corpo tiroide citerò solo: Loder Chris., *Tabulae anatomicae* ecc. Vimariae 1794. — Portal A., *Cours d'Anatomie méd.* Paris 1803. — Maygrier G. P., *Manuel de l'Anatomiste* ecc. Paris 1807. — Cloquet G. H., *Traité d'Anat. descript.* Paris 1816.— Bichat Xav., *Anatomie descript.* ecc. Paris 1829. — Petrequin G. E., *Traité d' Anat. méd. chirurg.* ecc. Paris 1844 — ed altri ancora.

(3) Morgagni in tante dissezioni non la vide mancare, come fu detto, che sei volte, ed Haller solo quattro.

(4) *Manuale d'Anatomia descrittiva* ecc. Trad. di G. B. Caimi. Milano 1825, fasc. XVII a pag. 389.

(5) *Manuale d'Anat. descritt.* ecc. Versione ital. del dr. F. M. D. A. Milano 1827 vol. I pag. 241, nota (1).

(6) *Trattato completo d'Anat. chirurgica.* Trad. italiana. Firenze 1837 p. 164.

(7) *Trattato completo d'Anat.* ecc. Versione italiana. Firenze 1836 vol. 2 pag. 244.

(8) *Traité de Splanchnologie* ecc. Trad. par Jourdan. Paris 1845 pag. 274.

(9) *Delle malattie e delle operazioni della glandola tiroidea.* Milano 1849 pag. 3.

(10) *Traité d'Anat.* ecc. Quat. édit. Paris 1865 T. II pag. 300.

(11) *Trattato elementare di Anatomia descrittiva.* Seconda edizione. Milano 1866 vol. II pag. 661.

(12) *Traité pratique d'Anatomie médico-chirurg.* ecc. Quat. édit. Paris 1872 deux. part. pag. 275.

(13) *Traité d'Anat.* ecc. Trois. édit. Paris 1877 T. IV pag. 505 e seg.

(14) *Traité complet d'Anat.* ecc. Paris 1798 T. II pag. 427.

(15) *Sulla struttura del corpo umano* ecc. Trad. del dr. G. B. Duca. Crema 1820 vol. VI pag. 61.

(16) *Traité d'Anat. topographique* ecc. Paris 1826 pag. 213.

(17) *Anat. descript.* ecc. Paris 1859 T. V pag. 331.

(18) *Traité d'Anat. chirurgic.* ecc. Paris 1859 T. II pag. 115.

(19) *Traité d'Anat. topographique* ecc. Paris 1866 prem. part. pag. 241.

(20) *Traité d'Anat. topographique* ecc. Paris 1876 pag. 458 e deux. édit. Paris 1879 prem. part. pag. 408.

(21) *Anatomie chirurgicale.* Paris 1878 pag. 34.

frequente; è una rarità frequente; talvolta ecc. sono troppo vaghi per fornire quei dati netti e precisi che oramai esige in modo perentorio la scienza anatomica. Non sono che pochissimi quelli che in proposito diedero delle cifre, fra questi vanno ricordati: Gruber (1), il quale trovò che il prolungamento mediano della glandola tiroidea esiste quaranta volte su cento; Luschka (2), che ammette riscontrarsi forse una volta su dodici individui; e Beaunis e Bouchard (3), i quali ritengono che essa si trovi in un terzo dei casi.

Nè meno discordi sono gli autori circa le altre condizioni anatomiche dell'Appendice, poichè rispetto all'origine si ammette che essa sorga dall' istmo (Winslow, Sömmering, Jajarvay (4), Hyrtl (5), Richet, Calori (6), Tillaux ecc.); talvolta dall'istmo, e tale altra da uno dei lobi (Morgagni, Boyer, Cruveilhier ecc.); generalmente dall' istmo, qualche volta dal punto di fusione dell' istmo con uno dei lobi, raramente dall' uno di questi (Sappey); dal lobo sinistro o dall' istmo, raramente dal lobo diritto (Hunschke); ora dall' istmo, ora da uno dei lobi laterali, più frequente dal destro che dal sinistro (Gorgone (7), Olivier) (8).

Riguardo alla situazione, Sömmering, Boyer, Jajarvay, Richet, Tillaux ed altri si accontentano di accennare che l'Appendice passi al davanti della laringe; Meckel l'ammette più o meno nel mezzo, così la pensano pure Tumiati (9), Lauth (10), Froriep (11) Rüdinger (12) ecc.; Meyer (13) e Cruveilhier ammettono che essa stia a dritta od a sinistra della linea mediana, mentre Morgagni, Santorini, Haller, Gruber, Luschka, Sappey ecc. precisano che la stessa si collochi ordinariamente a sinistra della linea mediana.

Altrettanto dicasi per rispetto alla direzione, alla forma, alla terminazione ed alla natura dell' Appendice stessa. Circa alla terminazione citerò solo Hyrtl, il quale ritiene che l'Appendice ascenda fino al margine superiore della lamina sinistra, e più di rado destra, della cartilagine tiroidea, e qualche volta più in alto; Boyer che dice salire essa in alcuni individui fino all' osso joide, mentre in altri termina sul legamento crico-tiroideo; Beaunis e Bouchard i quali affermano che

(1) *Ueber die Anomalien der Arteria thyreoidea ima (Neubaueri) und der Arteria cricothyeroidea, in ihrer wichtigen Beziehung zu einigen chirurg. Operationen* ecc. in Medicinische Jahrbücher des K. K. Österreich. St. ecc. Wien 1845 pag. 142 e 146.

(2) *Der Kehlkopf des Menschen.* Tübingen 1871 pag. 7.

(3) *Nouveaux éléments d'Anat. descript.* Paris 1868 pag. 850.

(4) *Traité d'Anat. chirurg.* ecc. Paris 1854 T. II pag. 161.

(5) *Istituzione di Anatomia dell' uomo.* Versione italiana del prof. G. Antonelli. Napoli 1865 pag. 703. — Id. id. Versione italiana pei d.ri Lanzillotti, Buonsanti ed. Ochini, Milano pag. 565.

(6) *Di alcune nuove borse mucose corrispondenti alla trachea ed alla laringe* ecc. Bologna 1874 p. 5.

(7) *Corso completo di Anat.* ecc. Palermo 1841 T. IV pag. 23 e seg.

(8) *Dizionario classico di Medicina.* Venezia 1839 T. 45 a pag. 300.

(9) *Elementi di Anatomia* (opera postuma). Ferrara 1817 vol. IV pag. 153.

(10) *Nouveau manuel de l'anatomiste.* Bruxelles 1837 pag. 139.

(11) *Atlas anatomicus* ecc. Vimariae 1851 Tab. VIII fig. 1 e 2.

(12) *Topographisch-Chirurgische Anatomie des Menschen.* Stuttgart 1878 Tafel IX A. 3.

(13) *Trattato di Anatomia umana.* Prima versione italiana eseguita sotto la direzione del prof. G. Albini. Milano 1867 pag. 548.

rimonta più o meno in alto e sorpassa talvolta l'orlo superiore della cartilagine tiroidea; Paulet e Tillaux i quali asseriscono che in certi casi essa giunge fino al joide; Luschka ([1]) e Jajarvay, i quali dicono che talvolta la stessa finisce alla cartilagine tiroidea, tale altra all'osso joide; Fort ([2]) il quale ammette che essa portasi verso il joide, e talvolta più in alto.

Riguardo alla natura, fu giudicata muscolosa forse da Eustachio, certo poi da Caldani ([3]), da Fattori ([4]), da Velpau, da Richet: talvolta muscolosa e tale altra glandolosa da Blandin; fibrosa da Albino ([5]), da Petrioli ([6]), da Massimino ([7]), da Inzani ([8]), da Froriep; ora fibrosa ed ora di apparenza muscolare da Gorgone; ora fibrosa, ora muscolosa ed ora glandolosa da Jajarvay; glandolosa, cioè della stessa sostanza della glandola tiroidea, da Morgagni, prima di tutti, e successivamente da Santorini, da Winslow, da Lalouette, da Gunz, da Haller e dal maggior numero degli altri autori.

Tralascio di parlare di vari Atlanti, poichè anche in essi trovo delle differenze che vanno di pari passo colle divergenze fino ad ora accennate; così ad es., mentre la maggior parte degli autori rappresentano l'Appendice a sinistra della linea mediana, Froriep la disegna nel mezzo; Bonamy, Broca e Beau ([9]) la collocano a destra; è assai corta in quello di Paulet, e manca poi in molti altri. Dalle quali cose, e da altre ancora, che si ommettono per brevità, parmi scaturisca spontaneo il bisogno di intraprendere nuovi studî, affinchè anche sull'Appendice del corpo tiroide si abbia quel corredo di dati positivi che si possiedono intorno a quasi tutti gli altri organi del nostro corpo.

A questo scopo ho diretto le mie ricerche sopra l'uomo e sopra alcuni animali, le quali, se non varranno a risolvere le varie controversie, contribuiranno se non altro, io spero, ad aumentare la suppellettile scientifica riguardo all'Appendice suddetta, e potranno forse invogliare gli amatori della Anatomia a studiare nuovamente e approfondire meglio l'argomento.

II. Osservazioni sul cadavere.

Per avere un comune termine di confronto, dapprima mi proposi di proseguire le mie ricerche, cominciate nel 1871, fino sopra il numero di cento cadaveri, che in seguito si accrebbe fino a centoquarantasette.

([1]) *Die Anatomie des Menschlichen Halses* ecc. Tübingen 1862, Erster Band, pag. 294 e seg.

([2]) *Anatomia descrittiva* ecc. Milano 1871 T. III a pag. 103.

([3]) *Iconum anatomicarum explicatio.* Part. secun. Sect. prim. Venetiis 1804 Tab. CXVI fig. 2 i, k, l.

([4]) *Guida allo studio dell' Anatomia umana* ecc. Pavia 1808 T. II p. 97.

([5]) Bernardi Siegifr. Albini, *Explicatio Tabularum Bartholomaei Eustachi.* Leidae Batavorum 1794 Explicat. Tab. XLI fig. V et VIII.

([6], [7]) Nell' illustrazione delle stesse tavole di Eustachio.

([8]) *Compendio di Anatomia.* Parma 1866 (Splancnologia a pag. 158).

([9]) *Atlas d'Anatom. descript. du corps humain* ecc. Paris 1850 Trois. part. T. III planc. 84 fig. I[a], 3.

Gli individui esaminati appartengono ai due sessi ed alle varie età, e precisamente come segue:

Uomini	N. 77
Donne	» 42
Bambini	» 8
Bambine	» 6
Feti-maschi	» 12
Feti-femmine	» 2
Totale	N. 147

Nella descrizione dell'Appendice seguirò l' ordine scolastico a fine di omettere e ripetere il meno possibile.

Esistenza. — Sopra centoquarantasette individui trovai l' Appendice centonove volte ; mancava trent' otto, giusta il seguente prospetto:

sopra	77	uomini	esiste	56	volte	e	manca	21
»	42	donne	»	36	»	»	»	6
»	8	bambini	»	5	»	»	»	3
»	6	bambine	»	5	»	»	»	1
»	12	fetini	»	7	»	»	»	5
»	2	fetine	»	0	»	»	»	2
	147			109				38

Da ciò risulta che l'Appendice esiste poco meno che nei tre quarti dei casi ($^{109}/_{147}$); e che relativamente è più frequente nel sesso femminile ($^{41}/_{50}$), che non nel maschile ($^{68}/_{97}$).

Numero. — Su centonove casi, centosei volte l'Appendice apparve unica e due sole volte doppia; una volta poi essa aveva due radici, e tre volte era biforcata in alto.

Situazione. — Nei centonove casi, cinquantasette volte la trovai a sinistra, quarantuno a destra, nove sulla linea mediana e due volte sui due lati, così distribuite:

	A sinistra.	A destra.	Nel mezzo.	D'ambo i lati.	Totale.
Uomini	28	21	5	2	56
Donne	19	13	4	0	36
Bambini	1	4	0	0	5
Bambine	4	1	0	0	5
Fetini	5	2	0	0	7
	57	41	9	2	109

È quindi più frequente a sinistra nella donna ($^{23}/_{41}$), che non nell'uomo ($^{34}/_{68}$); e così pure sulla linea mediana ($^{4}/_{41}$ nella donna e $^{5}/_{68}$ nell'uomo), mentre a destra è relativamente più frequente nel sesso mascolino ($^{27}/_{68}$), che nel femminino ($^{14}/_{41}$).

Origine. — L'Appendice ordinariamente sorge dal margine superiore dell' istmo o dal punto di unione tra l' istmo e uno dei lobi, molto più di rado direttamente da uno dei lobi, e precisamente come segue.

	Dall' istmo.	Fra l'istmo ed il lobo sinistro.	Fra l'istmo ed il lobo destro.	Dal lobo sinistro.	Dal lobo destro.	Totale.
Uomini	24	20	4	4	2	54
Donne	20	6	5	4	0	35
Bambini	1	3	1	0	0	5
Bambine	2	2	1	0	0	5
Fetine	3	2	2	0	0	7 (1)
	50	33	13	8	2	106

Da questo specchietto si rileva che nella donna è più frequente che nell'uomo:

a) l'origine dell'Appendice dall' istmo ($^{22}/_{40}$ nella donna e $^{28}/_{66}$ nell'uomo);

b) lo staccarsi di essa tra l'istmo e il lobo destro ($^{6}/_{40}$ donna e $^{7}/_{66}$ uomo); che nell'uomo è più frequente che nella donna il sorgere dell'Appendice tra l' istmo ed il lobo sinistro ($^{25}/_{66}$ uomo e $^{8}/_{40}$ donna); e direttamente dal lobo sinistro ($^{7}/_{66}$ uomo, $^{4}/_{40}$ donna).

Quando l'Appendice sorge dall'istmo rare volte appare perfettamente sulla linea mediana (vedi la fig. 1.ª della tav. III.ª), ma all'origine trovasi quasi sempre da un lato che di regola è il sinistro (tav. I.ª fig. 4.ª), anche quando l'Appendice, ascendendo in seguito, tiene il mezzo del collo. Tuttavia bisogna notare che molte volte questa origine è assai presso alla linea mediana, benchè monti poscia sopra un lato della laringe (tav. I.ª fig. 3.ª). Di solito si vede che essa sorge direttamente qual prolungamento puro e semplice della glandola tiroidea, di modo che fra le due parti (istmo ed Appendice) non vi è traccia alcuna di preciso e distinto confine (tav. I.ª fig. 1.ª e 4.ª e tav. II.ª fig. 4.ª). La stessa cosa osservasi pure frequentemente anche quando l'Appendice parte da un altro dei punti indicati. Talvolta però accade di osservare che, al punto di partenza dell'Appendice, trovasi uno stringimento più o meno manifesto che delimita le parti stesse.

Questa maniera di origine io vidi una decina di volte assai nettamente, mentre la continuazione della glandola nell'Appendice era ancora sostanzialmente conservata (tav. I.ª fig. 3.ª e tav. III.ª fig. 1.ª) a differenza di altri casi, meno frequenti, nei quali tra l'una e l' altra parte della glandola palesemente si interrompeva la sostanza glandolosa. La quale interruzione, allorchè distacca manifestamente e per un certo tratto le due parti glandolose, (tav. V.ª fig. 1.ª e 3.ª) produce le glandole tiroidee accessorie, di cui farò cenno in appresso.

Se l'Appendice si distaccava dal punto di unione dell' istmo con uno dei lobi, i limiti fra essa ed il resto della glandola mi apparivano talvolta più manifesti di quello che non mi avvenisse di osservare quando la stessa sorgeva direttamente dall' istmo, senza che però tra le parti fossevi una vera interruzione della sostanza glandolare.

Partendo da uno dei lobi laterali l'Appendice non offre al punto di origine differenze sensibili da ciò che presenta quando l'origine è più interna. Devesi notare solamente che nel primo caso il limite tra il lobo e l'Appendice è meno nettamente

(1) Nello specchietto non figurano tre casi, i due nei quali l'Appendice era doppia, e quello in cui aveva due radici, di cui si parlerà nelle *Anomalie*.

tracciato e l'Appendice non sorge mai dalla parte più elevata del lobo, ma sempre dall'interno del terzo inferiore del piano inclinato che offre il margine superiore del lobo stesso (tav. I.ª fig. 2.ª). Una sola eccezione trovai a questa regola in un caso in cui l'Appendice aveva doppia origine (tav. IV.ª fig. 5.ª Z′) che è descritto più avanti a pag. 343.

Direzione. — La direzione dell'Appendice è diversa, e in grande parte essa dipende dal luogo d'origine e da quello di terminazione. Di norma quando l'Appendice sorge dal mezzo del margine superiore dell'istmo (tav. III.ª fig. 1.ª), o da un altro punto prossimo alla linea mediana (tav. I.ª fig. 3.ª), la sua direzione ascendente (io non vidi mai che essa si diriga in basso) è verticale, parallela all'asse del collo, tanto se termina all'osso joide, quanto se termina prima. Se invece sorge più all'esterno, allora essa è obliqua dal basso all'alto e dall'infuori all'indentro, e l'obliquità è tanto maggiore quanto più l'origine è distante dalla linea mediana, e la terminazione cade in un organo sottoposto all'osso joide (tav. IV.ª fig. 2.ª Z e Z′), e ciò perchè, in generale, l'Appendice nel tratto superiore alla laringe tende a guadagnare di più in più la linea mediana, qualunque sia il suo punto di origine (tav. I.ª fig. 2.ª). Per questa disposizione nell'Appendice, quando va a terminare nell'osso joide, si potrebbero distinguere due porzioni, una laringea verticale od obliqua a seconda del punto d'origine, ed una sopra-laringea, quasi sempre verticale, qualunque sia il suo punto di partenza.

Il tragitto di solito è rettilineo, ma qualchè volta, deviando solo, ma non sempre, a livello del pomo d'Adamo, specialmente nei casi nei quali l'Appendice è di piccole dimensioni, esso segue una linea curva, però soltanto nella sua porzione inferiore o laringea, non mai nella porzione superiore. Quando tiene un decorso curvilineo la convessità è sempre rivolta all'interno, e la concavità all'esterno. Rarissime volte offre un tragitto onduloso, leggermente serpentino.

Terminazione. — Io non vidi mai, come ho notato più sopra, l'Appendice rivolta al basso; nè mi abbattei di vederla terminare sul legamento io-tiroideo, nè sulla cartilagine cricoidea, ma sempre invece la osservai terminare o all'osso joide, ciò che avviene nel massimo numero dei casi, o alla cartilagine tiroidea, o ad amendue questi organi, e precisamente come segue:

	All'osso joide.	Alla cartil. tiroidea.	Alla cart. tir. e all'osso joide.	Totale.
Uomini	48	8	0	56
Donne	26	7	3	36
Bambini	5	0	0	5
Bambine	2	3	0	5
Fetini	6	1	0	7
	87	19	3	109

Di modo che l'Appendice arriva fino al joide nei quattro quinti dei casi, mentre nell'altro quinto finisce alla cartilagine tiroidea. Riguardo al sesso essa giunge fino all'osso joide con maggior frequenza ($^{59}/_{68}$) nell'uomo, che non nella donna ($^{28}/_{41}$); mentre in questa si osserva invece con maggiore frequenza l'altro caso, cioè l'inserzione

alla cartilagine tiroidea, nelle proporzioni di $^{10}/_{41}$ a $^{9}/_{68}$. L'inserzione tanto al joide che alla cartilagine tiroidea non fu vista che in tre casi, e tutti in donne.

L'inserzione all'osso joide, che è, come si è veduto, la più comune, ha luogo solitamente alla metà del labbro posteriore dell'osso stesso (tav. I.ª fig. 3.ª e 4.ª, e tav. III.ª fig. 1.ª e 2.ª), al di dietro del livello dell'inserzione dei muscoli sterno-joidei, frammezzo all'attacco dei muscoli tiro-joidei. Tale inserzione avviene per mezzo di un nastrino biancastro d'aspetto fibroso largo circa due millimetri, sottile, ma in pari tempo assai resistente. Talvolta invece del nastrino si osserva un cordoncino conico, che si assottiglia sempre più mano mano che ascende per terminare quasi in punta allo stesso luogo del joide. Altre volte il nastrino offre sui lati un prolungamento, una specie di piccola ala, che si congiunge colla fascia involvente i muscoli tiro-joidei, trovandosi a questa altezza l'Appendice e gli orli dei detti muscoli sullo stesso piano trasversale.

Quando l'Appendice arriva fino al joide, si inserisce, come abbiamo detto, nel margine inferiore di quello, e con molta frequenza sulla linea mediana, qualunque sia il luogo da cui l'Appendice si diparte e il lato su cui decorre. Alcune volte però l'Appendice si attacca ad uno dei lati del corpo dell'osso joide e ciò apparvemi accadere con frequenza relativamente maggiore dal lato destro (tav. II.ª fig. 4.ª e 5.ª) che dal lato sinistro. In questi casi l'Appendice nella sua porzione superiore decorre verticalmente rasentando il margine interno del muscolo io-tiroideo corrispondente; e la sua inserzione avviene o subito all'interno (fig.ᵉ ora indicate), od anteriormente a quella del muscolo tiroideo suddetto. In qualche caso osservasi anzi, che sulla faccia posteriore dell'estremità superiore dell'Appendice si attaccano alcune fibre del muscolo stesso.

Altre volte, in un sesto dei casi, l'Appendice finisce per attaccarsi alla cartilagine tiroidea. In questi casi l'Appendice è costantemente laterale tanto all'origine che alla terminazione, la quale avviene o sul margine superiore, o sul mezzo dell'altezza della cartilagine stessa o sul suo margine inferiore. Dei 19 casi, in undici (7 donne e 4 uomini) trovai l'Appendice a sinistra, ed in otto (5 uomini e 3 donne) a destra. L'inserzione dell'Appendice al margine inferiore della cartilagine tiroidea, ed un po' anche alla parte più bassa della sua faccia anteriore, avviene più frequentemente (12 volte sopra 19, 7 donne e 5 uomini) che non al margine superiore della stessa cartilagine (cioè 6 volte, delle quali 2 in donne, e 4 in uomini). L'attacco poi alla metà dell'altezza della cartilagine stessa è assai raro; non ne vidi che due casi, uno sul lobo destro di una bambina, e l'altro sul sinistro di una ragazza.

Il modo di inserzione è analogo a quello che si presenta quando l'Appendice si attacca al joide, solo che la forma di nastro là è più costante che qui. Il nastrino, o cordone, con cui termina l'Appendice, sia che finisca per attaccarsi all'osso joide o sia alla cartilagine tiroidea, è sempre formato da tessuto fibroso.

Del modo di terminare delle Appendici doppie e delle biforcate dirò più tardi nel paragrafo delle varietà.

Forma e rapporti. — La forma dell'Appendice varia assai a seconda degli individui, indipendentemente dall'età e dal sesso. Di solito ha la forma di una linguetta o di un cono allungato schiacciato nel verso antero-posteriore, colla base

rivolta in basso e l' apice in alto. Altre volte appare sotto forma di una striscia, o di un nastro sottile, allungato triangolare o quadrilatero; talvolta ancora si manifesta sotto forma di un cordone cilindroideo, non mai perfettamente cilindrico, a contorni più o meno regolari; assume ora l'aspetto di una piramide; ora quello di una corona a gozzi e stringimenti alterni, una o più volte ripetuti; altra volta infine assomiglia ad un biscottino, o ad un orologio a polvere.

Da queste varie forme si devono ripetere i nomi di *corda glandolosa*, di *piramide*, di *appendicula*, di *colonna*, di *muscolo* ecc. applicati allo stesso organo da Winslow, Lalouette, Santorini, Caldani ecc., ai quali nomi tutti parmi preferibile ancora quello di Appendice, perchè è realmente una dipendenza del corpo tiroide.

La faccia anteriore è leggermente convessa nel senso trasversale, liscia il più delle volte, ma non di rado anche ondulata, specialmente se l'Appendice è voluminosa, nel qual caso ripete assai fedelmente l'aspetto che offre la superficie anteriore del resto della glandola tiroidea. Talvolta sulla stessa superficie appaiono dei rigonfiamenti più o meno manifesti, separati da intervalli disposti come a strozzamento. Tali rigonfiamenti sono prodotti o da ineguale distribuzione della sostanza glandolosa (tav. I.ª fig. 3.ª) o da vera interruzione della stessa sostanza (tav. I.ª fig. 4.ª, e tav. V.ª fig. 1.ª, 2.ª e 3.ª), od anche da cisti sviluppatesi in grembo al tessuto dell'Appendice.

Questa faccia anteriore assume rapporti diversi a seconda del punto d' origine dell' Appendice, dell' altezza a cui giunge e del volume che presenta. In generale quando parte dall' istmo in prossimità della linea mediana, ascendendo verticalmente fino al joide, l'Appendice occupa lo spazio frapposto ai muscoli sterno-joidei e sterno-tiroidei, ed è ricoperta immediatamente sulla linea mediana dall' aponeurosi cervicale media, e sui lati dal lembo interno dei muscoli predetti, fino verso alla metà dell' altezza della cartilagine tiroidea, e dei soli muscoli sterno-joidei da questo punto al joide. È poi evidente che sarà coperta da questi muscoli in proporzione dello sviluppo dell'Appendice e dei muscoli stessi: e siccome l'Appendice è ordinariamente più voluminosa nella metà inferiore che nella metà superiore, così sarà maggiormente coperta dalla muscolatura in basso che in alto, dove, quando sia ridotta molto sottile, e finisca per inserirsi sul mezzo del joide, non resta coperta che dalla sola aponeurosi, alla quale aderisce con una certa tenacità, specialmente in vicinanza al joide stesso; mentre nel resto, vale a dire nella massima parte dell' estensione della stessa faccia anteriore, non aderisce agli organi che la ricoprono che per un delicato tessuto connettivo, sicchè quivi gli organi sono facilmente separabili gli uni dagli altri, epperciò gli uni sugli altri scorrevoli ed indipendenti reciprocamente.

Quando poi l'Appendice staccasi da uno dei lati dell'istmo, e molto più se sorge da un lobo laterale, in allora è costantemente coperta dai muscoli citati, cioè nella sua porzione laringea, dai muscoli sterno-joideo e sterno-tiroideo, e dal primo soltanto nella porzione sopra-laringea, sempre però allora che l'inserzione al joide accada pure sopra un lato, poichè quando l'inserzione al joide sia mediana, in allora nella porzione sopra-laringea ripete i rapporti che assume quando è tutta mediana.

La *faccia posteriore* dell'Appendice, solitamente piana, liscia ed uniforme, è in rapporto, dal basso all'alto, quando è mediana, coi primi anelli della trachea, colla cartilagine cricoidea, col legamento crico-tiroideo, colla parte media della cartilagine

tiroidea e col pomo d'Adamo, ed infine colla parte mediana del legamento io-tiroideo. Questa faccia aderisce con una certa tenacità alla trachea ed alla cartilagine cricoidea mediante striscie di tessuto fibroso, ed al legamento crico-tiroideo per tessuto connettivo abbondante, talvolta anche stipato, e per vasi. Avviene precisamente in corrispondenza di questo legamento che l'Appendice riceve quasi sempre una arteriuzza, e frequenti volte due (tav. III.ª fig. 4.ª $\alpha\alpha$), ed anche tre (tav. III.ª fig. 3.ª α), procedenti dalla branca discendente di una delle laringee interne (solitamente dalla destra). Ed è pure a questo livello che passa trasversalmente, tra l'Appendice ed il legamento suddetto, il ramo principale ed anastomotico dell'arteria crico-tiroidea, che talvolta è molto voluminosa (tav. II.ª fig. 4.ª, 5), la quale manda sui lati dell'Appendice importanti diramazioni, come vedremo più avanti. — Alla cartilagine tiroidea l'Appendice aderisce non sempre, e solo sul margine inferiore, in un modo analogo a quello che succede colla cricoidea, mentre nel resto si può dire che non aderisce punto; anzi a livello del pomo d'Adamo le parti sono ordinariamente fra loro separate da una larga borsa sierosa, come ben vide anche il prof. Calori [1] la quale talvolta comunica colla borsa sierosa sovrastante, che trovasi sotto al joide, frapposta a quest'osso, all'Appendice ed al legamento io-tiroideo; questa borsa talvolta è divisa in due, ed è poi il più delle volte ben manifesta.

Quando l'Appendice non decorre sulla linea mediana, ma sopra uno dei lati, in allora colla sua faccia posteriore copre dal basso all'alto, parte o tutto il muscolo crico-tiroideo (tav. I.ª fig. 2.ª), parte della faccia laterale della cartilagine tiroidea, ed in alto, se l'Appendice è grossa e si mantiene laterale, appoggia sul lembo interno del muscolo io-tiroideo, coprendone la inserzione superiore. A questi vari oggetti l'Appendice non aderisce che lassamente, in basso poi viene frequenti volte separata dal muscolo crico-tiroideo, mediante la borsa sierosa crico-tiroidea del Calori, la quale però giace, come indicò il suo scopritore, più propriamente tra il detto muscolo ed il lobo corrispondente della glandola. Una borsa sierosa poco manifesta trovasi pure talvolta a livello del lato della cartilagine tiroidea, ed un' altra sotto all'inserzione superiore dell'Appendice, anche quando questa trovasi lateralmente.

I *margini* laterali, allorquando l'Appendice è di forma e di volume ordinarî, in generale sono rettilinei e leggermente tondeggianti, altra volta sono sottili, e talvolta anche ingrossati; ed ancora possono presentare delle sporgenze e delle sinuosità. Se l'Appendice è piccola i suoi margini sono appena ricoperti dal bordo interno dei muscoli sterno-joidei; se è più voluminosa in basso si insinuano sotto i muscoli sterno-tiroidei. Quando poi l'Appendice è laterale, in allora il suo margine esterno trovasi maggiormente coperto dallo sterno-tiroideo, e dal muscolo sterno-joideo dello stesso lato fino a livello della metà della cartilagine tiroidea, assumendo in seguito i rapporti indicati, se si pone sulla linea mediana, o costeggiando l'orlo interno del muscolo io-tiroideo, se continua ad ascendere lateralmente (tav. II.ª fig. 4.ª e 5.ª). Ciò succede quando l'Appendice non è molto sviluppata; nel caso contrario in alto il margine esterno dell'Appendice copre il margine interno del muscolo io-tiroideo suddetto. Dai margini, provveduti di tenue tessuto connettivo che li separa dagli

[1] Mem. cit. pag. 6.

oggetti vicini, l'Appendice riceve e trasmette i suoi vasi principali (tav. II.ª fig. 4.ª e 5.ª; tav. III.ª fig. 1.ª e 2.ª).

L'*estremità inferiore*, o *base* dell'Appendice, è di norma la parte più voluminosa, e si continua col resto della glandola, come fu detto parlando dell'origine.

L'*estremità superiore*, od *apice*, che solitamente è la parte più sottile, si attacca al joide od alla cartilagine tiroidea, come si disse indicandone la terminazione.

Dalle condizioni ora accennate risulta che l'Appendice, eccetto che alle sue due estremità, può essere con facilità spostata lateralmente, e che gli organi che la ricoprono e le stanno sotto si possono muovere liberamente tanto nel senso laterale che nel verticale.

Volume. — Il volume varia grandemente a seconda delle età e degli individui. Nel feto e nel bambino naturalmente l'Appendice è piccola; si direbbe anzi che è anche più piccola di quello che dovrebbe essere rispetto al volume piuttosto considerevole del resto della glandola a quell'età. Nell'adulto è certamente più sviluppata che nel bambino; però offre molte varietà le quali non possono essere, almeno per me, ridotte a massime generali.

Nell'uomo mi apparve generalmente più voluminosa che nella donna, il che starebbe in ragione inversa dello sviluppo generale della glandola tiroidea, giusta il consenso comune degli autori. Se alcuna volta si trova una certa relazione di volume tra la glandola e la sua Appendice, in molte altre però quel rapporto non è conservato avendo veduto in molti casi un'Appendice assai voluminosa annessa ad una glandola di ordinarie dimensioni, e viceversa a glandole voluminose si vedono corrispondere Appendici gracili. In proposito giova notare ancora che il volume dell'Appendice resta il più delle volte indipendente dallo sviluppo del resto della glandola nei casi patologici. Qualche volta, però rarissima, si sono viste propagarsi manifestamente anche alla Appendice certe alterazioni (ad es. le cisti) comuni al resto della glandola.

Dimensioni. — Nel determinare le dimensioni, presi in esame soltanto gli individui adulti d'ambo i sessi e i casi nei quali l'Appendice si spingeva sino all'osso joide.

Lunghezza. — Essa varia a seconda del sesso e degl' individui. In media si può ritenere che essa è lunga mill. 50 nell'uomo, e mill. 42 nella donna. Questa media, tolta da un numero considerevole di osservazioni, è presso a poco invariabile nella donna, poichè la massima lunghezza fu riscontrata di mill. 46 in una donna di 27 anni, che aveva un grande sviluppo della glandola tiroidea, e la minima era lunga mill. 33, in un' altra donna di anni 26. Ma non è così nell'uomo (forse perchè nell'uomo si osservano maggiori differenze nella lunghezza del collo, o in quella parte del collo che corrisponde all'organo che ci occupa), giacchè in questo trovai delle differenze che giungevano fino a due ed anche a tre centimetri; così mentre in un uomo di 40 anni l'Appendice era lunga soltanto mill. 38, in un altro di 45 anni, trovai un'Appendice lunga 66 mill., ed in un terzo di 60 anni, un'Appendice di mill. 70.

Larghezza. — La larghezza massima dell'Appendice, astrazione fatta dei casi di eccezionale volume e forma, corrisponde all'origine, e si può calcolare in media di 11 mill. nell'uomo e di 9 mill. nella donna.

Questa media può variare grandemente in più ed in meno tra i 4 mill. (larghezza minima riscontrata in un uomo di 43 anni, ed in una donna di 28 anni) ed i 20,

ed anche 30 mill. Di 20 mill. ne vidi tre casi tutti in uomini, di 25 mill. in donna d'anni 23, che aveva un gozzo piuttosto rilevante, e di 30 mill. un caso solo in un uomo di 78 anni che non aveva d'altra parte eccessivo sviluppo della glandola tiroidea.

La larghezza dell'Appendice generalmente diminuisce poi mano mano che si ascende, dall'origine alla terminazione, tanto che a livello del pomo di Adamo è quasi ridotta a proporzioni minori della metà, ed in prossimità al joide, anche quelle che si conservano bene appariscenti, non hanno che eccezionalmente la larghezza di 4 a 5 mill., poichè, di solito, è di 3, 2 mill. e spesse volte anche ridotta quasi a punta.

La *grossezza* dell'Appendice in media è di 4 a 6 mill. presso l'origine, diminuisce tosto insensibilmente ascendendo, finchè verso la terminazione è quasi sempre di un mill. a due. Talvolta però essa parte già sottilissima, e talvolta invece offre uno spessore doppio ed anche maggiore verso l'origine, conservandosi in questi casi proporzionatamente grossa anche nel resto del suo tragitto, come mi accadde di osservare in due uomini, uno di 38 e l'altro di 52 anni, nel primo dei quali l'Appendice all'origine avea uno spessore di 13 mill., nel mezzo era ancora grossa 7 mill. ed anche alla terminazione non era minore di mill. 4.

Il *peso* è in proporzione; di solito è di due a quattro grammi; ma questo peso può essere ridotto a meno, e crescere invece fino a 10, 12 gr. ed oltre.

Colore. — Quando l'Appendice è bene sviluppata allora presenta un colore rosso variabile, che assomiglia in tutto e per tutto a quello della glandola a cui è annessa. Quando invece l'Appendice è piccola il colore è meno carico, tendendo però al rosso vivo analogo a quello dei muscoli volontari, e talvolta (caso piuttosto frequente) ad un roseo sbiadito simile a quello dei muscoli pellicciaj, ad es. del platisma-mioide; altre volte infine è ancora più pallido, o bianco leggermente grigiastro come quello delle striscie fibrose, o del tessuto connettivo un po' condensato; non mai però da assomigliare perfettamente a quello delle aponeurosi, e tanto meno ancora a quello dei legamenti e dei tendini, mancando sempre dell'aspetto splendente, madreperlaceo. Devesi notare anche che queste diversità di colorazione possono in parte associarsi nella stessa Appendice, essendo allora di un colore più carico presso l'origine, più bianco verso la terminazione: anzi in questa il colore è, si può dire in tutti i casi, analogo a quello del tessuto fibroso.

Consistenza. — Questa in generale è ben manifesta; varia però a seconda dei casi. Se è voluminosa, la consistenza è simile a quella del corpo tiroide; se è gracile, talvolta è meno consistente, come quella del tessuto muscolare, tal'altra, per lo contrario, è maggiore, analoga, cioè, a quella del tessuto fibroso. È da notarsi poi che la consistenza varia anche a seconda dei punti sui quali si esamina.

Struttura. — Come abbiamo detto più volte, l'Appendice del corpo tiroide fu giudicata di natura differente; ma pare che gli autori i quali la credettero un muscolo od un legamento abbiano ciò argomentato dall'aspetto esterno, o da un esame limitato superficiale dell'organo, poichè, se avessero fatte osservazioni fine e ripetute, si sarebbero accorti che l'Appendice è parte della glandola tiroidea, della quale offre gli elementi caratteristici.

Io feci molte ricerche in proposito, e, nei casi dubbî, mi giovai ancora dell'opera

di colleghi competentissimi in microscopìa, quali sono i professori L. Maggi, e C. Golgi, ai quali rendo oggi pubbliche grazie pel favore accordatomi.

Da tali osservazioni mi risulta che l'Appendice consta:

1° di un inviluppo;

2° di tessuto glandolare;

3° frequenti volte di tessuto muscolare;

4° degli elementi comuni agli altri organi, vale a dire, tessuto connettivo, vasi e nervi.

Inviluppo. — Questo, allorchè l'Appendice è voluminosa, presenta gli stessi caratteri, e tiene il medesimo modo che l'inviluppo della glandola tiroidea. In generale si modella sulla superficie esterna dell'Appendice: è sottile, ma non uniformemente, poichè all'avanti (tav. II.ª, fig. 1.ª e 2.ª *m*) l'inviluppo ha uno spessore un po' maggiore che all'indietro (fig. 1.ª *m'*): esso è poi resistente in grado maggiore sulla faccia posteriore di quello che sulla faccia anteriore e sugli orli. La superficie esterna di questo inviluppo sta unita agli organi circumambienti, ma in maniera disuguale, poichè, mentre colla faccia anteriore e coi margini aderisce lassamente colle parti sottostanti e frammezzo alle quali l'Appendice decorre, colla faccia posteriore invece incontra rapporti più stretti con alcuni di quelli che essa ricopre; ed anche qui non in modo uniforme, come fu già indicato descrivendo i rapporti.

Come succede di osservare nel resto della glandola tiroidea, che dalla superficie profonda del proprio inviluppo si spiccano delle tramezze laminose o filamentose, dalle quali si staccano altri prolungamenti più tenui in vario senso, circoscrivendo degli spazi di varia grandezza, occupati da tessuto glandolare, così accade di vedere nell'Appendice, ma sempre quando essa raggiunge certe proporzioni, poichè quando è assai piccola le tramezze aumentano per modo da riempire quasi totalmente anche gli spazi che dovrebbero essere occupati dal tessuto glandolare. Ed ancora come il tessuto fibroso serve talvolta a connettere le parti dell'istmo quando sia interrotto nella continuità della sua sostanza glandolare, lo stesso avviene fra una parte e l'altra dell'Appendice allorchè questa pure sia interrotta nella sua ordinaria sostanza. Infine il tessuto fibroso è poi sempre quello in cui termina l'Appendice stessa, e serve anzi costantemente di legame tra questa e gli organi più volte menzionati.

L'abbondanza del tessuto fibroso nell'Appendice è in ragione inversa del volume della stessa e della quantità degli altri elementi, che solitamente entrano a comporla. Quando nell'Appendice sono ridotti ai minimi termini il tessuto glandolare ed i vasi, essa non sembra costituita che dal solo tessuto fibroso.

Questo è formato da fibre di tessuto connettivo in generale addensato in laminette e filamenti, di fibre elastiche fine, sottili, in iscarso numero negli strati superficiali, ma molto abbondanti negli strati profondi. Vi si associano poi dell'adipe, talvolta raccolto in piccoli lobetti frapposti agli strati superficiali dell'Appendice, ed anche delle fibre muscolari striate, come dirò fra poco.

Tessuto glandolare. — Nel maggior numero dei casi la semplice osservazione esterna è sufficiente per convincere che l'Appendice è una propaggine diretta della glandola tiroidea, presentando gli stessi caratteri i quali nell'Appendice sono tanto meglio spiccati, quanto più essa è voluminosa. Ma siccome l'aspetto esterno varia

assai, come fu detto, sicchè talune Appendici sembrano muscoli ed altre lame fibrose, così a queste principalmente rivolsi le ricerche microscopiche ([1]).

La fig. 3^a, *S*, della tav. II.^{a} è tolta da una sezione orizzontale dello strato più profondo di una Appendice gracile e pallida, alla metà circa della sua lunghezza, appartenente ad una donna di 37 anni. — T. rappresenta le vescicole glandolari della stessa Appendice un po' più in alto della figura precedente.

Il prof. Golgi constatò la presenza delle stesse vescicole nella metà superiore dell'Appendice suddetta.

Nell'Appendice rotondeggiante, ma piccola, di una donna d'anni 26 io trovai parecchie vescicole glandolari fin verso la metà della sua lunghezza, coperte anteriormente da tessuto fibroso e da fibre muscolari striate. In un frammento della metà superiore della stessa Appendice il prof. Golgi non riscontrò che fibre di tessuto connettivo e di tessuto muscolare striato.

Nella gracile e sottile Appendice di una giovinetta di 15 anni trovai vescicole chiuse tanto in vicinanza all' origine quanto ad un centimetro presso la sua terminazione, ma nessuna traccia nel terzo medio. In tutta l'altezza poi della sua faccia anteriore vidi parecchie fibre muscolari striate. La parte di mezzo di questa Appendice fu esaminata anche dal prof. Golgi, il quale constatò trovarsi solo fibre di tessuto connettivo e fibre muscolari striate.

Nella metà superiore di una grossa Appendice appartenente ad una donna di 27 anni, in una sezione longitudinale si vedono numerose vescicole glandolari, molte delle quali munite ancora del proprio epitelio, circondate da numerose e finissime fibre elastiche.

Da questi e da altri assaggi, tolti a diverse altezze e nei differenti strati anteroposteriori di Appendici, venni a conoscere che in quasi tutte le Appendici esaminate si trovano le vescicole glandolari perfettamente simili a quelle del corpo tiroide. Esse però non sono sempre abbondanti nè uniformemente distribuite per tutta l'altezza e su tutto lo spessore delle varie Appendici. In via generale si può ammettere che l' elemento glandolare è più manifesto nelle Appendici grosse, nella metà inferiore e negli strati profondi, di quello che non sia in quelle piccole, nelle parti più alte e negli strati più superficiali. Queste vescicole presentano poi dimensioni diverse (v. tav. II.^{a} fig. 1.^{a} e 2.^{a}, *v v v*) precisamente come accade di vedere nel rimanente della glandola.

Attorno alle vescicole glandolari si vedono delle tenuissime fibre connettive ed elastiche e dei nuclei numerosi. In una donna di 63 anni si videro anche delle fibre nervose di Remak, ed in una ragazzina di 11 anni delle fibre nervose midollate. Dove le vescicole si trovano aggruppate in mezzo al tessuto connettivo ed alle fibre elastiche si vede anche dell' adipe, ma sempre in scarsa proporzione.

Fibre muscolari striate. — Frequenti volte nell'Appendice si trovano delle fibre muscolari striate le quali potrebbero essere distinte in estrinseche ed in intrinseche, e sì le une come le altre si dirigono costantemente nel senso longitudinale. Le

([1]) Le Appendici sottoposte a minuto esame furono 18 (7 d'uomini, 10 di donne ed 1 di bambina) di cui 12 erano piccole e 6 fra ordinarie e grosse.

fibre muscolari estrinseche appaiono sul contorno dell'Appendice. Non sono costanti, ma frequenti; il più delle volte sono scarse e commiste al tessuto connettivo circostante; altre volte però sono numerosissime ed in allora formano uno straterello apposto all'inviluppo. In certi casi possono essere considerate come dipendenze dei muscoli vicini, del crico-tiroideo e dello sterno-tiroideo principalmente, ma in altri casi le fibre stesse sono indipendenti dai muscoli suddetti, ed in allora appartengono sostanzialmente alla glandola tiroidea, poichè in basso si attaccano sull'inviluppo dell'istmo o di uno dei lobi laterali, ed in alto finiscono nel tessuto fibroso che costituisce il legamento di inserzione superiore dell'Appendice, alla quale le fibre stesse sono satelliti per tutta l'altezza. Le fibre muscolari disposte in quest'ultimo modo si vedono soltanto sulla faccia anteriore dell'Appendice: sulla faccia posteriore vi si attaccano bensì, in qualche raro caso, dei lacerti del muscolo io-tiroideo, in alto, o del crico-tiroideo in basso, ma per questo non devono essere considerati quali pertinenze dell'Appendice.

Le fibre muscolari striate intrinseche si trovano all'interno dell'inviluppo fibroso dell'Appendice e precisamente tra esso inviluppo e gli altri elementi dell'organo. Io non ne vidi che nello strato superficiale, cioè subito sotto l'inviluppo della faccia anteriore (tav. II.ª fig. 1.ª e 2.ª, *f f f.*).

Queste fibre muscolari non si trovano sempre, ma io le vidi manifestamente in cinque delle 18 Appendici esaminate, ed avevano sempre la stessa disposizione, cioè decorrenti rettilinee, secondo l'asse dell'Appendice. Talvolta sono scarse, altre volte piuttosto abbondanti. Qualche rara volta fra le fibre muscolari più profondamente collocate si vedono alcune vescicole glandolari.

Arterie. — Ho fatto varie injezioni. In 19 casi trovai l'Appendice, dove questa e il relativo sistema arterioso presentavano le seguenti disposizioni:

In undici casi l'Appendice stava a sinistra, in quattro a destra, ed in quattro sulla linea mediana, e raggiungeva in tutti l'osso joide.

L'arteria crico-tiroidea dà la maggior contribuzione di sangue all'Appendice; però non la dà sempre, nè la dà tutta.

Quando l'Appendice trovasi sulla linea mediana, o presso la stessa, di subito si vede che l'arteria crico-tiroidea, scorrendo tra l'estremità inferiore dell'Appendice ed il legamento crico-tiroideo, manda solitamente due diramazioni, una per ciascun lato dell'Appendice, ognuna delle quali, che potrebbe essere chiamata *arteria dell'Appendice* o *arteria appendicolare* (usando un vocabolo del Santorini), un po' prima di appoggiare sul corrispondente margine dell'organo, si decompone di norma in due rami, uno ascendente e l'altro discendente. Il ramo ascendente che è, secondo le mie osservazioni, il più considerevole, segue l'orlo assegnatole e sale fin presso all'osso joide, decomponendosi successivamente in ramuscoli che si sparpagliano sulle due faccie, anastomizzandosi con quelle del lato apposto, e si perdono nel grembo dell'organo. Qualche volta il ramuscolo terminale finisce per anastomizzarsi colla diramazione joidea dell'arteria linguale (tav. III.ª fig. 1.ª, 2, 7). Quando uno dei due rami manca, od è più piccolo, o non arriva fino all'apice dell'Appendice, in allora viene sostituito in tutto o in parte dal ramo ascendente dell'altro lato, o da una branca dell'arteria tiroidea superiore, od anche, rarissime volte, dalla sopra-joidea.

Il ramo discendente (tav. II.ª fig. 4.ª e tav. III.ª fig. 1.ª, 10) dell'arteria appendicolare è più piccolo; segue il margine del suo lato dirigendosi in senso opposto, cioè discendendo, e si distribuisce all'origine dell'Appendice, anastomizzandosi coi ramuscoli periglandolari della tiroidea superiore. Talvolta i due rami, ascendente e discendente, procedono da un lato o dall'altro, o da tutti e due, direttamente dal tronco della crico-tiroidea, sia da un punto diametralmente opposto l'uno all'altro (tav. II.ª fig. 4.ª e tav. III.ª fig. 1.ª), sia da un punto più interno pel ramo discendente, ed in questo caso i rami discendenti s'appoggiano sulla faccia posteriore dell'Appendice.

È da notarsi che frequenti volte le arterie appendicolari procedono dalla crico-tiroidea del lato destro, non solo anche quando l'Appendice è mediana, ma talvolta ancora quand'essa giace al lato opposto. Questo fatto, già osservato da Gruber (1), fu constatato da Barkow (2) ed anche da me in due casi.

Qualche rara volta le arterie appendicolari, procedenti dalla crico-tiroidea, decorrono parallelamente, ma distanti dall'Appendice e mandano ad essa successivamente i propri rami (tav. III.ª fig. 2.ª 6, 6′). Altre volte le arterie principali dell'Appendice vengono da un troncolino dell'arteria tiroidea superiore, il quale passa trasversalmente sulla cartilagine tiroidea, a differenti altezze, decorrendo parallelamente alla crico-tiroidea. Questa disposizione, riscontrata dallo stesso Gruber, fu veduta più volte da Barkow.

Le figure di Gruber e le stupende di Barkow e di Luschka (3) fanno vedere altre disposizioni arteriose in proposito, molte delle quali pare debbano essere ritenute per rare anomalie: a me almeno non succedette mai di incontrarne esemplari.

In via secondaria l'Appendice riceve diramazioni dall'arteria laringea interna superiore, e dalla ioidea, che è una branca della linguale.

Dalla prima l'Appendice non riceve sangue se non quando essa sia mediana o presso che mediana, vale a dire quando passa sul legamento crico-tiroideo. In questi casi la faccia posteriore della base dell'Appendice riceve, potrei dire costantemente, una, due (tav. III.ª fig. 4.ª, α α) od anche tre (tav. III.ª fig. 3.ª α) piccole diramazioni, le quali, se gli organi non sono iniettati, presentano l'aspetto di troncolini nervosi. Tali diramazioni procedono dal ramo discendente dell'arteria laringea interna, e solitamente da quella del lato destro (tav. III.ª fig. 4.ª α), traforano il legamento crico-tiroideo e si diramano sull'organo come di solito. Alcune diramazioni della stessa arteria, come si sa, traforano il legamento solo per anastomizzarsi colla crico-tiroidea (tav. III.ª fig. 2.ª).

Dalla seconda, cioè dall'arteria joidea o soprajoidea, l'Appendice riceve diramazioni solo quando essa raggiunge l'osso joide ancora manifestamente glandolosa, e quando le arterie appendicolari sono piccole in proporzione dell'organo sanguificato. Del resto queste diramazioni il più delle volte non fanno che anastomizzarsi colle appendicolari (tav. V.ª fig. 1.ª).

(1) *Ueber die Anomalien der Art. thyreoidea ima (Naubaueri) und der Art. cricothyreoid.* ecc. in Medicinische Jahrbücher des K. K. Österr. St. Wien 1845.

(2) *Comparative Morphologie des Menschen und der menschenähnlichen Thiere* etc. Fünfter Theil. Breslau 1866.

(3) *Der Kehlkof des Menschen.* Tübingen 1871.

Le varie diramazioni arteriose presentano poi un calibro differente a seconda del volume che offre l'Appendice e a seconda che questa riceve o no sangue da più fonti.

Secondo le osservazioni di Gruber, parrebbe che la presenza o il difetto dell'Appendice ed i vari gradi del suo sviluppo, non siano indifferenti sulla produzione delle varie anomalie da lui riscontrate nell'arteria crico-tiroidea.

Vene. — Le vene appendicolari decorrono superficialmente alle arterie. In genere sono molte, e molto sviluppate. Quelle che si trovano sulla faccia anteriore dell'Appendice sono piccole, e pressochè di un calibro uniforme, e si anastomizzano ripetute volte fra di loro, formando una rete a lunghe maglie nel senso dell'asse dell'organo. Le vene satelliti alle arterie laterali, sono ordinariamente uniche, e si anastomizzano in alto colle vene della regione sotto-joidea, ed in basso colle vene crico-tiroidee e con quelle dell' istmo o di un lobo laterale, a seconda del luogo di origine dell'Appendice. Mi apparvero prive di valvole, sicchè la iniezione riesce facile e completa; però sono a pareti delicate, dimodochè frequenti volte all' injezione succedono facilmente stravasi.

Linfatici. — Di questi non mi sono curato in modo particolare; trovai però in alcuni casi uno ed anche due gangli linfatici bene sviluppati, giacenti sull'uno o sull'altro lato dell'Appendice; di solito a livello del legamento io-tiroideo, e precisamente vicino al joide, qualche rara volta invece in corrispondenza dello spazio crico-tiroideo.

Bourgery delineò alcuni vasi linfatici decorrenti sulla faccia anteriore dell'Appendice [1].

Nervi. — Gli autori non sono concordi nello stabilire le fonti da cui procedono i nervi che vanno a distribuirsi al corpo tiroide, il quale, secondo le osservazioni di Poincarè, sarebbe provveduto di numerosi filamenti composti di fibre di Remak, con qualche ganglio sul loro tragitto, e decorrenti nei setti interlobulari [2]. Infatti, mentre Hirschfeld vi fa giungere un filamento del laringeo esterno [3], Cruveilhier [4] e Sappey [5] ritengono che quei nervi procedano dal grande simpatico; Fort [6] ammette che essi vengano dai due laringei, e ricorda che Berres vi aggiunge anche diramazioni del grande ipoglosso, dove che Frey [7] esclude e pneumogastrico ed ipoglosso, ritenendo che tutti i filamenti nervosi della glandola tiroidea provengano solo dal grande simpatico.

Queste asserzioni contraddittorie fanno sentire il bisogno di nuovi studî.

Io mi occupai dell' argomento, mirando in modo particolare all'Appendice, ma fino ad ora non giunsi a risultati sicuri e concludenti. Non posso tacere però di avere osservato che talvolta un filamento del nervo laringeo interno, decorrendo parallelamente ed accanto al ramo discendente dell' arteria laringea interna superiore, al

(1) *Anatom. descript.* T. IV Pl. 91. Paris 1851.
(2) *Journal de l'Anat. et de la Physiol.* ecc. Paris 1875.
(3) *Névrologie.* Paris 1853, Texte, p. 120 e 123.
(4) Op. cit. T. deux. p. 302.
(5) Op. cit. T. IV pag. 493.
(6) Op. cit. T. III pag. 106.
(7) *Traité d'Histologie* trad. par. P. Spillmann. Paris 1871 a pag. 536.

di sotto della mucosa, arriva fino al di dietro del legamento crico-tiroideo, nel qual luogo io lo perdei di vista. Siccome questa diramazione nervosa mi apparve solo in quei casi nei quali l'Appendice era mediana, così mi nacque il sospetto che qualche filamento avesse a traforare il legamento suddetto, come fanno le arterie, per finire nell'Appendice. Però, ripeto, non fui mai fortunato di riescire ad accertarmi del fatto. Si è potuto constatare invece al microscopio la presenza di fibre nervose tanto di Remak che midollate, disposte analogamente a quelle osservate da Poincarè.

Varietà principali. — Fra le anomalie indicate precedentemente meritano d'essere in modo particolare ricordate le seguenti.

Appendici doppie. — Queste anomalie devono essere ascritte fra le rare. Morgagni ne vide un solo esemplare (v. a pag. 323) e tre casi sono registrati nel catalogo del museo dell' Ospitale di Guy [1].

Io la trovai doppia in due soli casi. Il primo si riferisce ad un fanciullo di 8 anni (tav. IV.ª fig. 2.ª). — La glandola tiroidea è di sviluppo normale: l'istmo (Y) si assottiglia considerevolmente e si restringe anche verso la sua estremità destra, dove la sostanza glandolare dell'istmo è palesemente interrotta da una striscia di tessuto fibroso. Vi sono due Appendici, una a destra (Z) e l'altra a sinistra Z¹). Quella del lato destro sorge dal punto di fusione dell'istmo col lobo laterale corrispondente, e finisce al margine inferiore della cartilagine tiroidea (B) cinque millim. a destra della linea mediana. Ha una direzione leggermente obliqua verso l'alto e l' interno. Ha forma triangolare, colla base rivolta in basso; è lunga 12 mill., larga, all'origine, 5 mill., si assottiglia in seguito per modo che alla metà altezza è larga 2 mill., ed alla terminazione 1 millim. solo. Lo spessore è di 2 mill. alla base, e di un mill. nel resto della sua lunghezza. Appare di natura glandolare fino oltre la metà inferiore, fibrosa nella metà superiore.

L'Appendice del lato sinistro (Z¹) parte un po' più all' infuori dell'altra del lato opposto, ma sorge anch' essa e dall' istmo e dal lobo laterale rispettivo; monta piegando verso l' interno, per terminare allo stesso margine della cartilagine tiroidea a cui s' attacca l'Appendice destra, ma più all' interno di questa, cioè assai prossima alla linea mediana; per questo essa è più inclinata all'indentro di quello che non sia la sua compagna. È di forma pressochè quadrilatera. Presenta la stessa lunghezza dell'Appendice destra, ma è di questa un po' più larga, cioè 8 mill. al punto di partenza, e 4 mill. nel resto della sua lunghezza. Lo spessore è di circa 2 mill. in tutta la sua estensione. È di apparenza glandulosa fin presso al suo attacco superiore.

Il secondo caso di Appendice doppia, il più singolare, ci è offerto da un uomo di 63 anni (tav. IV.ª fig. 1.ª).

La glandola tiroidea è di volume un po' maggiore dell'ordinario; manca completamente dell' istmo; il lobo sinistro (K), di dimensioni pressochè eguali a quello del lato opposto (X), è situato più in basso dello stesso.

Da ciascun lobo parte un'Appendice, la quale si estende da ambedue i lati, fino all' osso joide.

(1) *The Cyclopedia of Anatomy and Physiology*. London 1847-1849 vol. IV part. I a pag. 1102.

L'Appendice del lato sinistro (Z^1) sorge assai voluminosa dall'estremità interna ed inferiore del lobo corrispondente, da dove solitamente parte l'istmo; si dirige all'alto ed un po' all'indentro, scorrendo successivamente sul lato corrispondente dei primi anelli della trachea, del muscolo crico-tiroideo, della cartilagine tiroidea e del legamento io-tiroideo; e raggiunge l'osso joide (A) assai presso la linea mediana. Ha la forma di una clava, il manico rivolto in alto e la mazza in basso.

Quest'Appendice è lunga mill. 75; larga, all'origine, mill. 24, ma poi si restringe, e, pel tratto di circa 3 centim. di lunghezza, presentasi larga 1 centim. circa; in seguito si restringe un'altra volta a livello della metà della cartilagine tiroidea, e, da questo punto fino alla sua terminazione, non è larga che da 3 a 4 mill. Lo spessore è pure diverso, e decresce dal basso all'alto; di modo che mentre all'origine essa è grossa 8 mill., si riduce presto a 4, e verso la fine non ha che circa 2 mill. di spessore.

A livello della metà altezza della cartilagine tiroidea (B) quest'Appendice si unisce all'Appendice del lato opposto per mezzo di un prolungamento della stessa sostanza appendicolare disposto a guisa di un istmo trasversale (H), assai breve, ma largo circa 1 mezzo centim. e grosso 2 mill.

La natura di quest'Appendice è manifestamente glandolosa fino presso alla sua inserzione al joide, dove appare, come di solito, fibrosa.

L'Appendice destra (Z) differisce da quella del lato opposto nella forma e nelle dimensioni. Parte dall'estremità interna del margine superiore del lobo destro (K) e termina essa pure all'osso joide. Quest'Appendice, di forma irregolare ed allungata, è più obliqua della sua compagna nella metà inferiore, mentre è verticale nella metà superiore, dove scorre sul pomo d'Adamo e quasi sul mezzo del legamento io-tiroideo. Essa è meno voluminosa è più corta della sinistra. In lunghezza misura mill. 58: la sua massima larghezza, che si trova a metà della sua altezza, è di mill. 11, riducendosi sopra e sotto di questo punto via via fino a circa 5 mill. Lo spessore massimo, che è di 5 mill. corrisponde al punto ove l'Appendice è più larga; prima e dopo lo spessore non è che di 2 mill. al più.

È congiunta all'Appendice del lato opposto, come fu detto, da una specie di istmo (H), il quale trovasi subito al di sotto del pomo d'Adamo.

Anche quest'Appendice appare di aspetto glandoloso, ma soltanto dall'origine fino al pomo di Adamo, poichè da questo punto al joide è palesemente fibrosa.

Di questa specie di anomalie io non trovai cenno in alcuno degli autori da me consultati.

Appendice con doppia origine. — Di questa varietà non mi occorse cenno negli autori, il che fa supporre sia rarissima. Io ne trovai un solo caso appartenente ad una ragazza di 15 anni.

Qui (tav. IV.ª fig. 3.ª) la tiroidea è di un volume ordinario; ha un istmo alto quasi 2 centim. e copre il 2°, 3°, 4° e 5° anello della trachea (D).

L'Appendice (Z), collocata a sinistra, è breve, non giungendo in alto che alla cartilagine tiroidea (B), ma offre due radici d'origine, una interna (Z') e l'altra esterna (Z''). La radice interna è la più stretta; sorge dal punto d'unione tra l'istmo ed il lobo sinistro ed ascende quasi verticalmente per unirsi all'altra radice a livello

della faccia anteriore del muscolo crico-tiroideo corrispondente. È nastriforme, lunga 1 centimetro, larga 4 mill., e grossa circa 2 millim. Presenta un aspetto fibroso, però nello strato superficiale trovai delle fibre muscolari striate, dirette nel senso della lunghezza della radice stessa.

La seconda radice è più larga e più esterna: si stacca dalla parte media del margine superiore del lobo sinistro (X) (è il solo caso in cui trovai una origine sì elevata), si dirige all'interno ed un po' in alto finchè incontra la radice interna colla quale si unisce, componendo colla stessa un nastro unico; il quale continuando a montare verso l'interno, va ad impiantarsi nella estremità inferiore della faccia anteriore della cartilagine tiroidea, 5 millim. a sinistra della linea mediana.

La radice esterna ha forma quadrilatera, è lunga 11 millim., larga mill. 6 e grossa mill. 3.

La porzione superiore dell'Appendice (Z), che è comune alle due branche, ha pure forma quadrilatera, è lunga circa 1 centim., larga 8 millim. e grossa 3 millim.

Fra le radici dell'Appendice ed il margine superiore del lobo sinistro della glandola tiroidea, si apre un vano triangolare a livello del lato corrispondente dello spazio crico-tracheale e del primo anello della trachea.

La radice esterna e la parte superiore comune alle due radici dell'Appendice presentano un aspetto glandoloso, simile a quello del resto della glandola tiroidea.

Appendici biforcate in alto. — Anche di questa varietà Morgagni vide un solo esemplare (v. a pag. 323).

Nelle mie osservazioni mi incontrai di vedere l'Appendice divisa in alto in due branche soltanto tre volte. Per questo, e per quanto si può raccogliere dai pochi autori che accennano a questo fatto, è da ritenersi che il fatto sia raro.

I tre casi, nei quali osservai la detta anomalia, appartengono tutti al sesso femminile. Il primo si riferisce ad una donna di 63 anni (tav. IV.ª fig. 4.ª). In questa la glandola tiroidea è alquanto più piccola del consueto; l'istmo (Y), in proporzione dei lobi laterali, è assai alto e grosso. Esso superiormente ricopre in totalità anche il primo anello della trachea.

Dal mezzo del margine superiore dell'istmo sorge una larga Appendice (Z) la quale si dirige in alto, e, giunta a livello del margine superiore della cartilagine cricoidea, si divide in due branche, una esterna (Z′) che finisce al margine inferiore e un po' sulla faccia anteriore del lato corrispondente della cartilagine tiroidea (B), e l'altra branca (Z″) più interna, sale verticalmente fino all'osso joide, percorrendo la linea mediana.

La prima porzione dell'Appendice (Z) si estende dall'istmo alla parte inferiore dello spazio crico-tiroideo; è quadrilatera presentando una altezza ed una larghezza di circa 1 centim., ha poi uno spessore di 4 mill.

La branca esterna, che finisce al margine inferiore della cartilagine tiroidea, inserendovisi per l'estensione di circa mezzo centimetro, subito all'esterno della linea mediana, è pure quadrilatera, lunga 7 mill., larga 6 e grossa 2.

La branca interna, che termina con un nastrino fibroso alla parte media del margine inferiore dell'osso joide, è allungata, ma non uniforme, poichè nel primo

tratto, dall'origine fino a metà altezza della cartilagine tiroidea, è foggiata a nastrino triangolare colla base in basso; al punto nominato si restringe, indi, ascendendo, si ingrossa in corrispondenza del pomo d'Adamo, per diminuire in seguito fino alla sua terminazione.

Questa branca è lunga 28 mill., larga 7 mill. a livello del pomo d'Adamo, un po' meno larga all' origine e meno ancora negli altri punti. Lo spessore massimo è di 3 mill., e corrisponde ancora a livello del pomo d'Adamo; nel rimanente lo spessore è uniforme, e di circa 2 millimetri.

Il secondo caso è tolto pure da una donna di 22 anni.

In questa (tav. III.ª fig. 2.ª) l'Appendice (Z) sorge dal margine superiore della parte destra dell'istmo (Y), là dove questo si confonde col corrispondente lobo (K): ascende piegando un po' verso l' interno, e, giunta a livello del margine superiore della cartilagine cricoidea, si divide in due branche, delle quali l' esterna (Z') alquanto più sottile finisce sul margine inferiore del lato destro della cartilagine tiroidea ed un po' nella sua faccia anteriore; mentre invece la branca interna (Z") si porta in alto e va ad attaccarsi al joide (A).

La parte iniziale, che è la più grossa, e la branca interna sono d'aspetto glandoloso; non così la branca esterna, che ha invece apparenza di un cordoncino fibroso.

Il terzo caso, appartenente pure ad una donna di 78 anni (tav. IV.ª fig. 5.ª), sarà descritto in appresso, perchè offre anche un' altra anomalia importante.

Appendici più o meno indipendenti dal resto della glandola tiroidea, o glandole tiroidee accessorie. — Queste varietà non sono rarissime, e di esse si occuparono vari autori, fornendoci circostanziate descrizioni e figure pregevoli.

Io pure ne vidi alcuni casi i quali possono essere divisi come segue:

a) Quando l'Appendice partendo e terminando in uno dei punti indicati, presenta sul suo decorso interruzione di sostanza glandolosa, ma che pure si continua una parte nell' altra per l' intermezzo di tessuto fibroso o muscolare, o fibroso e muscolare ad un tempo. Un primo grado, o, per meglio dire, un indizio di questa varietà sarebbe quello nella quale l'Appendice assume, in certo modo, la forma a coroncina, o globulare, come nel caso della fig. 3ª della tav. I.ª

Un esemplare più spiccato ci viene offerto da una donna di 78 anni (tav. IV.ª fig. 5.ª) in cui si vede l'Appendice (Z) sorgere glandolosa dall'estremità destra dell' istmo (Y), ascendere, conservando il medesimo aspetto fino a livello del margine superiore del muscolo crico-tiroideo del lato corrispondente, poi assottigliarsi e convertirsi in un cordoncino fibroso (M), il quale passando sul lato della cartilagine tiroidea, si decompone in due branche, una delle quali (N), assai breve ed interna, si impianta nella stessa cartilagine, e l'altra branca (L), assai più lunga ed esterna, ridottasi quasi filiforme, ascende fino al di sopra della laringe, ove l'Appendice si ingrossa nuovamente (Z') e più di quello che non era al suo principio; ritorna glandolosa, terminando come le Appendici comuni all'osso joide.

Questa porzione superiore dell'Appendice, che ha una forma ovoidea, colla grossa estremità rivolta in basso, è lunga 14 mill., larga mill. 8, e grossa mill. 5, diventa una glandola tiroidea accessoria nel senso comunemente inteso.

Un caso simile ci è pure offerto da un uomo di 50 anni (tav. V.ª fig. 2.ª), in cui la glandola tiroidea aveva dimensioni assai piccole.

Altro esempio (tav. V.ª fig. 1.ª) è tolto da un giovanetto di 14 anni, nel quale la glandola tiroidea era sviluppata un po' più del solito ed aveva superficie irregolare, globulosa tanto nell'istmo che nei lobi laterali.

Qui l'Appendice parte dal mezzo dell' istmo (Y) sotto l'aspetto di un nastro fibroso (N), il quale, giunto allo spazio crico-tiroideo, si converte in un corpo ovoideo (Z') glandoloso, dalla parte superiore del quale sorge un prolungamento glandoloso (Z) che nel seguito appare come una Appendice ordinaria.

La glandola accessoria in questo caso è singolarmente ingrossata sul legamento crico-tiroideo.

Un terzo esemplare (tav. V.ª fig. 3.ª) è offerto da un uomo di 43 anni. In questo la glandola tiroide è sensibilmente più grossa del consueto, e l'istmo (Y) è globuloso.

L'Appendice, che parte dalla estremità destra dell' istmo e va a terminare al ioide (A), presenta due interruzioni di sostanza glandolosa, una (O) dall'origine allo spazio crico-tiroideo, e la seconda (P) dal terzo inferiore della cartilagine tiroidea fino presso al joide, nel qual punto ritorna glandolosa. In questo caso vi sono due glandole accessorie, una (Z') a livello dello spazio crico-tiroideo (e questa è la più voluminosa), e l'altra (Z) presso la fine dell'Appendice, cioè sotto al joide.

b) Quando l'Appendice in alto si trova nelle condizioni solite, ma in basso è completamente distaccata e indipendente dal resto della glandola tiroidea.

Questa varietà ci viene presentata da un uomo di 45 anni (tav. V.ª fig. 4.ª), in cui il corpo tiroide era molto sviluppato, e l' istmo (Y) relativamente assai piccolo, e dove si congiunge il lobo sinistro è anche interrotto nella sua sostanza glandolosa per brevissimo tratto occupato da tessuto fibroso.

L'Appendice (Z) giace al lato destro, appoggiando sul muscolo io-tiroideo (*a*) e sulla cartilagine tiroidea. Essa è manifestamente glandolosa dall' estremità inferiore della cartilagine tiroidea, fino presso l'osso joide (A), ove si attacca per mezzo di un cordoncino fibroso.

L'estremità inferiore dell'Appendice s' attacca invece alla cartilagine cricoidea (unico esempio da me osservato) mediante un nastro di fibre muscolari, (V) che è una evidente dipendenza del muscolo crico-tiroideo (*b*) del lato stesso.

In questo caso la tiroidea accessoria, ha la forma come di un biscottino, un po' più allargata in basso che in alto, e ristretta nel mezzo. È lunga 38 mill., larga in basso mill. 15, in alto mill. 9, e nel mezzo mill. 8. Lo spessore è di 5 a 7 mill.

Un altro esempio simile ci è dato da un giovine di 19 anni, che ha un po' di gozzo. La glandola accessoria, trilobulare, giace a sinistra del pomo d'Adamo e nello spazio io-tiroideo. È indipendente dalla glandola, ma legata per un cordoncino fibroso alla parte inferiore della cartilagine tiroidea [1].

c) Quando l'Appendice è totalmente isolata, vale a dire distaccata sì dal resto della glandola tiroidea che dagli altri punti di inserzione superiore notati.

Di questa varietà non vidi che un solo esemplare, e deve essere, ritengo, per ciò assai rara.

[1] Aveva compilata questa Memoria quando mi incontrai in un terzo esemplare simile a quello della fig. 4.ª tav. V.ª Apparteneva ad un uomo di 53 anni.

Appartiene ad una donna di 60 anni (tav. V.ª fig. 5.ª). La glandola tiroidea, col relativo istmo, sono alquanto ipertrofici e globulari. Non vi è traccia d'Appendice che parta dall' istmo nè dai lobi laterali, nè che si inserisca all'osso joide, solo che sulla faccia laterale destra della cartilagine tiroide si vede un corpo glandoloso (R) del volume di una mezza castagna, di cui assume anche la forma. Presenta un diametro massimo trasversale di mill. 26, uno verticale di mill. 12, ed uno spessore massimo di mill. 8. Questo corpo ricopre in parte l'estremità superiore del muscolo sterno-tiroideo (*d*) e la inferiore dell' io-tiroideo (*a*) e le relative inserzioni dei due muscoli alla cartilagine tiroidea.

Questo corpo ha una faccia anteriore con una superficie irregolare come quella della glandola tiroide e vi si notano parecchie piccole cisti, una delle quali grossa quanto una mediocre vescicola di Graaf (R'), giace presso l'estremità esterna della faccia stessa: è provveduto di una arteria speciale (α) fornitagli dalla tiroidea superiore destra (3). Il troncolino arterioso giunge al corpo glandoloso dal suo lato esterno, e si decompone, nel toccare la glandola, in due branche, delle quali una passa posteriormente, ed un'altra (*b*) gira nella semicirconferenza inferiore della glandola stessa in cui le due branche in seguito si diramano [1].

Questa glandola tiroidea accessoria merita tutta l'attenzione dal medico pratico, sia per la sua situazione che pel suo sviluppo.

III. Osservazioni sopra gli animali.

Durante le mie indagini sull' uomo nacque spontaneo il pensiero di estendere quelle anche sopra alcuni animali. Di questi potei esaminare a mio bell'agio alcune scimie; quali il *Semnopithecus Entellus*, il *Cercocebus Cynomolgus*, il *Cynocephalus Hamadryas*, il *Jacus vulgaris* ed il *Lemur Catta*, fornitemi generosamente dal mio egregio collega ed amico prof. Leopoldo Maggi, direttore dell' Istituto di anatomia e fisiologia comparata nell' Università di Pavia. Esaminai poi il toro, l'asino, il mulo, il cane, la lontra, il Mus decumanus, il Cavia porcellus ed il Kangurò. Ma tutte le mie ricerche non valsero a trovare la benchè minima traccia di Appendice del corpo tiroide in alcuno di questi animali.

Dal conoscere anche che le osservazioni di Morgagni e di Lalouette sopra vari animali ebbero lo stesso risultato, e dal notare il silenzio assoluto serbato su questo argomento dai migliori autori di anatomia comparata, si sarebbe tentati a ritenere che tale Appendice non esista in alcun altro animale, fuori che nell'uomo.

IV. Stato patologico.

Nelle mie osservazioni cadaveriche mi incontrai parecchie volte in casi nei quali la glandola tiroidea aveva uno sviluppo relativamente superiore al normale, ed in taluni altri in cui lo stato era decisamente patologico.

[1] Sfortunatamente non possiedo più il preparato di questa interessantissima anomalia, essendo stato forse gettato, a mia insaputa, dagli inservienti dell' Istituto anatomico, e per avventura ancor prima che avessi potuto fare del caso più minute ricerche.

Dove osservai una leggera ipertrofia uniformemente diffusa tanto ai lobi laterali che all'istmo, alcune volte (in 7 casi dei quali 5 uomini e 2 donne) trovai che anche l'Appendice appariva più voluminosa, sì che le varie parti erano in certo qual modo armonicamente sviluppate. Per questi casi si potrebbe stabilire che il volume dell'Appendice va di pari passo con quello del resto della glandola a cui è annessa, se non avessi osservato in altri casi (2 uomini e 2 donne) la coesistenza di glandole voluminose e di Appendici ordinarie, ed in altri ancora (2 uomini e 3 donne) dove invece a glandole voluminose corrispondevano gracili Appendici. Aggiungasi in ultimo che una volta trovai anche (in un uomo di 40 anni) un'Appendice assai sviluppata sopra una glandola tiroidea di piccole dimensioni.

Sopra 5 casi (4 uomini ed una donna) di gozzo ben manifesto, ma limitato ad un solo lobo laterale, e prodotto da cisti, in 4 trovai l'Appendice di normali dimensioni, ed in uno sottile. In un altro caso, appartenente ad una donna di 43 anni, i due lobi della glandola tiroidea erano gozzuti per varie cisti. L'Appendice finiva alla cartilagine tiroidea, ed in essa Appendice osservai pure una cisti del volume di una mezza fava, sviluppatasi a livello del segmento crico-tiroideo.

Trovai poi delle cisti più o meno evidenti, e talvolta anche numerose, in Appendici annesse a glandole apparentemente normali. In un caso, nel quale la glandola tiroidea era di ordinario volume, e in cui l'Appendice giungeva fino la joide, trovai su questa due cisti, vicine l'una all'altra, a livello ed a sinistra del pomo d'Adamo. Una di queste cisti aveva il diametro di oltre un centimetro, e l'altra un po' più piccola.

In un mostro *Symele*, trovai l'Appendice stesa dall'istmo all'osso joide; era tortuosa ed a nodetti come a coroncina; mentre in un altro mostro *Anencephalo*, mancava l'Appendice e tutto il resto della glandola tiroidea, quantunque fosse ben sviluppata la timo.

Da tutto questo risulta che tanto nel volume quanto nelle parvenze patologiche l'Appendice non conserva un costante rapporto di proporzionale sviluppo coi lobi laterali e coll'istmo, il che costituisce un'altra prova indiretta della sua natura glandolosa, identica cioè a quella della glandola su cui è innestata.

V. Significato morfologico.

Poche, incomplete e contradditorie sono le nozioni circa l'embriologia del corpo tiroide, e nessuna, da quanto so, rispetto al tempo e al modo di appalesarsi della sua Appendice.

Hunschke (1) e Wilhelm Müller di Jena (2) ritengono che la glandola tiroidea proceda dagli archi branchiali anteriori (sarebbe l'ultimo vestigio della doccia ipobranchiale secondo W. Müller). Arnold (3) crede che essa spunti della tonaca membranosa della trachea: Bischoff (4) che essa proceda dai vasi dei lati della laringe;

(1) V. Biscoff, *Traité du développement de l'homme* ecc. Paris 1843 a pag. 292.

(2) Haeckel, *Anthropogénie*. Paris 1877 a pag. 541.

(3) V. Bischoff, op. e pag. cit.

(4) Op. e pag. cit.

Remak [1] che sia una dipendenza della faringe; Goodsir [2] un avanzo della membrana del germe che trovasi attorno alle branche della vena onfalo-mesenterica ecc. Secondo Fleischmann, Meckel e Bischoff la tiroidea si svilupperebbe per due punti distinti; seguendo invece Remak, e, pare, anche secondo W. Müller ed Haechel, nei primordi la glandola tiroidea si presenterebbe sotto forma di un piccolo rigonfiamento, situato sulla linea mediana, che ben presto si divide in due lobi. Questi autori poi non ci somministrano alcun lume per l'embriologia dell'Appendice. Se però realmente l'apparizione prima della glandola tiroidea è sotto forma di un piccolo rigonfiamento unico e mediano, si avrebbe un dato prezioso perchè si avrebbe un eccellente punto di partenza per rintracciare anche l'origine della Appendice. Questo fatto farebbe anzi supporre che forse coll'Appendice stessa si inizia la formazione di tutta la glandola, essendo posteriore l'apparizione dei lobi laterali.

In tre embrioni che non oltrepassavano il terzo mese di vita intrauterina, potei constatare palesemente la presenza dell' istmo e dell' Appendice. Mentre in altri due, presso a poco della medesima età trovai l'istmo, ma nessuna traccia di Appendice. Di maniera che si può ritenere che l'origine della stessa Appendice risalga ai primordi della vita quando cioè si appalesano le altre parti della glandola tiroidea, e non posteriore a questo tempo.

Il voler ricercare l'*ufficio* di questa Appendice sarebbe forse un fantasticare inutile, dacchè enigmatici sono tuttora e l'importanza e le funzioni di tutto il corpo tiroide.

Potrebbe essa essere considerata come uno di quei corpi rudimentali dell'uomo che ne ricordano le fasi evolutive, come il timo, le capsule soprarenali, i corpi di Rosenmüller, l'otricolo e le idatidi di Morgagni? Qualcuno potrebbe essere tentato a crederlo, vista la piccolezza dell' organo e le apparenze svariate che appalesa. Ma quando si considera che anche nelle più svariate apparenze consta degli stessi elementi glandolari del corpo tiroide, bisogna rinunziare a quel giudizio, poichè altrimenti si dovrebbe ritenere tale anche la glandola tiroidea stessa, la qual cosa ben pochi cercano di sostenere.

Sarebbe invece una di quelle modalità ataviche, le quali hanno dei precisi riscontri negli animali? Dalle osservazioni dei vari autori e dalle mie parrebbe di no, anzi risulterebbe tutto l'opposto, giacchè finora non è stata riscontrata che nell'uomo. Questo fatto non può riuscire indifferente alla anatomia comparata che scruta con attentissima vigilanza tutte le forme organiche, rilevandone con pensati confronti analogie e differenze per cavarne principî e leggi generali.

Dall'aver detto che non fu ancora trovata negli animali, allo stabilire che negli animali non esiste, corre un gran tratto. Forse ulteriori ricerche fatte sopra larga scala negli animali, sieno o no provveduti d' istmo, giacchè l' istmo non è assolutamente necessario per la esistenza dell'Appendice, e, più che tutto, le investigazioni embriologiche, le quali tendendo ora meglio che in passato a mettere in rilievo i punti evolutivi dei vari organi degli animali per rannodarli più scientificamente fra

(1) V. Frey, cit. pag. 536.

(2) *Archives générales de Médicine* ecc. IV Serie Vol. supplément. à l'année 1846. Paris 1846 pag. 230 e 231.

loro sotto il concetto morfologico, somministreranno quei lumi che ora ci mancano per una interpretazione soddisfacente di questa Appendice.

Per intanto si potrebbe accettare l'opinione di coloro che non vedono nell'Appendice altro che una aggiunta al corpo tiroide, come accade di osservare frequenti volte per la glandola parotide e per il pancreas, giacchè rompendosi la continuità tra il corpo tiroide e la sua Appendice, la parte che si sviluppa indipendente non è altro che, una glandola tiroidea accessoria, che presenta appunto disposizioni analoghe alla parotide accessoria ed al *pancreas* accessorio.

VI. Esplorazioni sul vivo.

Dopo essermi reso conto dalle varie condizioni anatomiche dell'Appendice del corpo tiroide, studiata sul cadavere, volli tentare se e fino a quale punto può essere esplorata sul vivo. Il primo tentativo, come era naturale, lo feci sopra me stesso, e poi sopra vari individui delle diverse età e dei due sessi, esclusi i bambini.

In questa ricerca, io procedo nel modo seguente: Faccio leggermente innalzare il mento all'individuo che voglio esaminare, raccomandandogli di lasciare in riposo, al più possibile, i muscoli sotto-joidei; pongo due dita, pollice ed indice, dell'una e dell'altra mano a contatto fra loro colla base dei polpastrelli in modo che gli apici di questi restino divaricati, e li applico ai lati del pomo d'Adamo. Tasteggiando all'infuori, incontro il margine interno dei muscoli sterno-joidei, e da questo punto comprimendo e scorrendo, allora coll'apice delle dita rivolte all'interno a guisa di tanaglia, dall'infuori all'indentro, pigiando, ed, ove occorra, sollevando la pelle, riesco a sentire l'Appendice che sfugge sotto le dita, onde ritornare alla sede che aveva prima dello spostamento. L'impressione che prova il dito in questa manovra è simile a quella prodotta da un fascio muscolare o da una arteria esplorabile ed esplorata nello stesso modo; la si distingue però da una arteria per la mancanza di pulsazione, dalla stessa e da un muscolo od altro organo analogo per essere l'Appendice normalmente unilaterale e di solito a sinistra della linea mediana, quantunque talvolta assai presso alla stessa. Trovata, la si esplora più in alto e più in basso fin dove si può. Il punto più incerto e difficile è quello che corrisponde allo spazio occupato dalla membrana io-tiroidea.

L'unico errore che non saprei come scansare, sarebbe quello prodotto dalla presenza del così detto *muscolo elevatore della glandola tiroidea* (del quale non voglio qui occuparmi), dato che esista solo o coesista coll'Appendice.

Esaminai 20 uomini e 23 donne; nei primi ho riscontrato manifestamente l'Appendice in 5 casi, e mi apparve incerta ed indistinta in altri 7, in 8 poi non potei arrivare a sentirla. Nei 5 in cui mi fu agevole esaminarla, la trovai 4 volte a sinistra ed una sola volta a destra; in tutti poi mi scompariva, o non mi era dato sentirla, che a livello della cartilagine tiroidea.

Le donne furono esaminate tutte nella clinica ostetrica della Università di Pavia, apertami gentilmente dall'egregio collega ed amico prof. Porro, al quale rendo ora di gran cuore i miei ringraziamenti. Di queste donne, 11 erano gravide, 8 partorienti e 4 puerpere. Di queste 23, in 6 soltanto (2 gravide, 3 partorienti ed una puerpera)

potei manifestamente sentire l'Appendice; in 8 mi è sembrato che esistesse assai piccola, ma non potrei assicurarlo in modo formale; in 9 poi nulla potei rilevare.

È ammesso comunemente che nelle donne il sistema glandolare, e particolarmente la tiroidea (fatto riconosciuto per la prima volta da Colombo), sia più sviluppato che negli uomini.

Si sa ancora che fu constatato in modo indubbio che durante la gravidanza [1] la glandola tiroidea acquista dimensioni maggiori, e che durante gli sforzi del parto il volume della stessa glandola cresce ancora più e si fa più turgida e più consistente [2], ma non mi consta che l'attenzione sia stata egualmente rivolta anche per constatare se gli stessi fenomeni di inturgidimento e di tensione si propaghino più o meno anche all'Appendice del corpo tiroide. Per questo preferii di esaminare le donne in questo stato, parendomi che, se questo potesse essere constatato, si avrebbe un altro dato indiretto, ma pur prezioso, per conoscere la natura dell'Appendice, e non del tutto indifferente al pratico in certi casi di dubbia diagnosi.

A questo scopo rivolsi particolare attenzione e posi la maggior diligenza nell'esame delle partorienti durante lo sforzo. In queste osservazioni se potei talvolta convincermi dell'inturgidimento e dell'ingrossamento del corpo tiroide in genere, non fui così fortunato di persuadermi che vi partecipasse anche l'Appendice, poichè il fatto non potè essere da me constatato nella maniera la più manifesta che una volta sola in primipara di 26 anni, che aveva anche la gola un po' piena; in due altre, nelle quali aveva potuto sentire la presenza dell'Appendice, durante lo sforzo l'inturgidimento mi appariva, nell'Appendice stessa, debole ed indistinto. Forse indagando la cosa sopra un numero maggiore, si potrà venire a risultati più profittevoli.

CONCLUSIONE

Dalle cose che venni fin qui esponendo parmi si possa senza esitazione concludere:

1. Che si deve a Morgagni, e non a Lalouette, il merito d'averci fatto conoscere per la prima volta in modo chiaro e preciso l'Appendice della glandola tiroidea.
2. Che ai nomi di *corda*, o *striscia*, o *piramide glandolosa*, o *processo piramidale*; di *colonna*, o *corno*, o *lobo medio*, o *lobulo*, o *porzione media della glandola tiroidea* usati dai vari autori, è preferibile quello di *Appendice glandolosa*, impostogli dal Morgagni, come quello che meglio risponde alla sua natura, non curando la forma che è variabilissima. Per atto di doverosa riconoscenza si potrebbbe anzi chiamarla *Appendice di Morgagni*.
3. Che la stessa Appendice deve essere ascritta fra le parti normali del corpo, e non fra le varietà, come è insegnato da molti autori.
4. Che di norma essa è unica, eccezionalmente doppia o biforcata.

[1] Vegg. in proposito l'Edinb. médic. Journal V, 239, 1875 e Lo sperimentale, fasc. 2, febbraio 1876 pag. 228.

[2] Questo fatto era noto anche nel secolo scorso, e lo accenna assai bene il Lalouette. Fu poi controllato e chiaramente descritto in questi ultimi tempi anche da Felix Guyon (V. Archives d. Brown-Séquard, tom. prèm. 1868 a pag. 66).

5. Che è situata di solito a sinistra della linea mediana, ma frequenti volte trovasi a destra, e più di rádo nel mezzo.

6. Che comunemente sorge dall' istmo e termina all'osso joide, ma che può partire anche da uno dei lobi laterali e finire alla cartilagine tiroidea.

7. Che ha un volume non sempre proporzionato allo sviluppo della glandola a cui è annessa.

8. Che in generale consta degli stessi elementi della glandola tiroidea, ma che talvolta vi si associano fibre muscolari striate, e tale altra agli elementi glandolari si sostituisce in piccola od in gran parte del tessuto connettivo addensato.

9. Che quando l'Appendice si distacca più o meno completamente dal suo punto d' origine costituisce glandole tiroidee accessorie.

10. Che finora non si è trovata negli animali, e quindi parrebbe caratteristica della specie umana.

11. Che talvolta partecipa degli stati patologici della glandola tiroidea e talvolta no, precisamente come succede nelle altre parti della glandola.

12. Che fino ad un certo punto è talvolta esplorabile anche sul vivo.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE.

Le figure delle tavole sono tutte originali e rappresentano le diverse condizioni anatomiche normali e le principali varietà dell'Appendice (1).

I segni seguenti indicano le medesime parti in tutte le figure:

A Osso joide.
B Cartilagine tiroidea.
B′ Pomo d'Adamo.
D Trachea.
E Legamento io-tiroideo.
F » crico-tiroideo.
K Lobo destro della glandola tiroidea.
X Lobo sinistro }
Y Istmo } della stessa glandola
Z Appendice }
a Muscolo io-tiroideo destro.
a′ » » sinistro.
b » crico-tiroideo destro.
b′ » » » sinistro.
c » sterno-ioideo destro.
c′ » » » sinistro.
d » sterno-tiroideo destro.
d′ » » » sinistro.

1 Arteria carotide.
2 » ioidea (ramo della linguale) destra.
3 » tiroidea superiore destra.
3′ » » » sinistra.
4 » laringea interna.
5 » crico-tiroidea destra.
5′ » » » sinistra.
6 » appendicolare destra.
6′ » » sinistra.
7 Ramo ascendente destro dell'arteria appendicolare.
8 Ramo ascendente sinistro » »
9 Ramo discendente destro » »
10 Ramo discendente sinistro » »

Tavola I.

FIG. 1.ª *Uomo d'anni* 37. Qui tutto il sistema della glandola tiroidea (lobi, istmo ed Appendice) ha un considerevole ed armonico sviluppo. L'istmo (Y) in corrispondenza della linea mediana presenta un solco verticale profondo che giunge a dividerlo in due parti, destra e sinistra, fino a livello dello strato che copre immediatamente la trachea. L'Appendice (Z) è voluminosa, ed appare tutta di sostanza glandolare; sorge dalla parte destra dell'istmo, e sale verticalmente fino al joide (A).

FIG. 2.ª *Donna d'anni* 31. La glandola tiroidea è bene sviluppata. L'istmo (Y) è poco alto, ma offre un considerevole spessore. L'Appendice (Z), piuttosto voluminosa, parte direttamente dal lobo sinistro (X), decorre obliquamente in alto ed all'interno, passando sul lato corrispondente della cartilagine tiroidea (B) finchè, giunta a livello del margine superiore di questa cartilagine, si fa verticale per tutto il tratto rimanente del suo tragitto. Finisce all'osso joide (A) subito a sinistra della linea mediana. Anche quest'Appendice appare tutta glandolosa.

FIG. 3.ª *Uomo d'anni* 60. Anche qui l'Appendice è situata sul lato sinistro, ma assai presso alla linea mediana. È nastriforme ed offre due interruzioni di sostanza glandolosa, una (N) in corrispondenza del muscolo crico-tiroideo sinistro (*b′*), e la seconda (P) a livello del pomo d'Adamo B′; per questo l'Appendice sarebbe glandolosa all'origine (Z), nel mezzo (Z′) e verso la sua terminazione (Z″). I tratti fibrosi sono lunghi ciascuno circa un centimetro.

FIG. 4.ª *Uomo d'anni* 60. Quest'Appendice (Z) può essere considerata come tipo in rispetto all'origine dall'istmo (Y); alla situazione, passando sul lato sinistro del rispettivo pomo d'Adamo (B); al volume; alle dimensioni; ai rapporti, ed alla terminazione sul mezzo del corpo dell'osso joide (A). Devesi notare soltanto che questa Appendice presenta una interruzione di sostanza glandolosa pel tratto di circa un centimetro nel suo terzo superiore, dove appare anche più ristretta. La parte terminale però (Z′) ritorna glandolosa prima di attaccarsi al joide, offrendo così alla sua estremità terminale, un cenno di glandola tiroidea accessoria.

(1) Queste figure io devo agli egregi signori prof. Corrado Parona, G. Gerompini, F. L. Zambianchi e prof. L. Maggi, ai quali rendo ora pubblicamente vive grazie.

Tavola II.

Fig. 1.ª e 2.ª Le figure 1.ª e 2.ª rappresentano due sezioni, una trasversale (fig. 1.ª) ed una longitudinale (fig. 2.ª) di una grossa Appendice, praticate nella sua metà inferiore e precisamente a livello del margine inferiore della cartilagine tiroidea (figure semischematiche). Le lettere indicano le stesse parti nelle due figure: *m, m* inviluppo fibroso rispondente alla faccia anteriore dell'Appendice; *m'* lo stesso inviluppo alla faccia posteriore; *f. f. f.* fibre muscolari striate; *v. v. v. v.* vescicole tiroidee; *t. t. t.* tessuto connettivo ed elastico intervescicolare.

Fig. 3.ª S. Vescicole tiroidee e T. vescicole tiroidee e tessuto connettivo interstiziale della parte media di una Appendice gracile appartenente ad una donna d'anni 37.

Fig. 4.ª *Donna d'anni* 27. Per questa la glandola tiroidea è piuttosto voluminosa; l'istmo (Y) è molto alto e grosso. L'appendice (Z) è ben sviluppata, ma non in proporzione del resto della glandola. Giace sul lato destro della laringe; è verticale; finisce all'osso joide ed è glandolosa solo fino a livello del pomo d'Adamo (B'); nel rimanente è d'aspetto fibroso. Rilevasi una enorme arteria crico-tiroidea destra (5) (ha cinque millimetri di diametro), la quale somministra le diramazioni (7, 8 e 9) all'Appendice. Una larga borsa sierosa (G) distacca la parte superiore dell'Appendice dalla parete corrispondente del legamento io-tiroideo; essa si estende fino al pomo d'Adamo.

Fig. 5.ª *Donna d'anni* 28. In questa l'istmo (Y) della glandola tiroidea è distaccato completamente dai lobi laterali (K, X). L'Appendice (Z), tutta glandolosa, procede dalla parte profonda del lobo destro (K), e si innalza verticalmente fino al lato corrispondente del corpo dell'osso ioide A dove finisce. Le arterie dell'Appendice (7, 8), procedono dalla circo-tiroidea destra, (5).

Tavola III.

Fig. 1.ª *Uomo d'anni* 21. Presenta un bel esemplare di Appendice (Z), mediana. Essa è piuttosto voluminosa, e sta in armonia collo sviluppo del resto della glandola tiroidea. È più larga al centro che alle due estremità, ed appare glandolosa in tutta la sua estensione. È provveduta di arterie ben sviluppate e procedono, le principali, dalla crico-tiroidea sinistra, (5'); riceve però due diramazioni anche dalla joidea destra (2), ed una (2') direttamente dalla tiroidea superiore sinistra, (3') la quale in questo caso è assai voluminosa mentre al contrario è piccolissima la sua omonima del lato opposto, (3).

Fig. 2.ª *Donna d'anni* 22. In questa l'Appendice (Z), è a destra della linea mediana; procede dal punto d'unione tra l'istmo (Y) ed il lobo destro (K); poco dopo la sua origine si divide in due branche delle quali l'esterna (Z'), più piccola, finisce alla cartilagine tiroidea (B), e l'interna (Z'') va, come di solito, alla metà dell'osso ioide (A). Le arterie appendicolari (6, 6'), procedenti dalla crico-tiroidea, decorrono distanti dall'Appendice; la sinistra poi passa sul pomo d'Adamo (B'). In questa figura sono evidenti le anastomosi tra l'arteria laringea interna e la crico-tiroidea a livello del legamento crico-tiroideo (F).

Fig. 3.ª *Bambino d'anni* 5. L'Appendice (Z), a destra della linea mediana, è glandolosa soltanto nella metà inferiore, apparendo fibrosa nel resto; riceve una arteria (6) dalla tiroidea superiore destra, e tre diramazioni (α) dalla laringea interna che traforano il legamento crico-tiroideo (F).

Fig. 4.ª *Uomo d'anni* 85. In questa figura essendo stata levata sul lato destro una porzione della cartilagine tiroidea (B), si vede l'andamento dell'arteria laringea interna (4) dello stesso lato fino alle sue diramazioni terminali (α) nell'Appendice (Z), la quale è sottile, pressochè mediana (devia però un poco a sinistra) e tutta glandolosa.

Tavola IV.

Fig. 1.ª *Uomo d'anni* 63. Manca l'istmo della glandola tiroidea, cosicchè fra i due lobi laterali (K, X) si vede tutta la faccia anteriore del principio della trachea, e le parti sovrapposte. Vi sono due Appendici (Z, Z') che da ciascun lobo laterale arrivano fino al joide (A), inserendovisi l'una presso l'altra, in prossimità alla linea mediana. Fra le due Appendici, immediatamente sotto al pomo d'Adamo, esiste una specie di istmo (H) che le congiunge.

Fig. 2.ª *Fanciullo d'anni* 8. La glandola tiroidea è di normale volume; l'istmo (Y) è molto sottile e ristretto verso il lato destro dove la sostanza glandolosa è manifestamente interrotta. Vi sono due Appendici, una destra (Z) e l'altra sinistra (Z'). Tutte e due sorgono tra l'istmo (Y) ed il lobo del corrispondente lato, ed ambedue finiscono alla cartilagine tiroidea (B).

Fig. 3.ª *Ragazza d'anni* 15. L'istmo (Y) della glandola tiroidea è alto quasi 2 centimetri: vi è un'Appendice (Z) sul lato sinistro; essa è breve e s'attacca al margine inferiore della cartilagine tiroidea (B) presso la linea mediana; ma offre due radici, una interna (Z'), più stretta, che parte dal punto d'unione tra l'istmo ed il lobo sinistro; e l'altra esterna (Z'') più larga che si stacca dalla parte media del margine superiore dello stesso lobo sinistro (X).

Fig. 4.ª *Donna d'anni* 63. La glandola tiroidea è piuttosto piccola; l'Appendice (Z) parte dalla metà dell'istmo (Y) (che qui è molto alto) e si divide poco dopo in due branche, l'esterna delle quali (Z') più breve, s'attacca al margine inferiore della cartilagine tiroidea, mentre la branca interna (Z''), che sarebbe mediana, ascende per finire al joide, come di norma.

Fig. 5.ª *Donna d'anni* 78. La glandola tiroidea è globulosa specialmente all'istmo (Y) ed alla parte inferiore dei lobi laterali (K, X). L'Appendice (Z) sorge glandolosa dalla estremità destra dell'istmo; poi a livello del margine superiore del muscolo crico-tiroideo del lato corrispondente si assottiglia e si converte in un cordone fibroso (M), il quale circa alla metà dell'altezza della cartilagine tiroidea, si divide in due branche, di cui una interna (N) brevissima che si impianta tosto sulla stessa cartilagine; e l'altra (L) esterna, che ridotta quasi ad un filo, ascende fino al di sopra della laringe, ove l'Appendice si ingrossa nuovamente (Z'), ed anzi di più di quello che essa era all'origine, ritornando glandolosa, e terminando, come le Appendici comuni, all'osso joide (A). Questa porzione (Z') diventa una glandola tiroidea accessoria.

Tavola V.

Fig. 1.ª *Giovanetto d'anni* 14. Glandola tiroidea un po' più sviluppata del solito, ed a superficie irregolare, globulosa. L'Appendice parte dal mezzo dell'istmo (Y), ascende sulla linea mediana, e finisce all'osso joide (A). La sostanza glandolosa di questa Appendice è interrotta nel primo tratto (N); molto ingrossata verso la metà (Z'), e pressochè normale nel terzo superiore (Z).

Fig. 2.ª *Uomo d'anni* 50. La glandola tiroidea è assai piccola, ma l'istmo (Y) quantunque sia sottile è però proporzionatamente molto alto. L'Appendice sorge dal mezzo dell'istmo, ma poi sale sul lato sinistro della cartilagine tiroide (la quale presenta un pomo d'Adamo acuto e sporgentissimo) per ritornare mediana alla sua terminazione all'osso joide (A). Quest'Appendice, lunga 62 millimetri, è dapprima (Z) nastriforme e glandolosa; ma subito dopo (N) si converte in un bendello fibroso per ritornare tosto (Z') glandolosa nello stesso tempo che si ingrossa. In seguito assume la forma di un cordoncino appiatito (P) d'aspetto fibroso, ma infine, prima della sua terminazione, si ingrossa un'altra volta (Z'') mentre assume ancora l'aspetto glandoloso. Una vasta borsa sierosa (S) separa la parte superiore dell'Appendice tanto dal pomo d'Adamo che dal legamento io-tiroideo.

Fig. 3.ª *Uomo d'anni* 43. Glandola tiroidea più grossa dell'ordinario. L'Appendice parte dalla estremità destra dell'istmo e finisce al mezzo del joide. È di aspetto fibroso all'origine (O) ed a livello della cartilagine tiroidea, pel tratto di circa 1 cent. e $\frac{1}{2}$, (P); è invece glandolosa (Z') in corrispondenza dello spazio crico-tiroideo, dove è anche discretamente ingrossata, e presso la sua terminazione (Z) all'osso joide.

Fig. 4.ª *Uomo d'anni* 45. Glandola tiroidea molto sviluppata nei lobi laterali (K, X). L'istmo (Y) è molto sottile e stretto. L'Appendice (Z) è totalmente distaccata dal resto della glandola tiroidea, ma è attaccata in basso alla cartilagine cricoidea mediante un fascicoletto di fibre muscolari (V), dipendente dal muscolo crico-tiroideo destro (*b*).

Fig. 5.ª *Donna d'anni* 60. Glandola tiroidea alquanto voluminosa. Manca l'Appendice, ma si vede invece una grossa glandola tiroidea accessoria (R), sulla cui faccia anteriore si notano parecchie piccole cisti, una delle quali (R') del diametro di 5 millimetri. È indipendente completamente tanto dalla glandola tiroidea stessa quanto dall'osso joide.

Fig. 1.ª

Fig. 2.ª

Fig. 3.ª

Fig. 4.ª

Roma Fototipia Danesi

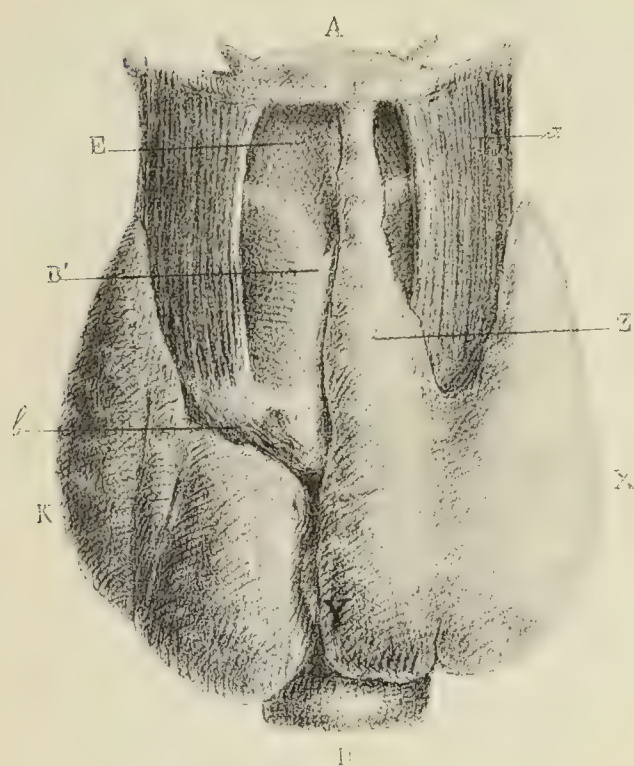
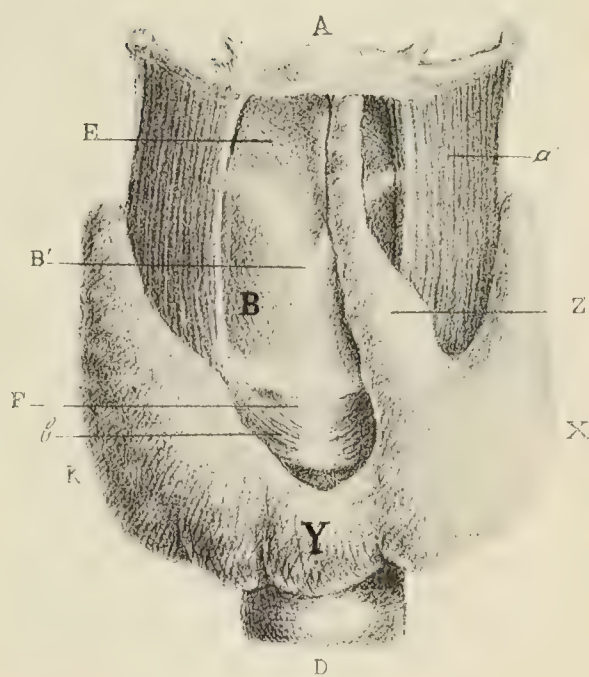
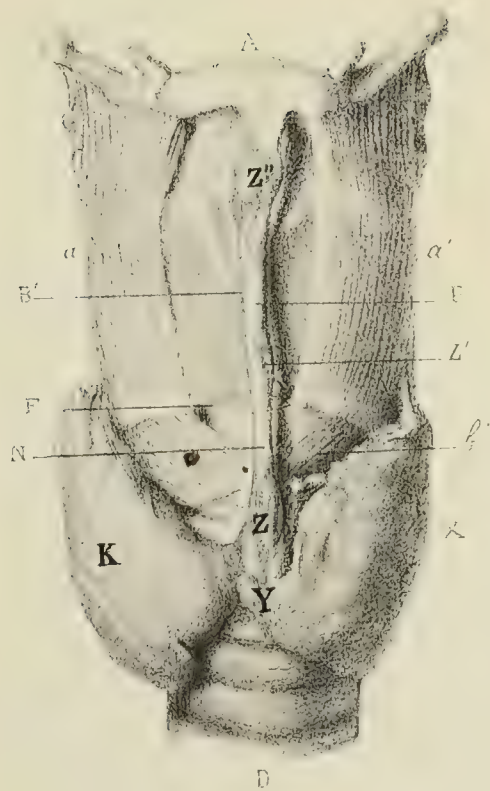
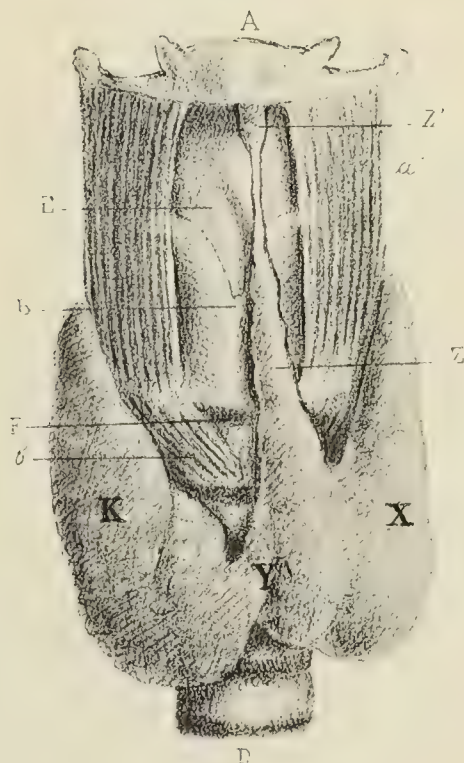
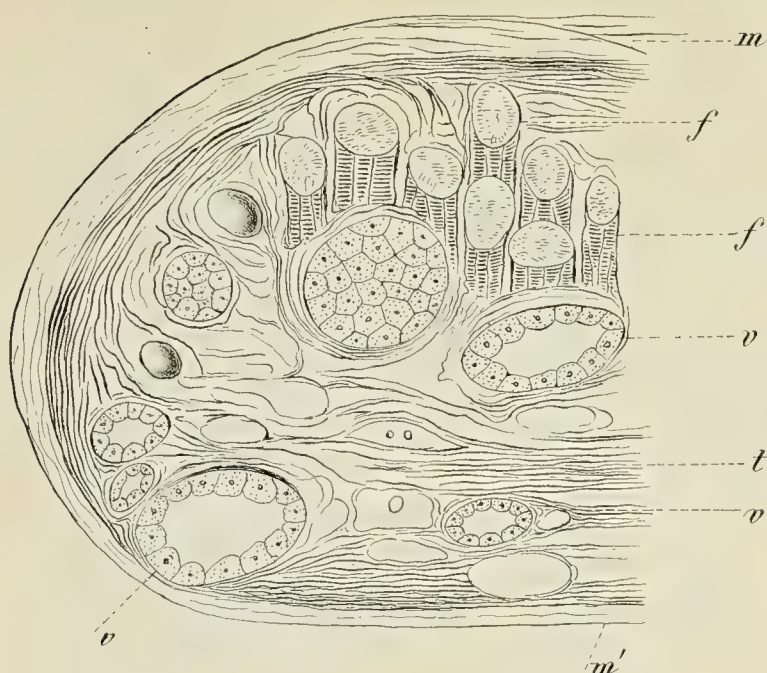
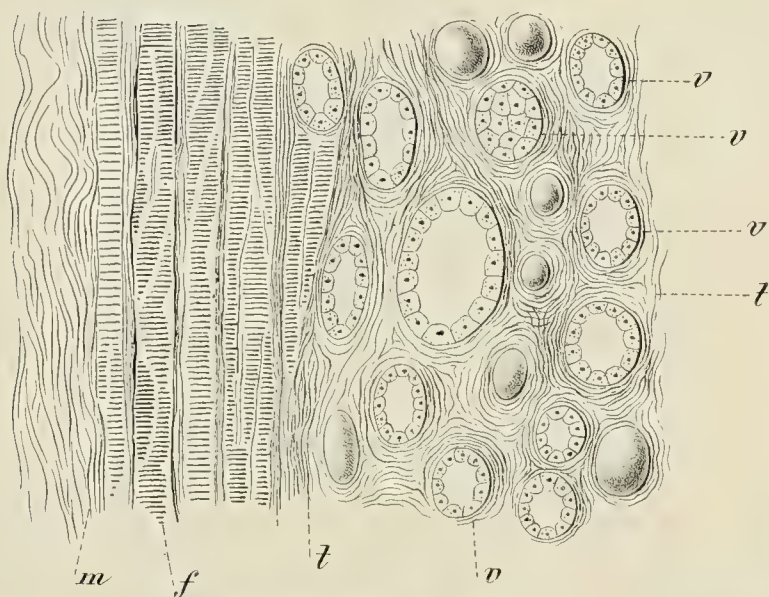
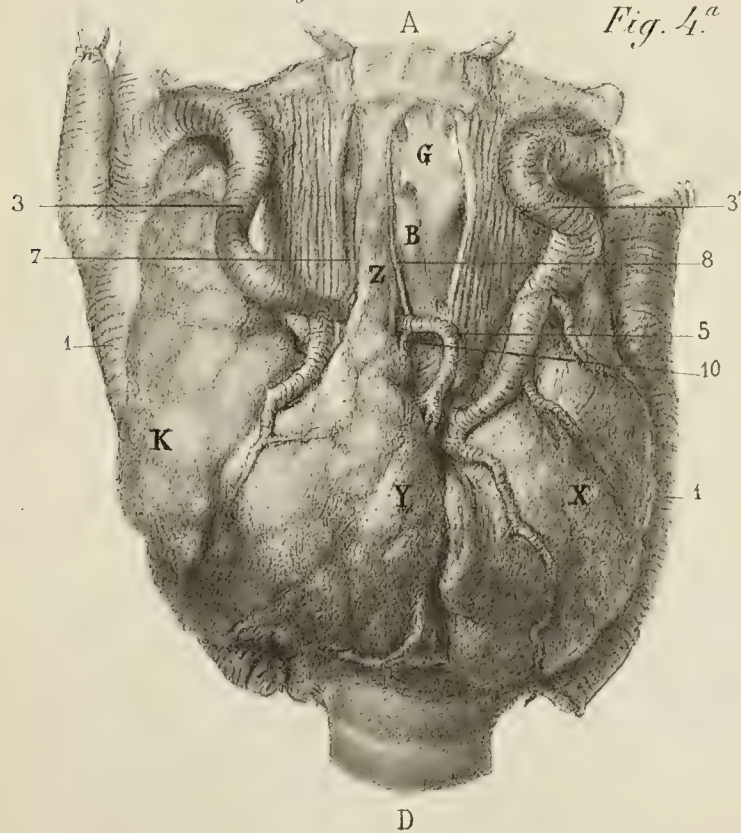
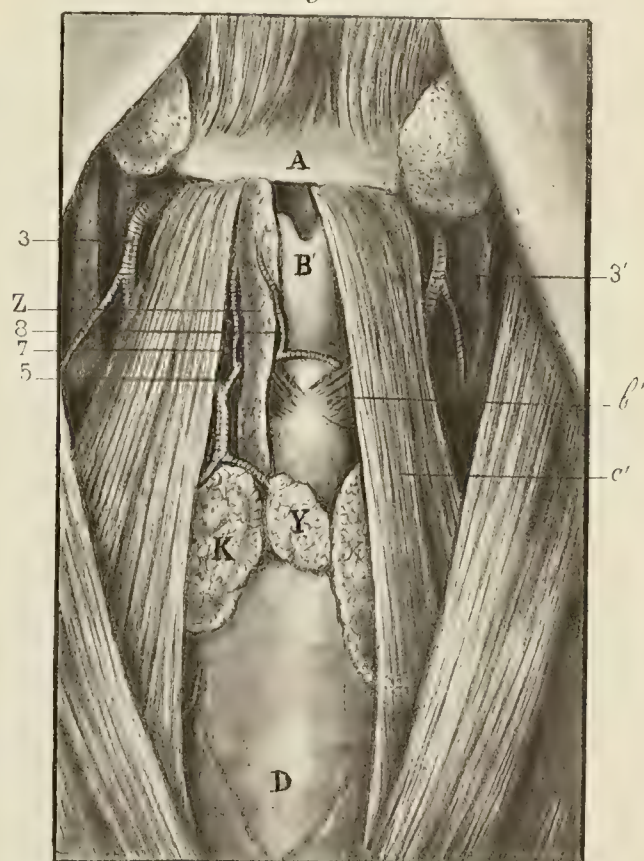
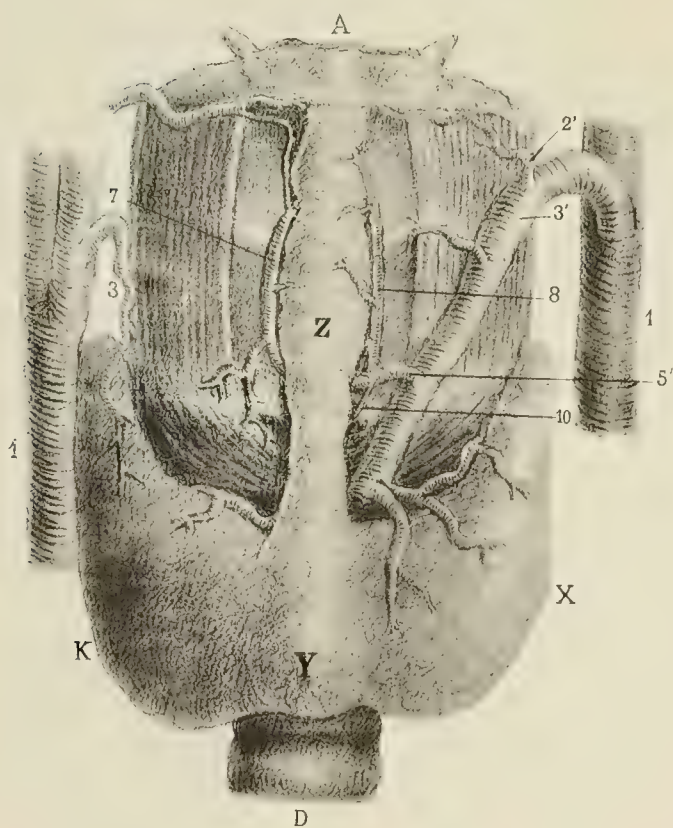



Fig. 1.ª

Fig. 3.ª

Fig. 2.ª

Fig. 4.ª

Fig. 5.ª

Fig. 1.ª

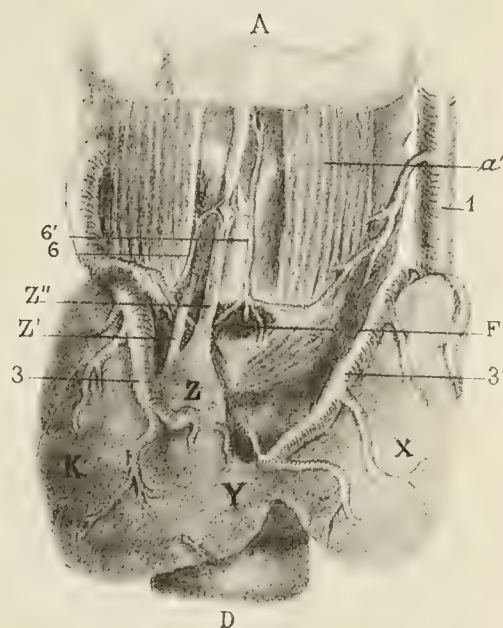



Fig. 2.ª

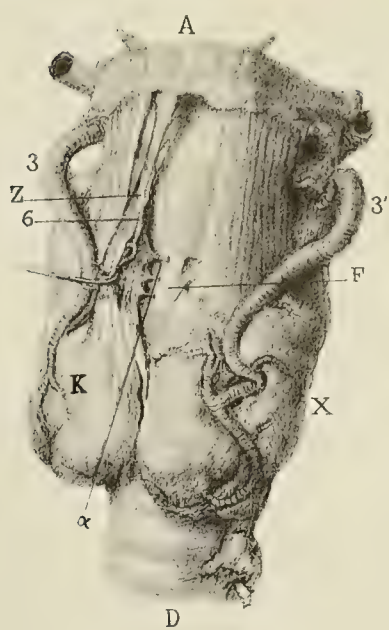
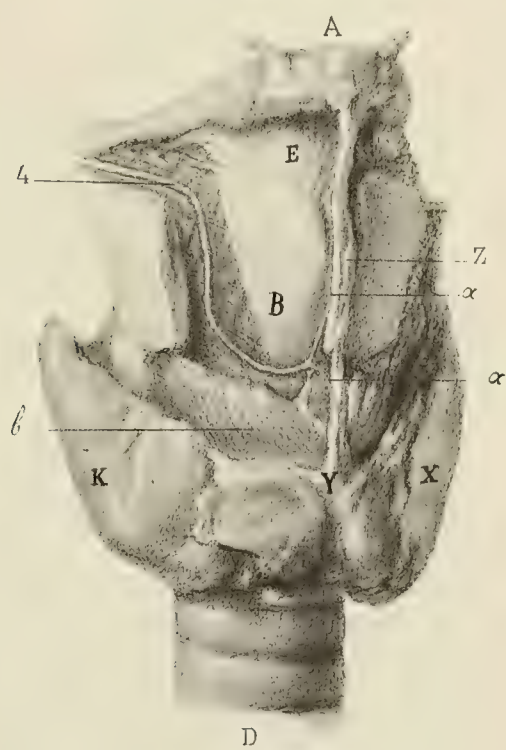
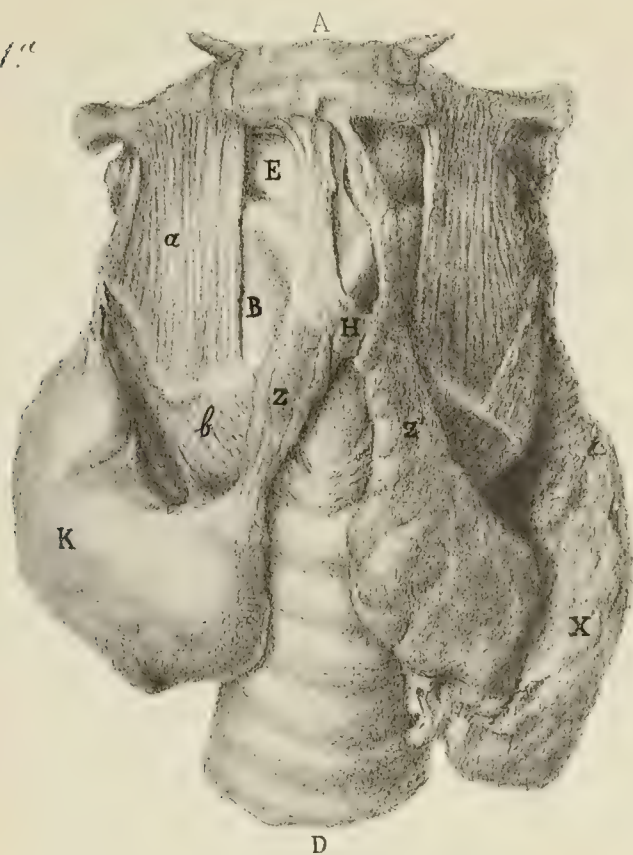
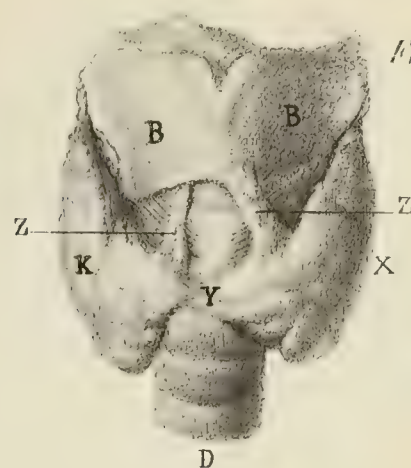
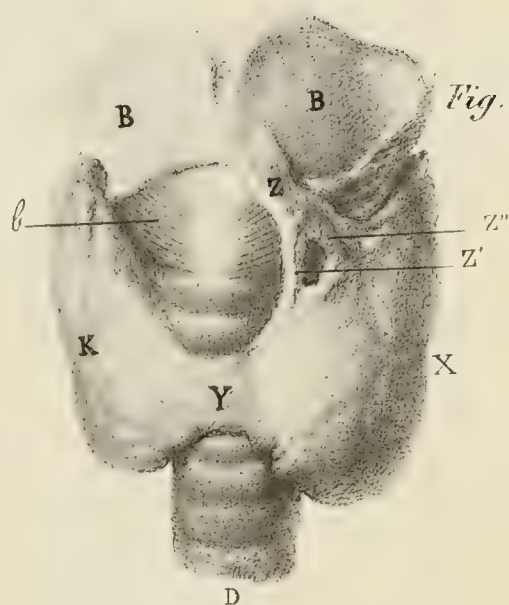
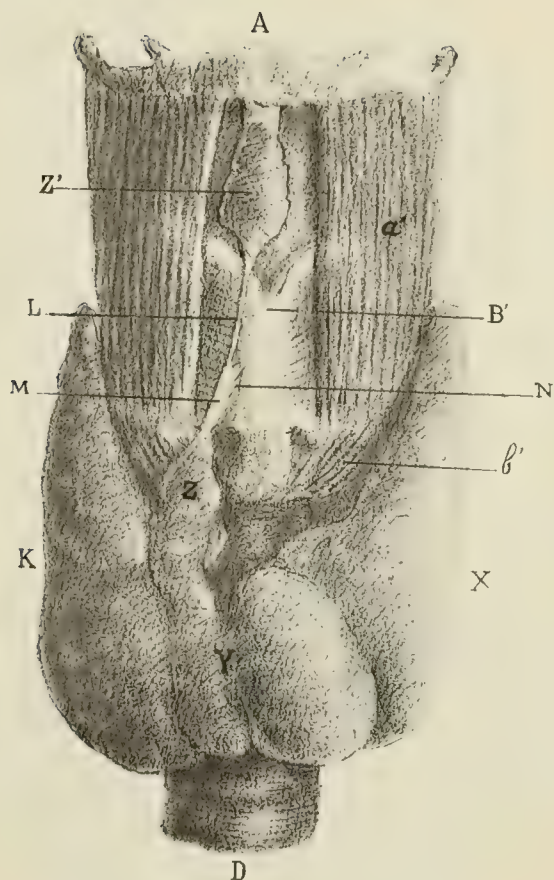
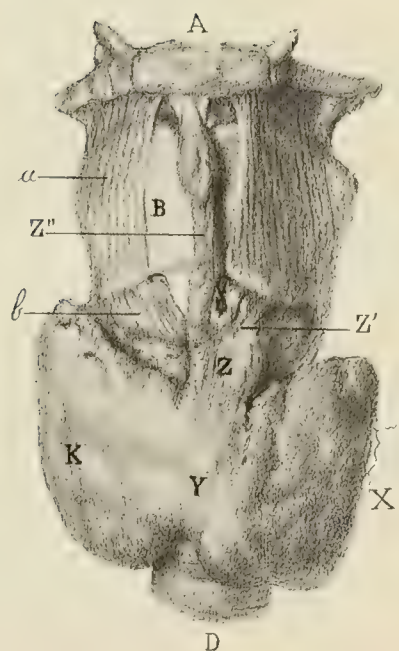
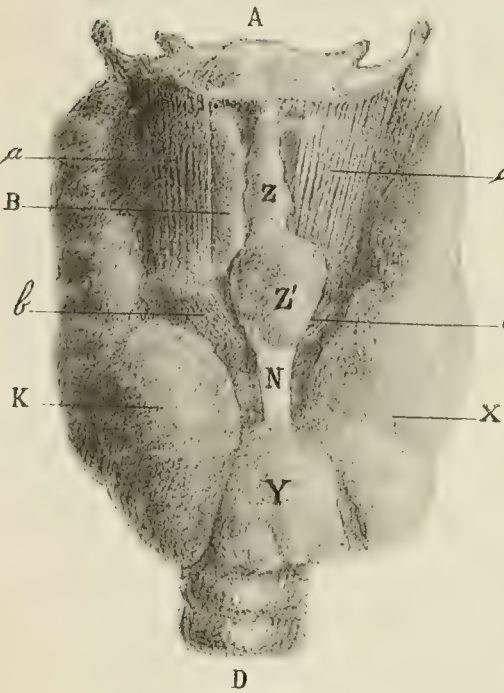
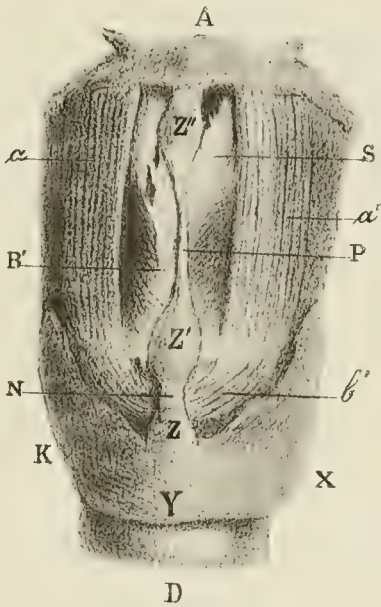
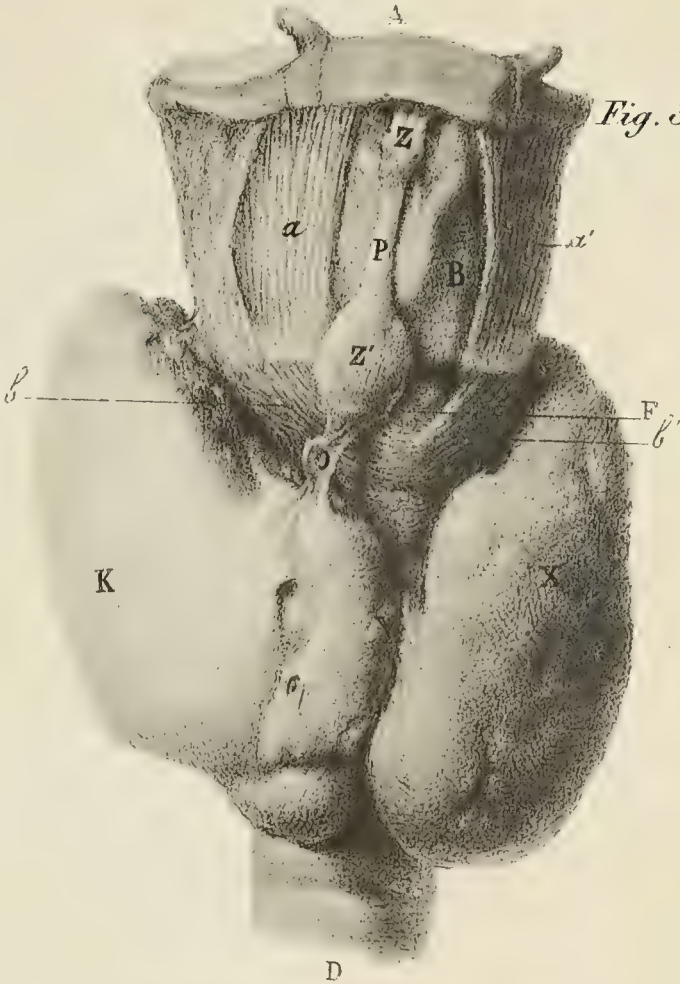
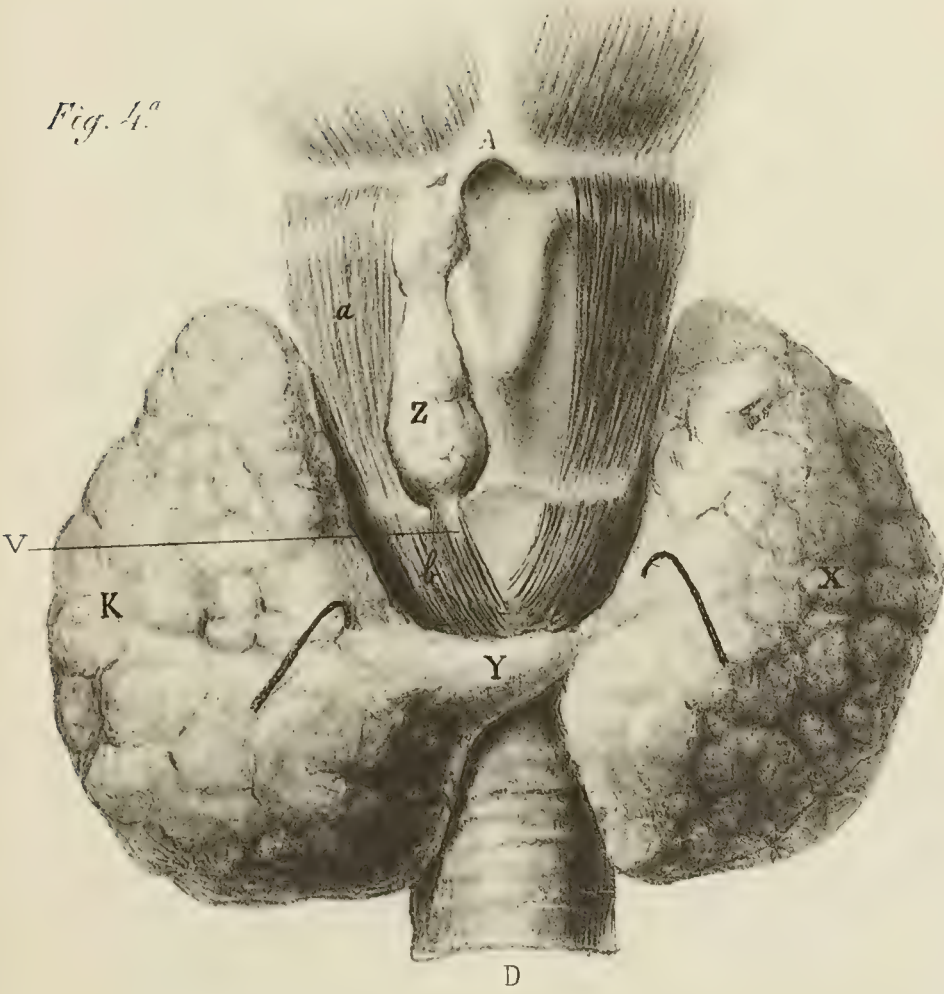
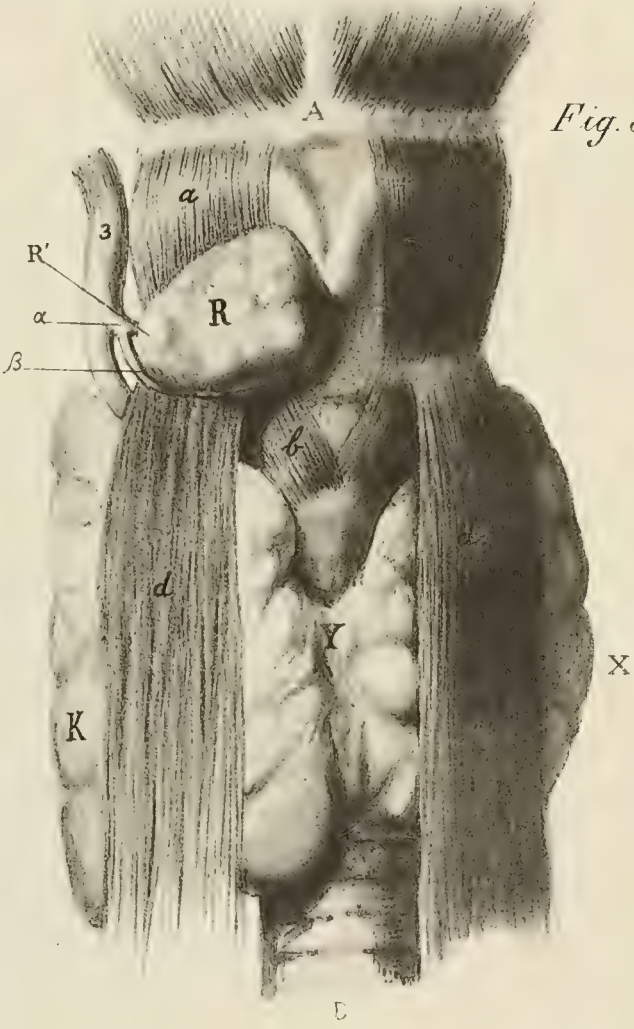



Fig. 3.ª

Fig. 4.ª

Roma Fototipia Danesi

Saggio di studî geologici sui peperini del Lazio.

Memoria dell'ing. P. DI TUCCI

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia
nella seduta del 1 giugno 1879.

Nelle mie frequenti escursioni sui monti del Lazio, è già qualche tempo che i peperini chiamarono la mia attenzione. Queste roccie sia pel giacimento geologico, sia per alcuni fatti che vi si osservano nella struttura litologica, e sia per la loro diffusione nel distretto vulcanico laziale, non mi sembrano esattamente rappresentate nelle descrizioni già note.

Determinatomi quindi a studiare questa caratteristica formazione, vidi dapprima la necessità di compilarne una esatta carta geologica, la quale mettesse in evidenza le relazioni che i peperini hanno cogli altri prodotti del nostro vulcano; ed in pari tempo riferisse le svariate correnti di essi coordinatamente ai centri eruttivi.

Il che io non avrei potuto fare con facilità e colla sicurezza voluta, ove l'illmo commendatore Giordano non mi fosse stato cortese delle eccellenti carte altimetriche redatte dal r. Istituto topografico militare, anche prima che fossero rese di pubblica ragione in Roma. Queste carte esibendo con molta precisione la forma superficiale del terreno, e rendendo tra di loro paragonabili fatti che si osservano in località disgiunte, sono destinate a dare un grande incremento agli studî della regione latina, dove la mancanza di buone carte influiva sensibilmente ancor essa a mantenere le ricerche sopra basi puramente ipotetiche.

Le osservazioni che mi accingo ad esporre sui peperini ci portano a conclusioni alquanto diverse dalle idee, che attualmente si hanno intorno a questa geologica formazione; e dimostrano che essa non è punto limitata ai dintorni del lago di Albano. E siccome può essere molto naturale il sospetto che io m'inganni nel riferire al peperino roccie che veramente non sieno tali, mi è sembrato perciò indispensabile di depositare nel r. Museo mineralogico della Università romana la collezione dei campioni delle roccie da me studiate; e di premettere al particolareggiato esame dei singoli giacimenti alcuni fatti generali, concernenti la loro struttura.

E qui non posso lasciarmi sfuggire la opportunità di manifestare la mia riconoscenza al ch. prof. Strüver, il quale si compiacque giovarmi coi suoi dotti consigli; tanto che sento di aver guadagnato nelle frequenti conversazioni avute seco lui, assai più di quello che avrei potuto fare da solo con molti anni di studio.

I. Osservazioni generali.

Del peperino del Lazio scrissero già il Cermelli, il Faujas de Saint-Fond, il Breislak, il von Buch, il Ponzi, il Gmelin, il vom Rath ([1]).

Il Faujas de Saint-Fond ed il vom Rath lo riguardarono come una specie di lava fangosa; mentre il Breislak ed il Ponzi crederono di ravvisare in esso una roccia aggregata, in grazia del rimpasto di un materiale incoerente, operato all'esterno del cratere di emissione dalle acque delle pioggie, che infallantemente accompagnano i parossismi eruttivi. Tutti poi convennero nel ritenere che la roccia ripetesse la sua origine da un materiale eruttato dal lago albano, le conflagrazioni del quale, secondo il Ponzi, segnerebbero un terzo periodo eruttivo nel sistema vulcanico laziale.

Limitandoci in questo scritto ad esporre e discutere i fatti che esibiscono i peperini laziali, dobbiamo premettere che essi si compongono costantemente di una pasta grigia, ruvida e d'aspetto in certo modo cristallino. Una tal pasta è disseminata di cristalli nettissimi, freschi ed interi di augite, fassaite, mica, melanite, magnetite, leucite, ed altri. Accidentalmente ed in proporzioni variabilissime, vi si rinvengono rottami di lave e di scorie diverse, di roccie feldspatiche, e di calcarie molteplici; ed aggregati minerali di varia specie.

Che poi tali roccie sieno originate nell'uno piuttosto che nell'altro dei modi esposti nelle su riportate ipotesi, non mi sembra che posseggansi fino ad ora argomenti decisivi per porlo in evidenza. Lo studio microscopico sopra sezioni sottili della pasta grigia soltanto potrà rivelarci, se essa, come si presenta sempre di uno stesso aspetto, così anche risulti da componenti costanti; il che unito alla conoscenza del modo di associarsi, e delle modificazioni che in essa abbiano i suoi essenziali componenti, potrà di molto, io penso, chiarire il problema della genesi di queste roccie singolari, e sarà dato finalmente di stabilire con sicurezza il posto che loro compete, tra i tufi e la lava del Lazio.

Debbo però qui notare alcuni fatti frequentissimi nei nostri monti, i quali sembrano gittar qualche dubbio sulla esattezza della ipotesi del Breislak. I dotti studî del Ponzi hanno già posto in sodo, che spesso associati ai peperini nell'identico modo con cui le scorie ed i lapilli stanno in correlazione alle lave, trovansi dei materiali incoerenti, che chiamansi comunemente *ceneri vulcaniche*. Il color grigio della parte pulverulenta, gli interclusi calcarei e lavici, e gli aggregati minerali che in essi si contengono, farebbero annoverare questi ammassi tra i peperini, se non mancassero della consistenza lapidea. Comunemente si rivelano con caratteri estrinseci atti a dimostrare evidentissimo il concorso dell'acqua nella distribuzione loro: ma l'impasto con acqua ha in essi prodotto soltanto una debolissima consistenza, bastando la pressione delle dita a sgretolarli. Nei tagli naturali od artificiali, come vedonsi a mo' di esempio

([1]) Cermelli Pier Maria, *Carte corografiche e memorie riguardanti le pietre, miniere, fossili ecc.* Napoli 1792. — Faujas de Saint-Fond, *Minéralogie des Volcans.* Paris 1784. — Ponzi Giuseppe senatore del Regno, *Storia dei Vulcani Laziali.* Roma 1875. A pag. 13 riporta l'opinione del Breislak — Leopold von Buch's, *Gesammelte Schriften.* P. I pag. 342. — Gerhard vom Rath, *Mineralogisch-geognostische Fragmente aus Italien.* Zeitschrift *d. d. g. G.* XVIII Band 1866. Riporta altresì la opinione del Gmelin.

nei pressi della stazione di Albano e di Civitalavinia, scopronsi certe linee a larghe ondulazioni, che tracciano, a parer mio, la natura dell'intestino movimento subìto dalla massa, destando il concetto di uno sdrucciolamento ineguale di una parte sull'altra. E quelle linee rappresentano tante superficie di divisione della massa in altrettante piastre, che le danno una specie di schistosità molto decisa.

Ora se una cementazione posteriore al rimpasto con acqua di un materiale originariamente incoerente fosse la ragione dell'essere dei peperini, perchè quella avrebbe cessato di efficacia in tali ammassi, posti nelle identiche circostanze in cui quelli indurarono?

E v'ha di più.

In alcuni luoghi le colate di peperino alternano coi descritti materiali incoerenti, come fu già dimostrato dal Ponzi. In questi casi sarebbe costatato nel fenomeno di cementazione una specie di elettività abbastanza curiosa, e che difficilmente saprebbesi spiegare.

Le roccie che esamino, nei frequentissimi tagli naturali ed artificiali che ci esibiscono, si mostrano dotate di natural divisione in masse poliedriche voluminose. Non di rado grosse lastre cadono a guisa di getti nell'interno della massa più profonda, (veggasi l'annessa sezione della cava di s. Martinella); come se la maggior velocità della parte superiore in una materia così pesante, abbia vinto in quella singolar forma la resistenza della massa inferiore maggiormente rattenuta nel muoversi. Ciò naturalmente ci dà l'idea di uno stato molto vischioso della massa stessa allo stato di origine.

Fig. 1.a

Sezione della Cava s. Martinella

La parte superficiale delle colate di questa roccia si presenta sempre profondamente alterata, tanto da aver in essa perduto ordinariamente e l'aspetto subcristallino, e la freschezza della tinta grigia che le è così caratteristica, scapitando anche sensibilmente nella consistenza lapidea. Questo fatto mi ha spesso obbligato a ricorrere alla mina, in quelle colate che non lasciavano agio di osservarne direttamente l'interno, onde non cadere in equivoci nel ritenere per peperini roccie che veramente non fossero tali.

Alcune colate si presentano talvolta con una tinta giallastro-sudicia, in ispecie se ricoperte da potenti banchi di lapilli e scorie decomposte. Ma tal colorazione è accidentale, e dovuta senza dubbio al perossido di ferro idrato, prodotto dallo sdoppiamento di qualche minerale di ferro, probabilmente della magnetite, come rilevasi trattando con acido cloroidrico tali roccie. E la mina spesso rivela ancora che tal colorazione si va perdendo addentrandosi nella massa.

La pasta grigia di qualunque peperino è tutta minutamente bucherata da piccoli e numerosissimi vani sferoidali, appiattiti, che fanno nascere spontaneo il sospetto che da essa in uno stato di origine si svolgessero vapori. E tali cavità sono ordinariamente rivestite da cristallizzazioni zeolitiche variamente bianche, spesso incolori e

limpide, talvolta perlaceo. Frequentemente vi si veggono certi esili prismetti esagonali limpidissimi ed incolori che sembrano cristallini di nefelite. Vi si rinviene meno spesso la calcite, la quale trovasi anche talvolta in nettissimi cristallini disseminati nella pasta; e non mancano talora delle grandi geodi ripiene di calcite.

Tutti i fatti fin qui esposti sembrano ravvicinare d'assai i peperini alle lave. È noto infatti che la natural divisione, la esistenza delle geodi ricche di cristallizzazioni zeolitiche, la presenza della calcite, qual materiale secondario e posteriore, si riscontra nelle lave in scala anche maggiore di quello che accada nei peperini. E solo deve notarsi che in quelle la natural divisione si rinviene alquanto più minuta e spesso anche trita; mentre di maggior potenza ordinariamente si presenta la parte lavica superficiale alterata e decomposta.

Ma ciò che maggiormente contribuisce a ravvicinare le nostre roccie alle lave, è, a me sembra, la doppia colorazione che presenta costantemente la massa di esse, nell'interno delle cave. In alcune parti la tinta grigia è molto fredda e tende ad un turchiniccio distintissimo: in altre la tinta è cinerea calda, alquanto volgente ad un giallastro chiaro. Queste tinte si uniscono nella istessa massa rocciosa senza alcuna separazione regolare, senza interstrato, o soluzione di continuità, ma invece coi frastagliamenti i più bizzarri. È importantissimo poi il notare che talvolta delle limitatissime porzioni a tinta grigia turchiniccia, trovinsi circondate per ogni lato da peperino a tinta cinerea calda, e viceversa.

Le porzioni di roccia a tinta fredda sono anche quelle più frescamente ed uniformemente cristalline, le quali ci offrono le cristallizzazioni zeolitiche quasi sempre limpide ed incolori: mentre nelle parti a tinta cinerea calda gradatamente si passa all'aspetto più alterato della regione superficiale col diminuire della profondità; e spesso le cristallizzazioni delle geodi si presentano a color bianco-latteo, di debole trasparenza, o perfettamente opache. Nè vi è infrequente una spalmatura uniforme di perossido di ferro idrato nella incassatura dei cristalli macroscopici dei minerali racchiusi nella pasta.

Anche nell'acido cloroidrico il peperino comportasi diversamente a seconda della sua colorazione. Indipendentemente da questa esso, non costantemente, ma assai frequentemente offre una breve e debole effervescenza, dovuta senza dubbio alla presenza della calcite, come ebbe di già a notare il vom Rath: ed abbandona sempre e con rapidità, come le lave, una sostanza ferrosa che ingiallisce l'acido, senza alterarne la limpidezza. La roccia a tinta turchiniccia gelatinizza abbondantemente e facilmente: diluita la gelatina nell'acqua bollente, ad un'alterazione superficiale s'accoppia il cangiamento di colore del pezzo saggiato, passato alla tinta cinereo-calda, con prevalente opalescenza delle cristallizzazioni zeolitiche. Ciò a me sembra confermare in qualche modo la prevalenza della nefelite in tali cristallizzazioni; e siccome la quantità di gelatina che si produce non sembrami in proporzione colla quantità di esse, così non sarebbe improbabile che quel minerale, nella maggior parte dei casi, rappresentasse altresì uno degli elementi costituenti della roccia. La roccia a tinta cinerea calda ci dà una reazione calcarea molto più debole e rara, ed una assai scarsa gelatinizzazione. E per di più l'alterazione di essa si avanza di tanto, che bene spesso si risolve parzialmente in una polvere biancheggiante per la prevalenza della leucite.

Sol che si richiami alla mente quanto ebbe testè a notare lo Strüver ([1]) in proposito delle lave grigie laziali parzialmente ingiallite, si vedrà di leggeri come tuttociò parli assai in favore di una ipotesi che ripetesse la doppia colorazione delle nostre roccie da un processo analogo a quello subìto dalle lave. Ed il tutto insieme mi sembrerebbe così tendere a stabilire dei rapporti assai intimi tra queste ed i nostri peperini.

So però che non è dimostrata la impossibilità della formazione di cristallizzazioni zeolitiche in un ammasso di materiali vulcanici incoerenti; e la porosità della pasta rocciosa, che ci occupa, potrebbe facilmente ripetersi dal supporre che l'acqua, che ne avesse operato un rimpasto, possedesse una elevata temperatura: ipotesi questa assai naturale in un distretto vulcanico in attività. Laonde anche i fatti or ora studiati non mi sembrano contenere dati decisivi intorno all'origine delle nostre roccie.

Lo studio degli interclusi rocciosi del peperino, tuttochè questi possansi riguardare come corpi in esso accidentali, non è certamente mancante d'interesse. A parte gli interclusi lavici, dei quali dovremo occuparci in un modo speciale in seguito, sembrami che gli interclusi calcarei offrano in fatti alcune modalità, dalle quali possono scaturire delle nozioni attendibili sullo stato di origine della massa rocciosa.

Le calcarie di qualunque dimensione, tuttochè angolose, presentano gli angoli più o meno usati. Ma nell'estremo delle colate più lontano dalla loro origine, la lisciatura degli angoli non ha subìto un aumento proporzionato al prolungato rotolamento. Ciò può farci credere che fossero molto lenti i movimenti della massa, la quale forse era anche dotata di un forte grado di densità.

La reazione calcarea non è fenomeno costante nei peperini, come evvi costante la presenza di roccie calcarie. Non sembra adunque da ritenere che la disseminazione della calcite dipenda soltanto dalla inclusione in essi di quelle roccie, come pare ammesso dal vom Rath. E difatto bene spesso mi è mancata ogni reazione di calce nei saggi staccati a qualche centimetro di distanza dall'intercluso. Ordinariamente più è porosa la roccia e ripiena di geodette ricche di cristallizzazioni zeolitiche, e più è sensibile la reazione calcarea che essa offre. Una grande geode ripiena di calcite proveniente dal peperino delle Pantanelle (Marino) è circondata da una pasta resa scoriacea da innumerevoli geodette cariche di quelle cristallizzazioni.

Dunque anche nel peperino, come nelle lave, spesse volte la calcite è un prodotto secondario e posteriore.

Si osserva assai frequentemente negli interclusi calcarei uno straterello superficiale indiviso dalla massa totale, talvolta dello spessore di qualche millimetro, nel quale si nota una incominciata calcinazione, rivelata dalla perdita della sruttura propria della roccia, dall'aspetto terroso, e dalla minor resistenza che offre. Nelle calcarie sudicie si distingue ancor meglio pel cangiamento di colore e per lo aspetto biancheggiante. Evidentemente ciò ci dice che la massa del peperino allo stato di origine fosse dotata di un competente grado di calore.

E tal calore sarebbe altresì confermato da varie modificazioni subìte da legno che vi si trova rinserrato. In diciotto saggi che posseggo, il legno vi fu completamente carbonizzato. Uno di essi contiene un carbone lungo m. 0,30 largo m. 0,08.

([1]) Strüver, *Studî petrografici sul Lazio*. Roma 1877. Atti della R. Accad. dei Lincei ser. 3ª vol. I.

In un grosso frammento di albero l'azione del calore sembra essersi limitata ad una completa essiccazione, producendovi un semplice arrossamento. Tale altro invece è notevole pel colore biancastro che presenta la scheggia di legno immedesimata nel peperino. Anche di questa sono visibili le fibre longitudinali e le nodosità: ma la sostanza legnosa è friabile, e nelle solcature di essa appaiono frammenti di biotite, con una sostanza bianco-lattea opaca che tutte le intasa. In altro la sostanza legnosa, mantenendo il suo natural colore, è divenuta grossolanamente filamentosa. Un altro saggio presentasi con moltissime fenditure nel senso longitudinale, e con colore bianchissimo. In esso è notevole una discreta diminuzione di volume del fossile, il quale ha lasciato aderente al peperino la porzione superficiale ed esterna. Ma questa porzione si è convertita in un sottile strato immedesimato alla roccia di una sostanza speciale bianca, finamente filamentosa. Alcune volte il fossile di tenue grossezza si è per intero convertito in tali finissimi filamenti bianchi, o rosei lucenti, che potrebbero scambiarsi coll'amianto.

Questi differenti stati nei quali rinvengonsi tali fossili nel peperino, lasciano indiscutibilmente dedurre che la pasta rocciosa allo stato di origine fosse dotata di un forte grado di calore.

Un ultimo fatto costante meritevole di attenzione osservasi nel peperino a contatto e nelle adiacenze del fossile. Esso per uno spessore di qualche centimetro ha acquistato la colorazione tendente al cinereo caldo, la quale è assai più distinta quando il fossile trovasi incastrato nelle porzioni di pasta rocciosa a tinta turchiniccia. Vedesi frequentemente la sostanza delle geodi trasformata in sostanza bianco-lattea; e la roccia all'acido cloroidrico si comporta in generale come i saggi staccati dalla parte cinerea delle colate sopra descritta, sciogliendosi puranco parzialmente in una polvere bianca.

Ora nelle suddescritte trasformazioni subìte dal legno per virtù di calore, è consentaneo alle nostre cognizioni che siasi verificata una proporzionata emanazione gasseiforme, prevalentemente acida. Molto probabilmente la modificazione della roccia andrebbe connessa a questo fatto, essendo l'alterazione della sostanza delle geodi quella stessa che ottiensi per un trattamento all'acido della roccia.

Si avrebbe pertanto un argomento fornitoci direttamente dal peperino stesso in conferma della superiore supposizione, che cioè la doppia colorazione del peperino sia l'effetto di una emanazione acida; ed il fenomeno avrebbe così un esatto riscontro in quanto è accaduto nel distretto laziale per lo ingiallimento delle lave.

II. Peperini del cratere centrale.

I geologi che si sono occupati del Lazio, dall'osservare che la massa principale del peperino sembra circoscritta alla regione dei laghi, ne dedussero che fosse stata eruttata da essi. Furono perciò riguardati come crateri ausiliari che, secondo il Ponzi, segnerebbero un terzo periodo eruttivo di questo sistema vulcanico. Ma dalle presenti ricerche mi risulterebbe, che alcuni peperini furono indiscutibilmente prodotti dal cratere centrale dei campi d'Annibale. Tra questi ci si offre per prima una colata sugli scoscesi fianchi dei monti che recingono quel cratere, nel vallone di Barbarossa,

all'altitudine di m. 850. I m. 80 che mancano a raggiungere la cima del labbro craterico da questa parte, sono occupati da una lava dalle grosse leuciti, la quale evidentemente fu prodotta dal vulcano posteriormente al peperino. La porzione di questa roccia che succede immediatamente alla lava sulla linea meridiana del monte, si presenta in forma di un massiccio in rialzo, dal quale si precipita la corrente al fondo della valle, sotto una inclinazione di 55°. La lava scorsa in questo lato del monte non ha accavallato il descritto massiccio di peperino, ma giunta ad esso si è bipartita, precipitandosi ai lati con uguale inclinazione.

Il monte Pendulo, dal culmine di lava foggiato a cupola, s'interpone tra due grandi correnti di peperino che si manifestano ad una stessa altitudine di m. 575, con caratteri petrografici perfettamente identici. La corrente a sud-ovest del Pendulo si scopre per breve tratto e nella sola parte superficiale. Una incipiente erosione lascia scorgere come ad una sottile falda di m. 0,30 di peperino, succeda uno strato di pari altezza di ceneri, che più propriamente si potrebbero chiamare lapilli della stessa roccia. A questo è sottoposta la massa dotata di maggior potenza. L'altra corrente a sud-est forma una collina allungata dalle falde più basse del Sarapullero fino alla località detta Meleto, che ha un taglio verticale al suo estremo e nel suo fianco di sud-ovest. Poichè ambedue queste correnti non si addossano ai fianchi rilevati del labbro craterico, noi siamo autorizzati a ritenere che esse siensi formate in un'epoca in cui la montagna vulcanica era assai bassa. Tutta adunque la grande massa di lava che forma i vertici del Pila, del Sarapullero, e della punta della Faveta, fu prodotta posteriormente al peperino.

Dunque questi peperini furono prodotti indiscutibilmente dal cratere centrale, e non rappresentano certamente una decadenza dell'attività ignea della contrada.

Nè le tre colate or ora descritte costituiscono una isolata singolarità. Nelle vicinanze del lago di Nemi, dalla parte di nord-est, scorgiamo nell'annessa carta tre manifestazioni di peperino le quali sembrano costituire un'unica corrente tripartita. Quella che si osserva nell'acquedotto veliterno (indicata nell'annessa carta tinteggiando col colore adottato pel peperino i quadratini che rappresentano tale acquedotto) si prolunga evidentemente a riscontro della fonte di Caiano, discendendo fino a questo punto m. 19; donde con una assai più forte inclinazione si dirige verso il lago lungo la strada Caiano-Nemi. Ed il peperino che si osserva nelle falde meridionali del monte Calvarone, sulle quali si è adagiato in posizione molto inclinata, si collega assai bene colla porzione più elevata della corrente visibile nell'acquedotto. Esso si distende fino a coprire per intiero il monte Vignola, dal quale è attualmente separato per un taglio operatovi sia artificialmente sia naturalmente lungo la via Caiano-Nemi.

Tra il Calvarone e le falde dei monti che contornano il cratere centrale da questa parte, il terreno lungo la via erroneamente denominata Appia, risale ed è ondulato per due dossi formati da quegli ammassi fangosi che abbiamo descritto in principio, i quali si terminano nel piano di Pontecchio. Scendendo a picco verso il lago da questo piano, poco al disotto della superficie, si scopre una grande colata di peperino, adagiatasi sopra un terreno molto ineguale, conformato dalla parte del Calvarone in una specie di gradino da essa sormontato, e nel resto pendente tanto verso i colli di Tempesta

quanto verso il lago stesso. Per ciò che riguarda la natura petrografica della parte essenziale , questa roccia è perfettamente identica alle altre due colate sopradescritte; e ciò che è molto interessante a notarsi, essa si manifesta ad una altitudine pari a quella del peperino del Calvarone e della fonte di Caiano. Tuttociò congiunto anche al fatto della estrema vicinanza di queste tre colate, e della loro decisa inclinazione dal cratere centrale al lago, rende ben conto, a parer mio, del come esse si possano ritenere per una corrente unica uscita da quel cratere e tripartitasi di fronte ad ostacoli preesistenti. Dal che sembrerebbe potersi concludere che assai probabilmente il Calvarone preesistesse alla vitalità del cratere centrale.

Questa inattesa novità ci obbliga a condurre lo studio del giacimento geologico delle roccie che qui consideriamo, parallelamente allo esame della struttura generale del nostro vulcano da questa parte; onde possa ben comprendersi il brano di carta geologica che ne abbiamo compilato. La stupenda cavità, al fondo della quale s'increspano le azzurre acque del moderno lago, ci offre nelle pareti che la rinserrano delle sezioni naturali dai trecento ai cento metri di altezza, che si prestano egregiamente ad un accurato studio.

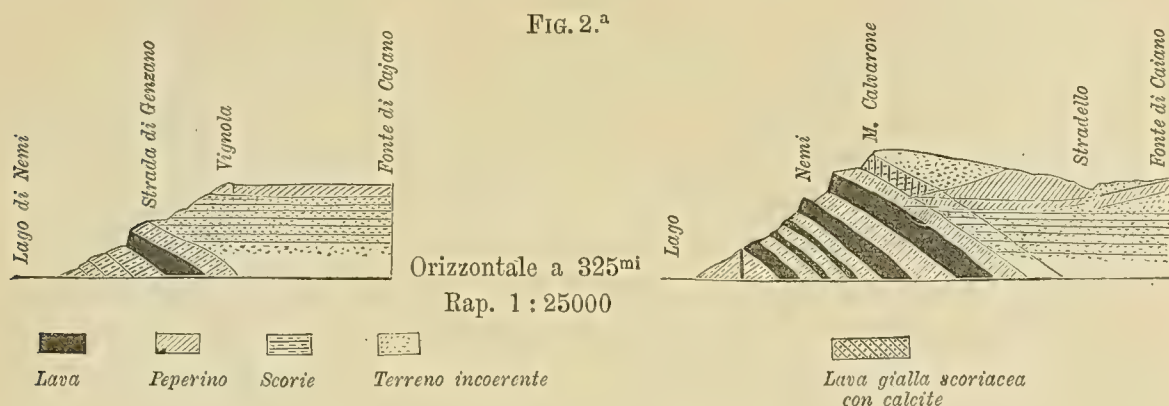
Innanzi a tutto premettiamo che il Montealto rappresenta, sull'orlo dei dirupi di Nemi, la continuazione della montagna costrutta dalle eruzioni del maggior cratere laziale. La posizione rispettiva di esso coi colli di Porta di Ferro e del monte Spina, le pareti tagliate quasi a picco nell'interno della valle annulare del Pratone, la congerie delle scorie di che componesi, ordinate a strati sopraposti con forte caduta a sud, la lava che in forma di correnti vi si vede presso la cima, uguale petrograficamente a quella dell'Artemisio, ed un dicco verticale tagliato lungo la strada Genzano-Nemi, della potenza di m. 2,00, sembrami che ciò confermino in modo indubbio.

Nel taglio da esso subìto quasi a picco sul baratro lacustre di Nemi, all'altitudine di m. 500, ossia 125 m. al disotto del suo vertice attuale, vedesi una formazione singolare. Trattasi di un grande ammasso di lapilli e minute scorie, varicolori, ordinate a sottili strati pendenti ad est, duramente cementate da fittissime cristallizzazioni zeolitiche, che si convertono in gelatina all'acido cloroidrico con disgregamento della roccia. L' insieme della massa presenta dei piccoli salti occasionati indubbiamente da rotture e spostamenti subìti. Oltrechè per la inclinazione, questo materiale discorda da quelli del Montealto per una avanzata decomposizione.

A nord di questa formazione ci si presenta un picco alto quasi 30 metri di lava naturalmente divisa in poliedri e sferoidi. Poichè essa riposa sopra scorie molto decomposte sembra rappresentare una grande corrente scorsa in una ignota direzione.

Il monte Vignola è un forte ammasso di lapilli ingialliti in stratificazione, che due tagli ad angolo quasi retto tra di loro ci mostrano orizzontale, sul quale si appoggia direttamente il peperino descritto. In queste stratificazioni i materiali si veggono distribuiti in ragione di maggior grossezza dal basso all'alto, onde ne nasce naturale il sospetto che un tal deposito siasi formato sott'acqua. Ma tale disposizione si verifica altresì nel sottosuolo della valle annulare del Pratone. Io ho potuto osservarla direttamente nel lungo tratto da Porta di Ferro al Pontecchio nell' acquedotto veliterno e nei numerosi suoi pozzi per una profondità di 32 m. Dunque molto

probabilmente una volta la intera valle della Molara fu un vasto lago, in mezzo al quale si riaccese il vulcanismo per creare il sistema centrale dei monti albani.

Fig. 2.a

Nella sezione dal lago a Caiano condotta pel Vignola, che qui esibisco, è segnata una lava inclinata ad est. Tale inclinazione io l'argomento dalla inclinazione delle scorie ad essa sopraposte, visibili a ridosso della prima casipola di Nemi, le quali evidentemente nel disporsi hanno dovuto obbedire alla condizione preparata loro dalla lava, come questa dovè secondare la disposizione delle scorie ad essa soggiacenti.

Nell'altra sezione lungo l'asse della via di Caiano, che pure esibisco, è proiettato il profilo del Calvarone. In esso ad un potente ammasso di terreno disgregato che ne forma il vertice succede una lava ingiallita, grandemente scoriacea, colle cavità ripiene da grossi cristalli di calcite, e fortemente pendente nella valle della Molara. Al disotto di questa lava, non tutte visibili nella sezione, otto testate di correnti alternate con strati di lapilli, si veggono nel picco di m. 350 che sovrasta il lago; ed al nord la serie di queste lave è chiusa da un dicco o filone quasi verticale di lava intrusasi in tutta la formazione. La base del monte presso le acque del lago è formata da un potente ammasso di scorie costipate e non cementate, attraversate da una specie di tubo vuoto di un trenta centimetri di diametro, le cui pareti sono spalmate, per una grossezza di cinque centimetri, da una lava stirata come pasta uscita da siringa.

Tutto ciò può dirci che la descritta porzione della ripa del lago fu costruita nella identica maniera in cui veggiamo fabbricate direttamente dalle eruzioni le montagne vulcaniche; e quel tubo attraversante le scorie della base visibile del nostro monte, ed il filone di Pontecchio, pongono, a me sembra, al di fuori di ogni eccezione che qui accadessero eruzioni.

Ma al disopra dei suoli onde fu composta questa montagna vulcanica, noi vediamo insediati i prodotti dell'esterno cratere laziale che inalzarono il Montealto. E se le rotture ed i salti della massa a questo sottoposta ci testificano le violente commozioni che subiscono i materiali, attraverso a' quali si determinano i parosismi eruttivi, la cementazione dei lapilli ci fa supporre che questa massa fu invasa da vapori o da acque dotate di elevata temperatura, sature di sostanze silicee, e ci richiama alla mente, in proporzioni ben più grandi, i fenomeni dei geyser dell'Islanda. Tra la lava che succede a tale formazione ed il Calvarone, probabilmente in una più profonda erosione di questa antica montagna, si sono stratificati dei lapilli piovuti nell'interno di un lago,

in che probabilmente si convertì il cratere che formò l'Artemisio. Al di sopra di questi lapilli e di tutte le roccie del monte Calvarone si è adagiato un peperino indubbiamente proveniente dal cratere centrale, che si riaccese in mezzo a questo lago.

Dunque molto verosimilmente in questi luoghi le più recenti eruzioni che fabbricarono tanto l'Artemisio che il cratere centrale colla immensa copia dei materiali prodotti, ci hanno quasi sepolto una montagna vulcanica formatasi anteriormente all'attività laziale propriamente detta.

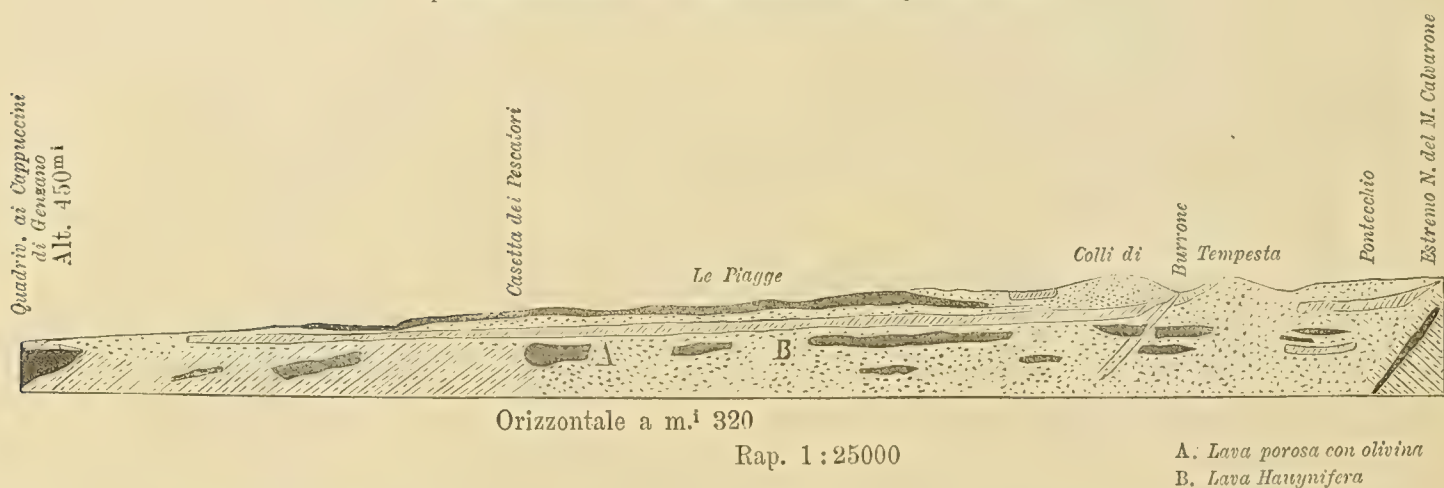
Tutto ciò è anche confermato dalla differenza petrografica che ci mostrano queste lave in paragone con quelle proprie tanto del cratere centrale, che dell'Artemisio. Prevalentemente, ed eccezionalmente esse sono ricche di cristalli macroscopici di augite e fassaite: e quella che vedesi all'uscita della porta di Nemi dalla parte del lago, nelle sue rare leuciti macroscopiche contiene dei cristallini di hauynite. E la sua pasta lavica presentasi per di più venata a colore verdognolo e rosso scurissimo di limonite, come già notò il vom Rath ([1]). Questa eccezionalità di colorazione si rinviene più accentuata nella lava che compone il filone al disotto del piano di Pontecchio.

Fig. 3.ª

Sponda occidentale e settentrionale del Lago di Nemi

Orizzontale a m.i 320

Rap. 1 : 25000

A. *Lava porosa con olivina*
B. *Lava Hauynifera*

Dal di sotto del Pontecchio fino al picco soprastante alla casetta dei Pescatori, la sezione naturale della sponda del lago, qui annessa, si presenta di un aspetto differente. Fino al burrone di Tempesta le varie lave che vi si veggono colle loro testate ci lasciano scorgere quella ricchezza in cristalli macroscopici di leucite, augite, fassaite, olivina, biotite ecc. che sembra propria delle correnti del cratere centrale, rinvenendosi quasi esclusivamente nelle lave più elevate di quel labbro craterico. Il terreno ad esse interstratificato, è composto di quei minuti lapilli, che sembrano appartenere a quei materiali comminuti che vengono lanciati nell'atmosfera dalla forza esplodente nelle eruzioni. Tra questi, al di sotto della più alta lava, si vede un peperino colla sua testata tagliata dallo sprofondarsi dell'area dell'attuale lago. Esso giace sopra una corrente assai potente di quegli impasti fangosi che già conosciamo abbastanza. Il giacimento di tutti questi materiali che ci si presentano soltanto con una

([1]) G. vom Rath, *Mineralogisch-geognostische Fragmente aus Italien* ecc.

testata tagliata, non può osservarsi direttamente. Ma che però essi pendano decisamente verso il lago a me sembra dimostrato dalla presenza di molte ed anche cospicue sorgenti (quali sono quelle che danno vita ai molini Orsini) che si nota soltanto in questa parte della sponda del lago. E poichè al disopra della più alta lava noi vediamo un peperino evidentemente disceso dal cratere centrale (come ti è dato verificare nella strada tra Mezzaposta e Tempesta, e nel sentiero che sopra questo peperino risale il labbro craterico), il quale si scorge precipitato in un terreno già scaglionato a scarpa quasi verticale, nella sponda sinistra del burrone di Tempesta; così sembrami che come questo, così tutte le altre roccie ad esso sottoposte, provenute dal cratere centrale, s'inclinino da esso all'attuale lago.

Nè dissimile struttura presenta la sponda del lago, a destra del sudetto burrone, fino al picco di lava sovrastante alla casetta dei Pescatori. Qui, a partire dal livello delle acque, noi veggiamo accatastate varie correnti di lava, tagliate un poco obliquamente alla loro giacitura longitudinale, che ci si rivelano così inclinate parallelamente quasi all'asse maggiore della cavità lacustre. Esse assomigliano perfettamente alle lave uscite dal cratere centrale, e la più elevata di esse ci esibisce una roccia scoriacea tenacissima, ricca nella sua pasta e nelle sue leuciti di bei cristallini di hauynite azzurra, e seminata di punti a vivo splendore metallico, che sembrano piccole piriti. Tutte queste lave sono sormontate da una lunga corrente di peperino, che partendo evidentemente dalle falde del cratere centrale alla fontana di Tempesta, si distende con uniforme e moderato pendìo fin presso ai Cappuccini di Genzano, sorpassando anche le lave del picco sovrastante alla casetta dei Pescatori. Ed alla sua volta essa pure fu sormontata e ricoperta da una poderosa corrente di lava, indubbiamente di quelle proprie del cratere centrale, la quale forma tutto l'alto ed allungato colle delle Piaggie. Essa non fu, come le sottoposte roccie, tagliata dallo sprofondamento lacustre.

Dalla casetta dei Pescatori fino a ricongiungersi col Montealto, la sponda del lago è nuovamente assai diversa dalle due porzioni fin qui descritte. Ripigliano posto nella parete potenti ammassi di scorie tenaci senza cemento. In mezzo ad esse la lava, dalla casetta suddetta a Genzano, si accentua in pendenza assai pronunciata a sud: mentre da Genzano fino al di sotto del monte Vallone è tagliata nettamente mostrandoci una testata di corrente; e dal monte Vallone fino a ricongiungersi al Montealto, tanto le scorie che le lave sono in posizione fortemente pendente a sud, in continuazione degli strati in che si disposero per formare il Montealto. Queste lave ripigliano lo aspetto di una pasta cristallina uniforme; sono assai povere di cristalli macroscopici, come in generale tutte quelle che si veggono nell'esterno cretere laziale.

Questi fatti ci suggeriscono delle riflessioni che non possiamo tralasciare dal registrare. Abbiamo visto che la porzione della sponda del lago dal di sotto di Montealto fino al filone di Pontecchio rappresenta una montagna vulcanica più antica dell'Artemisio: ma il diverso aspetto dei materiali esistenti tra il Pontecchio e la casetta dei Pescatori, che ci autorizza a classificarli tra i prodotti del cratere centrale, ci dice qualche cosa di più importante. Difatti, perchè tanti materiali prodotti dal cratere centrale potessero accatastarsi qui e formare un ammasso di circa 300 metri di altezza, quanto misura la parete che ci fu possibile di osservare, doverono trovare

da questa parte una cavità almeno altrettanto profonda. L'esistenza, d'altronde, di una cavità craterica antichissima da questo lato, sembrami anco richiesta dai fatti osservati nel Calvarone, che probabilmente dovea essere una porzione del suo labbro.

La massa stratificata di lapilli all'altezza di Nemi, che s'arresta di fronte alle scorie inclinate verso l'interno della valle della Molara, tranne che in quella insenatura tra il Calvarone e il Montealto, non si vede in alcuna altra parte dell'attuale lago. Eppure ad ovest del filone del Pontecchio il terreno si ritrova alla stessa altitudine di quelle stratificazioni; ed è come quelle mantellato da un peperino contemporaneo all'altro adagiatosi su quei strati, e per conseguenza ad essi posteriore. Ma qui nella sezione naturale sotto Pontecchio, quel peperino ci lascia scorgere di aver rapidamente abbandonato l'altitudine uguale a quella segnata dal peperino del Calvarone, per precipitarsi in una cavità non ancora ricolma totalmente, sorpassando e scivolando sopra una specie di gradino tuttora esistente in quel luogo.

D'altro lato è naturale il pensare che il vasto lago, in che quelle stratificazioni ci dicono essersi convertito il cratere che formò l'Artemisio, dovesse anco da questo lato estendersi a lambire la base della superficie imbutiforme dell'esterno cratere laziale, che continuandosi sul moderno lago, a partire dal Montealto, probabilmente si rilegava all'altra sponda presso il picco soprastante alla casetta dei Pescatori.

Non ci rimane adunque altra via in questo stato dei fatti che ammettere o l'una o l'altra di queste due ipotesi: o il lago dovea essere limitato e contenuto da un più antico rilievo del quale facesse parte il Calvarone, che conservossi evidentemente intatto nell'interno del gran cratere; ovvero il suo livello s'inalzava di tanto che superate le più profonde slabrature di quell'antico cratere dilagava in tutto l'ambito dell'attuale cratere esterno, il margine rilevato del quale probabilmente sussisteva da questo lato, anteriormente alla vitalità dell'attuale cratere centrale. In questo secondo caso la vetta del Calvarone dovea rappresentare un'isola, come risulta dalla mancanza di materiali che richiamino alla mente formazioni lacustri nel suo vertice attuale.

Ma qualunque ipotesi voglia ammettersi per maggiormente consentanea alle osservazioni, da esse scaturisce sempre, a me sembra, il fatto che il vasto bacino craterico del Somma laziale fosse diviso in due bacini minori dall'antico rilievo del Calvarone.

Ora ancorchè si volesse ritenere, che il bacino delimitato dall'antico rilievo del Calvarone, e dalla continuazione del rilievo esterno del vulcano laziale sui moderni laghi, fosse assai più profondo, a chi ben guardi sembrerà evidente che, per la ipotesi della unicità di livello dei due laghi supposti, non potrebbero ora mancare nelle pareti dell'attuale cavità stratificazioni orizzontali, nelle quali si fosse operata una cernita dei materiali, quale veggiamo nei depositi di Nemi. Tali strati dovrebbero alternarsi alle roccie uscite dal cratere in istato da non poter subire gli effetti del rimaneggiamento subacqueo. Invece per quanto io ho potuto sminuzzare coll'osservazione la malagevolissima sponda del lago debbo concludere che tutto in essa accenna, che i banchi di materiali comminuti vi si sieno disposti unicamente per azione atmosferica.

Dunque non rimane altro che ammettere che il rilievo del Calvarone contenesse le acque del lago. E se pure le acque che piovevano nel minor bacino, erano trattenute

a formarvi un lago, il suo livello normale dovea essere assai profondo, in modo che la colmata della cavità craterica più antica, per quella porzione che fu operata dai prodotti del cratere centrale, potesse farsi nell'atmosfera, almeno per l'altezza di un 300 metri dai colli di Tempesta, quanta è l'altezza osservabile al giorno d'oggi.

Ma in tale ipotesi è evidente che quell'antichissimo rilievo del Calvarone dovesse continuarsi fino ad intestare da una altra parte al recinto del Somma laziale; e costituire in quel vasto bacino craterico una specie di argine trasversale, con superficie imbutiforme quasi a picco a sud-ovest ed altra a più tenue pendìo a nord-est. Molto probabilmente il cratere centrale si riaccese attraverso a tali esterne pendici, demolendo e lanciando in aria nelle prime esplosioni quei materiali, che aveano concorso alla formazione di quelle.

E poichè sembra risultarci che le lave di quell'antichissimo periodo eruttivo, si distinguano per la prevalenza dei cristalli della fassaite e dell'augite allo stato macroscopico, la superiore conclusione riceverebbe una qualche conferma dal fatto accertato dal von Buch, ed avvalorato dalle presenti ricerche, della non ordinaria copia dei rottami di tali lave esistenti alla base del cono centrale, dei quali si è caricato il peperino di Pontecchio e del Calvarone, che, come vedremo, sembra scorresse allo stato pastoso sopra di essi. Alcuni di codesti rottami hanno tuttora aderente il terreno su cui si distesero quelle correnti, arrossato e cotto dal primitivo calore di cui erano dotate.

Un'altra riflessione ci viene naturalmente suggerita dal modo di presentarsi dei materiali prodotti dal cratere centrale, che osserviamo tagliati nella parete della moderna cavità. Noi sappiamo ormai che molto facilmente le lave ed i peperini si adagiano alle condizioni che trovano stabilite nel terreno al momento della loro comparsa. Ora se la moderna cavità rappresentasse l'antica intorno alle cui pareti fossero colate le lave ed i peperini, essi, avendo dovuto obbedire alla superficie imbutiforme che dovea rinserrare il cratere, non potrebbero offerirci quelle moderate pendenze che si osservano direttamente nella porzione ad occidente. Tuttociò può già indicarci che l'antica cavità fosse ben più ampia del moderno baratro lacustre. Essa, per il successivo aggrandirsi del cratere centrale, forse fu colmata uniformemente dai materiali da esso prodotti, i quali scavalcata la barriera che dovea delimitarla a nord-est, espandevansi in una superficie non molto inclinata, con quella regolarità che ci è rivelata dalle pareti del moderno baratro, favorita forse anco dall'ostacolo che la continuazione dell'Artemisio da questa parte opponeva, tanto al libero espandimento dei magma, quanto all'illimitato trasporto a valle dei materiali comminuti pel dilavamento. Difatti che una tal continuazione sussistesse ancora, quando ardeva il cratere centrale, sembraci indicato chiaramente dal fatto, che i materiali indiziati come proprî di quella posteriore attività non abbiano oltrepassato il picco soprastante alla casetta dei Pescatori.

Se quanto son venuto esponendo è pienamente d' accordo coi fatti osservati, a me sembra di poter concludere che l'attuale baratro lacustre non sia che una ben limitata porzione di una antichissima cavità craterica, ricolmata già in parte dalle eruzioni che costrussero l'Artemisio, che si eresse attraversandola; e in parte da quelle che costrussero il cratere centrale. Tale materiale forse qui sprofondò posteriormente per

una cagione ignota; ma che non sembrami fosse la determinazione di un più recente parosismo eruttivo parziale e localizzato. Di fatti da quanto ho esposto fin qui si scorge che manca qualunque abbenchè minimo dato di fatto per argomentare, che qui accadessero eruzioni dopo cessate le conflagrazioni del cratere centrale.

Che il Calvarone faccia parte di un antichissimo rilievo che contornava un'ampia cavità craterica, sepolta in questi luoghi dalle posteriori eruzioni, cui dobbiamo l'Artemisio e i monti albani, non solo dalle considerazioni superiori, ma s'induce altresì da altri fatti che dobbiamo registrare. Essi si connettono assai intimamente collo studio geologico delle roccie che qui consideriamo.

Il terreno che separa l'orlo nord del lago di Nemi dalle falde dei monti albani, per una zona larga dal Pontecchio al Guardianone m. 1500, è assai più rilevato dell'altro che rinviensi a destra ed a sinistra di quella angusta striscia; e fu dalla erosione ridotto in monticelli isolati, ed in colline allungate, che con forte pendìo si appoggiano agli scoscesi fianchi del cratere centrale. Ad ovest di quella zona, l'orizzontale di m. 625 segna il limite di questa superficie diversamente costrutta, rilegando il colle arrotondato che sovrasta la fonte di Tempesta alle più basse falde del monte Cavo, con una linea diretta da sud a nord. A partire da questa linea il terreno si dispiega per tutta la plaga da sud ad ovest con un pendìo uniforme ed assai limitato fino all'Ariccia, a Marino, agli Squarciarelli; e quel che più monta, esso si presenta superficialmente conformato come la valle del Pratone e della Molara. Ora nell'ordine d'idee accettato, che cioè la struttura del vulcano laziale consti del cratere esterno e del cratere centrale, e che i moderni laghi sieno due crateri ausiliarî riapertisi in un terzo periodo eruttivo sulla stessa traccia dell'esterno cratere, la configurazione del terreno che esaminiamo sarebbe del tutto incomprensibile. Poichè nè il terreno che s'interpone tra il lago di Nemi e i monti albani ci si potrebbe presentare diverso da quello della valle Molara, della quale sarebbe la continuazione, nè il terreno che comprende nel suo mezzo il bacino del lago albano, potrebbe essere conformato ad altipiano uniformemente inclinato a sud e ad ovest, qualora qui si trattasse di un centro eruttivo. Se adunque tra Pontecchio e il Guardianone il terreno è conformato diversamente da quel che vedesi ai lati di esso, ove indubbiamente le eruzioni del cratere centrale ebbero a colmare cavità, molto razionalmente si deduce, a me sembra, che in quella zona esistesse un rilievo, nel quale assai probabilmente si continuava il Calvarone.

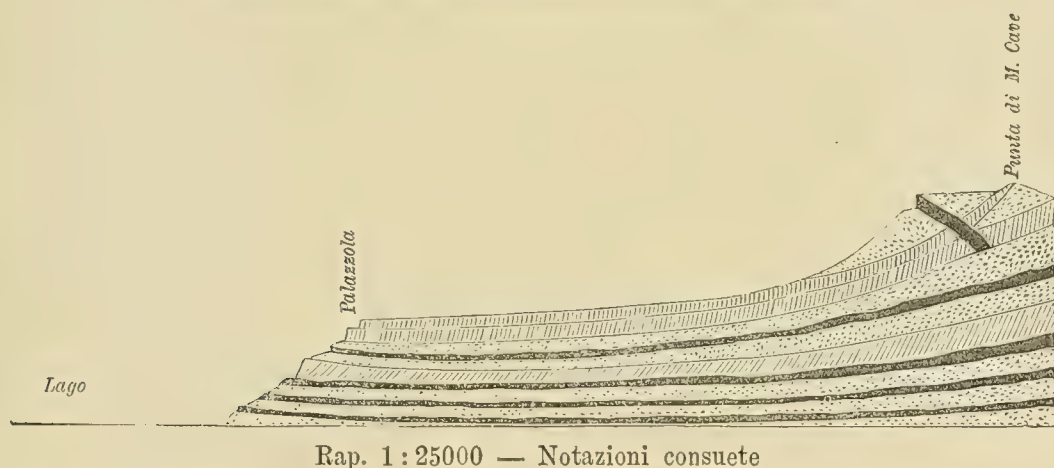
E più evidente la continuazione di tal rilievo sembrami osservarsi nel monte Cavo. Il suo vertice attuale si estolle sopra un gruppo di quattro rapidissimi dossi. Non tutti i materiali che li compongono hanno quella disposizione in colate discendenti che si riscontra in tutte le montagne, fabbricate direttamente dai materiali vomitati dal cratere che rinserrano. L'annessa carta, e la sezione che ne esibisco, ci mostrano un gran picco di lava all'altitudine di m. 900; ed altri due se ne rinvengono nei dossi tra la casetta del Guardianone e Palazzola, e tra la stessa casetta e la Madonna del Tufo. Al disotto di questi picchi le lave ed i peperini discendono regolarmente in correnti come si riscontra in tutte le montagne vulcaniche. Ma ciò che sorprende addirittura è la differenza nell'aspetto petrografico della lava che forma i descritti picchi, e quella che si rinviene in forma di correnti al disotto di essi. Mentre questa

ultima ci presenta indubbiamente i caratteri di quelle proprie del cratere centrale, le altre tre ci si rivelano assai analoghe a quelle osservate nel Calvarone. E probabilmente lo sperone studiato in questo luogo dallo Strüver [1], si connette geologicamente a queste lave, che sono altresì parzialmente ingiallite ed alterate.

Dunque queste lave nè sono identiche per aspetto petrografico a quelle indubbiamente uscite dal cratere centrale, nè sono disposte attorno a quel cratere nel modo che per analogia dovrebbero assolutamente esibirci, qualora da questo fossero uscite.

Fig. 4.a

Sezione dal Lago Albano a Monte Cavo per Palazzola

Rap. 1 : 25000 — Notazioni consuete

E v' ha di più. La sezione che qui esibisco ci presenta disposizione tale tra il picco di lava e il vertice del monte, da farci accorti facilmente della esistenza di un angolo rientrante nel piano verticale, nell'intervallo che li separa, nel quale i materiali comminuti hanno assunto una disposizione ad altipiano.

Lo stradello che si dirama dalla via della Madonna del Tufo, si ricongiunge alla via trionfale in una valletta alpestre marcatissima tra il dosso che discende a nord della casetta, e la massa che s'inalza rapidamente a sinistra fino al grande picco di sud-ovest, che sostiene direttamente la parte terminale della montagna.

Tutto ciò sembra indicarci che nel monte Cavo l'antichissimo cratere del Calvarone, ed il più recente dei monti albani si avvicinassero maggiormente. E quei picchi di lave così analoghe a quelle del Calvarone, probabilmente sono le testate di antichissime correnti, scorse nel luogo ove si riaccese posteriormente il vulcanismo laziale. La parte inferiore di esse forse fu demolita, scompaginata, e decomposta: ma le testate che rimasero al di fuori del cratere si conservarono intatte, e solo la più vicina al nuovo centro di attività fu profondamente alterata.

Così del monte Cavo la sola parte terminale apparterrebbe alla montagna vulcanica, esclusivamente fabbricata coi materiali prodotti dall'attuale cratere centrale. Ma ciò che è veramente sorprendente e decisivo, è che anche essa è mantellata a sud-ovest dal peperino che s'osserva direttamente nell'orto dei Frati!

Le lave indubbiamente proprie del cratere centrale sottoposte alle testate di quelle più antiche, si sarebbero adunque fatto strada all'esterno per isquarciamento

(1) Strüver, *Studî petrografici sul Lazio* pag. 13.

verso la base della più antica montagna vulcanica, che isolava da questo lato il cratere centrale dalla regione del lago albano. Ma i peperini che si veggono inferiormente a queste lave, uscirono pur essi dallo stesso cratere nell'identico modo? Io qui noto per ora soltanto che tutti indistintamente in forma di molteplici correnti si rilegano ai fianchi di quella montagna vulcanica, dalla quale pendono fortemente verso Ariccia e verso il lago. Imperocchè prima di procedere ad ulteriori indagini su questi, io stimo indispensabile di gittare uno sguardo sulle pareti che rinserrano il lago albano.

Fu asserito e ripetuto da insigni geologi che questo lago era completamente incassato nel peperino, e che dal lato di Palazzola e di Albano potevasi scandagliare la massima potenza della formazione, che presentava là uno spessore di circa 250 metri (800 piedi). Dispiacemi di dover qui costatare che ciò è molto inesatto.

Il vasto bacino lacustre che ci occupa può dividersi in due regioni, mediante la linea punteggiata A. B. La porzione di sponda ad est di questa linea è straordinariamente ricca di lave. A partire dai Riformati fin presso al punto *C* le lave sono a grana fina, spoglie quasi di ogni cristallo macroscopico, ugualissime a quelle dell'Artemisio. Esse sembrano presentarci le testate delle correnti scorse a sud. In mezzo ad esse nel punto *P°* si vede una lava ricchissima di augite e fassaite, la quale sembra tagliata in un senso longitudinale. Dal punto *C* fin quasi sotto a Palazzola, le lave sono evidentemente di quelle ricchissime di svariati cristalli, proprie del cratere centrale. Fra esse una è anche ricca di hauynite azzurra. Queste lave si alternano coi peperini, come è segnato nell'annessa carta. Ad occidente di Palazzola si riveggono le lave ricche di fassaite e di augite, sormontate in alto da potenti e duri banchi di scorie. Queste lave si estendono nella insenatura antecedente al picco più sporgente nel lago nella quale si contano tre correnti tagliate nel senso longitudinale e sormontate da due masse laviche separate, poste quasi nell'istesso piano.

Fig. 5.ª

Sezione della Punta A
Lago di Albano

Rap. dist. 1 : 25000 — Alt. 1 : 12500

Nel picco che sporge maggiormente nel lago la disposizione dei materiali si presenta così singolare, che io stimo necessario di esibirne una sezione. A due correnti di lava, a partire dal livello delle acque, succede una corrente di peperino evidentemente discesa verso il lago. Essa è sormontata da un'altra lava, sopra cui si accatastano altri peperini, il primo dei quali ci si dimostra dotato di pari inclinazione verso il lago.

La sponda ad ovest della linea di separazione, ci si presenta composta unicamente di peperino. Ma poco discosto dal picco *A*, vedesi notata nell'annessa carta una limitata manifestazione di lava, assai diversa da quelle che s'alternano ai peperini nel più volte indicato picco. Essa è a grana finissima, omogenea, compatta, di colore tendente al nerastro, spoglia quasi di cristalli macroscopici. E si offre per di più stritolata in tutti i sensi, tanto che non è possibile avere da essa saggi di dimensione maggiore di cinque o sei centimetri.

Evidentemente questa lava possiede i caratteri di quelle proprie dell'Artemisio, come quella che forma la base del monte Cucco nell'interno del baratro lacustre. Tra la punta *A* e la lava stritolata superiormente descritta si soprapongono due correnti di peperino manifestamente pendenti verso il lago, nella parte più depressa della sua sponda; ed oltrepassata quella lava, un'altra se ne nota, molto vicina al chiaro del lago, scorsa nello stesso senso. Su di essa spiccia la più ricca tra le sorgenti, che io abbia scorto in questa sponda del lago. Tutto il restante peperino che vedesi in questa parte a nord-ovest della riva del lago, si presenta però in correnti inclinate con completa continuità dal dosso del monte Cavo, che soprasta Palazzola, fino alla macchia di Marino, presso a poco sopra al punto rientrante della sponda del lago, segnato coll'ordinata 293 metri. Da questo punto fino alle lave del punto *B* il peperino ci offre le testate di molteplici correnti, ad eccezione di due sole manifestazioni, l'una a ridosso della base del monte Cucco, tra questo e il monte Crescenzo, ed un'altra al di sopra dell'emissario posta quasi a cavalcioni di una inferiore testata di corrente della stessa roccia: ambedue ci offrono correnti che sembrano scorse verso il lago.

Questi fatti tendono a formarci un concetto della cavità lacustre di Albano un poco differente da quello che ne possediamo oggidì. Essi sembrerebbero stabilire che lo esterno cratere dell'Artemisio, che sulla sponda del lago di Nemi, argomentammo continuarsi nel picco della casetta dei Pescatori, proseguirebbe qui dal punto *C* in *B*. E nella zona di terreno frapposta ai due laghi forse una linea che unisse il punto *C* colla casetta dei Pescatori nel lago di Nemi, comprendendo, secondo le idee del Ponzi, il monte Gentile, dividerebbe i prodotti appartenenti a quel cratere esteriore, da quei che veggonsi accatastati nei due laghi, e che anche in quello di Albano, ci si rivelano per indubbiamente proprî del cratere centrale. Dal punto *B* forse il ciglio di quell'esterno cratere si ripiegava sul moderno lago a ritrovare la lava stritolata ad ovest della punta *A*, la quale sarebbe egregiamente in correlazione tanto col punto *B* quanto colla collina degli Squarciarelli, che, come vedremo, si compone di materiali che sembrano identici a quelli onde fu composto l'Artemisio. E la lava esistente alla base del monte Cucco probabilmente non è che la testata di una corrente discesa da questo stesso cratere, tagliata in un punto alquanto distante dal suo labbro.

La presenza delle lave pirosseniche in due punti così distinti, e la loro giacitura così discordante da tutti i materiali che contornano il moderno lago, sembra a me bastevole indizio per farci credere, che l'antichissimo prelaziale rilievo, del quale faceva parte il Calvarone e la massa principale dello stesso monte Cavo, si ritorcesse qui passando per quei due punti sul moderno lago. Se tuttociò sussiste è evidente che in quella condizione di terreno, che quest' ordine d' idee ci mostrerebbe preesistente alla vitalità del cratere centrale, i materiali vomitati da esso molto naturalmente si precipitassero a ricolmare le due cavità che vaneggiavano tra il cratere del Calvarone, e quello dell'Artemisio, l'una tra le due superficie imbutiformi di essi, l'altra tra la superficie imbutiforme della continuazione dell'Artemisio, e le esteriori pendici della continuazione del Calvarone: della quale seconda cavità, la distanza tra la lava stritolata ad ovest della punta *A*, e le lave pirosseniche ad est della medesima, ci offrirebbe una dimensione della variabile ampiezza.

Queste deduzioni, oltrechè col diverso aspetto dei materiali che veggonsi nella sponda del lago albano, concordano altresì colla giacitura di essi. Già noi notammo che nella sponda del lago di Nemi le lave, le quali sembravano somiglianti alle roccie vomitate dal cratere centrale, pendevano verso il lago; mentre quelle che ci si manifestavano uguali alle roccie dell'Artemisio, pendevano fortemente a sud. Qui nella sponda del lago albano, il sito assai più malagevole e la densa selva che la ricopre, ci lasciano è vero alquanto dubbiosi, per averci impedito di portare a fine un rilevamento in iscala tripla già incominciato; e che spero di compire non appena il proprietario abbatterà il bosco giunto al suo stato di maturità. Ma la localizzazione assoluta delle sorgenti nel tratto che si dispiega dal punto *C* a nord del lago per la costa delle Pentime, la inclinazione scoperta dei peperini alla punta *A* e dei seguenti, sufficientemente c'insegnano che i materiali che presentano l'aspetto di quelli usciti dal cratere centrale s'inclinino verso il lago, e gli altri tutti discendano ad ovest e a sud del medesimo. Nè può obbiettarsi che i peperini pendenti verso il lago siensi disposti in quella pendenza obbedendo piuttosto a qualche accidentalità particolare, non impossibile nella lava che li ricevette; avvalorando l'argomento col fatto che questa non ci manifesta direttamente una pari inclinazione: perchè io credo che ciò possa dipendere dalla differenza nella natural divisione che si riscontra nella due roccie. Qui l'erosione probabilmente ha aggrandito una cavità che fu in origine più limitata. La sua azione più efficace sugli strati di materiali incoerenti, deve aver posto successivamente in condizione di equilibrio instabile le roccie che con essi si alternano: ed in tale stato è assai naturale, che la demolizione delle lave, divise assai più minutamente dei peperini, debba procedere più rapidamente. Ciò sembra chiaramente indicato dai blocchi di lava esistenti al piede di questi tagli, più numerosi dei blocchi di peperino.

E poichè siamo in tale discorso, io voglio qui notare che questi blocchi caduti sono anche assai più numerosi a piedi delle lave che mi sembrano inclinate verso il lago, che delle altre. Poichè la divisione in esse fu operata con superficie presso a poco normali alla superficie di raffreddamento, si ravvisa di leggeri che il franamento di una corrente inclinata deve essere maggiore, quando il taglio che ci mostra ne ha asportato la parte più depressa. Imperocchè nel taglio che l'ha privata della porzione più elevata, le prime masse s'appoggiano riposando in qualche modo su quelle che a loro succedono; mentre nel taglio a valle esse sono assolutamente librate sul terreno che le sorregge. Scalzato questo, sarà distrutto quasi ogni ostacolo al movimento in queste ultime, mentre rimane a vincersi l'attrito nelle prime, indipendentemente da altre cause che ugualmente le tratterrebbero. Dunque anche per questa parte si può dedurre che le lave che si osservano dal punto *C* nella sponda a nord, s'inclinano verso il lago, mentre le altre a sud s'inclinano in contraria direzione.

Nella parete del lago verso Palazzola, alta 262 metri, noi possiamo osservare la distribuzione in altezza dei materiali prodotti dal cratere centrale, qui accatastati. Nella parte inferiore veggonsi soltanto lave; nella intermedia queste s'alternano ai peperini, che si sviluppano isolati nella parte più superficiale. Sui fianchi non tagliati del monte, ai peperini si soprappongono altre lave che per non aver dilagato in poderose correnti, sembrano avvertirci o di un maggior grado di viscosità da loro posseduto, o di una maggior limitazione nel quantitativo di ogni emissione. I peperini

adunque occupano un posto intermedio e distinto nella scala delle roccie vomitate da quel cratere.

Questa distribuzione ci spiega assai bene il fatto che mentre ad est e ad ovest la zona di terreno che unisce i due laghi nei tagli subìti ci si rivela formata da lave, in entrambe le parti di cui componesi, la sua superficie sia occupata soltanto da peperini; i quali, secondo notarono già il Ponzi ed il vom Rath, hanno circondato il monte Gentile. Ciò ci dice che quando il cratere centrale si limitava a produrre peperini, la colmata della cavità lasciata tra l'Artemisio e il Calvarone avea raggiunto il labbro del primo. Le roccie che seguitarono a prodursi si distesero tanto sul nuovo che sull'antico terreno, come vedesi apertamente e nell' orlo occidentale del lago di Nemi e in quello orientale e meridionale del lago Albano. In questo la grande corrente superficiale che ha finito per un corso tortuoso coll'invadere la sponda destra del vallone del parco Ghigi, ha ricoperto tanto la lava hauynifera, quanto le prime lave del punto *C*: e la massa di peperino che forma il colle dei Cappuccini, eguale petrograficamente ai peperini di Palazzola, trovò il terreno su cui si distese ridotto già alla condizione del superiore. Tanto queste correnti come alcune di quelle che vedonsi nella zona di terreno che unisce i due laghi, si risolvono in basso verso Galloro ed Ariccia in più correnti minori, allogate tutte in antiche erosioni del terreno che riagguagliarono. Dal colle dei Cappuccini si stacca una corrente che con una potenza di circa tre metri ha mantellato il colle a cui si appoggia la testata destra del ponte di Ariccia, obbedendo completamente alla forma arrotondata, alla quale avealo ridotto la erosione. La massa principale di quella roccia sembra discesa nell'interno del parco Ghigi tra questo colle e la corrente superiormente descritta; e sottopassando il gigantesco ponte, cui serve di ben solida base, si è distesa quasi orizzontalmente nell' orto del Parchetto.

La corrente della sponda destra del vallone del parco Ghigi, nel taglio a rincontro del muro di cinta di quel parco, ci rivela un fatto meritevole della più grande attenzione. Ad una massa assai potente di peperino si è sopraposta una falda di tufo giallo chiaro, terroso, della potenza di circa un metro, il quale presenta notevoli analogie con quelli della regione sinistra del Tevere. Esso si è adagiato sul profilo trasversale della corrente sottoposta, sul quale si è conformato. Nella sua massa poco pesante, ripeteremo col von Buch « tutto è smorto, appannato e guasto »; mentre nell'altro peperino che si è disteso sopra di esso con perfetta concordanza, « tutto è fresco, intero, conservato e lucente [1] »; e vi si veggono abbondanti le cristallizzazioni zeolitiche, che mancano nel primo. Quando si sappia, e lo vedremo nel seguito di questo scritto, della esistenza di qualche altro tufo nell'Artemisio ad altitudine considerevole, non può, a me sembra, farsi a meno d'intravedere che forse queste roccie, così sviluppate nelle nostre contrade, debbano essere considerate sotto un aspetto alquanto diverso da quello sotto al quale si riguardarono fino ad ora. Ma di ciò ci occuperemo altrove.

Se per avere la colmata della cavità raggiunto il labbro craterico della continuazione dell'Artemisio, poterono i peperini disporsi nel modo in che li vediamo nel terreno che fino ad ora abbiamo considerato, è ben naturale il credere che altrettanto

[1] Leopold von Buch's, *Gesammelte Schriften*. P. I pag. 343.

sia accaduto dalla parte della moderna cavità di Albano. I fatti osservati nella punta A della sponda del lago provano che contemporaneamente alla colmata della maggior cavità, si effettuasse il riempimento del vuoto esistente tra i due rilievi in quel punto. I materiali che in esso si osservano, anzichè traboccati dal labbro del rilievo a lave pirosseniche, vi giungevano probabilmente dal nord-ovest per una invasione laterale. Lo che è anche confermato dal fatto che si osserva ad ovest di Palazzola, ove i potenti banchi di scorie ingiallite, che coronano anche attualmente le lave pirosseniche, ci si presentano come un ostacolo non superato dalla maggior massa dei peperini, di fronte al quale sembra anzi si dividessero per correre in correnti separate a nord-ovest e a sud-ovest. I più bassi materiali gittatisi in quel vuoto, evidentemente completarono la trasformazione della orografia del terreno che si distendeva fino al labbro della continuazione dell'Artemisio, convertendolo in un altipiano. Sopra questo, come dalla parte del monte Gentile, i più superficiali peperini scorsero in forma di molteplici correnti modellatesi nelle antiche erosioni, assumendo le posizioni che veggiamo nell'annessa carta a Castel Gandolfo, e giù nella via Appia; a monte Cucco, a monte Crescenzo e nella macchia di Marino.

Le due correnti che giù all'emissario e ad ovest di monte Cucco sembrano scorse verso il lago, in questo nuovo ordine di idee non sarebbero probabilmente che diramazioni di correnti gittatesi in erosioni laterali dell'antico terreno, quali non di rado veggiamo nei nostri monti, determinate principalmente dalle grandi ineguaglianze superficiali, sia dei peperini sia delle lave: e ad ogni modo confermano assai bene che nella cavità del lago albano non può a niun patto riconoscersi il centro eruttivo, donde erompessero peperini.

L'ammasso di correnti accatastate le une sulle altre con perfetta continuità, dalle scorie ingiallite, ad ovest di Palazzola, fino all'interno della macchia di Marino, mentre pende assai sensibilmente a sud-ovest, discende ancora ed assai più secondo la normale quasi del contorno superiore della moderna cavità ([1]); tanto da giustificare a prima vista l'ipotesi che le vuole prodotte da quella. Ma a chi ben guardi parrà chiaro, che se tutti i fatti fin qui osservati contradicono a quella ipotesi, quello ammasso di correnti non la conferma certamente.

Fig. 6.ª

Profilo trasversale di correnti di Peperino

Noi non abbiamo ancora notato che tutte indistintamente le colate di peperino presentano il profilo trasversale, che esibiamo nell' annessa figura. Questo ci risulta tanto dalle osservazioni più superficiali, quanto dallo studio il più accurato dei tagli naturali od artificiali, che numerosissimi ci offrono le nostre roccie. Ora anche queste correnti assunsero forse una tal forma: e nello aggrandirsi della cavità, per opera della erosione, assai probabilmente fu demolita tutta la porzione di esse inclinata verso il lago; demolizione aiutata ancor qui potentemente dalla natural divisione, che pur nei peperini si riscontra aver avuto luogo con superficie normali a quella di raffreddamento.

Questa maniera di vedere si accorda col fatto della grande limitazione in

([1]) Veggasi la sezione fig. 5ª pag. 372.

larghezza di queste correnti, in confronto della loro lunghezza. Esse scompaiono assolutamente nella immediata depressione che posterga il loro taglio; e nel vallone di s. Lorenzo che si prolunga fino alle Pantanelle, isolando profondamente a destra i colli di Marino dalla sponda del lago, il peperino che vi si vede è assolutamente diverso da quelli che formano in questa parte l'orlo del lago.

Questa corrente del vallone s. Lorenzo incomincia a rendersi visibile nella regione dei colli e della vigna Gargara. Dall'altitudine di 475 m. arriva con un corso di sei chilometri al Sassone, all'altitudine di m. 170. Nella ripa stradale in taglio presso al ponte sul quale passa la strada da Castello a Marino ci presenta la configurazione segnata nella figura, uguale al profilo trasversale proprio delle correnti di questa roccia. Ciò può insegnarci che l'asse del movimento progressivo di questa coincidesse col fondo dell'antico vallone, come mostrano anche le superiori falde pendenti in questo senso. Tanto queste che quelle sarebbero discese così da monte a valle, incanalate in una antica erosione che ricolmarono, e dal mezzo della quale sono ora state asportate dall'industria, che qui le utilizza dai più remoti tempi.

Fig. 7.ª

Sezione presso il ponte della strada tra Marino e Castel Gandolfo

Il colle di Marino dalla parte che soprasta il vallone è tagliato, e ci manifesta un curioso accatastamento di correnti che ho cercato di ritrarre nell'annessa sezione. Tutte quelle svariate correnti, alternate come le lave con banchi di materiali incoerenti, adagiatesi su di un terreno che veniva eroso successivamente, pendono verso il piano del disegno, ossia contro il lago albano.

Fig. 8.ª

Sezione del Colle di Marino

Dist. 1:25000 — Alt. 1:12500

L'intera superficie del territorio marinese dalle falde del cratere fino agli Squarciarelli, larga a monte fino al di là della via di Rocca di Papa, è esclusivamente formata da molteplici correnti di quelle sottili falde di peperino, cha là chiamano *Sasso morto*, alternate a strati di fanghi vulcanici che abbiamo di già altrove notati. Un rilevamento particolareggiato di esse non presenta più alcuna importanza, perchè in massima parte furono demolite dall'industria agricola che le scassina, onde utilizzare a vigna i fanghi ad esse sottoposti. Le principali però che abbiamo notate servono ancora a dimostrare la universalità del fatto, che tutti i peperini di questa contrada dipendono per giacimento geologico dal cratere centrale. Ma quella distintissima al di sotto del bivio della strada del Camposanto di Rocca di Papa colla via carrozzabile che conduce a quella terra, finisce per confermarlo in modo indubbio. Essa segna in quel punto l'altitudine di m. 575, vale a dire è superiore di 20 metri al più alto contorno del lago. Sarebbe conseguentemente assurdo il ritenere che essa da questo fosse prodotta, come è assurdo il ritenere che il peperino che vedesi nell'esterno della parte terminale di monte Cavo fosse uscito dal lago albano.

Dunque il complesso dei fatti che ci esibiscono i peperini della regione dei laghi, e quelli che direttamente si veggono allogati sui fianchi dei monti che rinserrano il cratere centrale dimostrano che quelle roccie in esso si originarono, e da esso eruppero in forma di correnti, come le lave che con esse si alternano.

La struttura del terreno in cui s'aprono le stupende cavità dei laghi di Albano e di Nemi ci dimostra che un più antico vulcano fu qui sepolto dai prodotti dell'Artemisio e del cratere centrale. Una parte della sua cavità craterica fu riaperta dallo sprofondamento dell'area dell'attuale lago di Nemi: mentre nello sprofondamento di Albano fu ingoiata altresì una parte del suo recinto occidentale, e della continuazione dell'Artemisio che in quella regione lo postergava.

III. Peperini dell'esterno recinto craterico laziale.

Come il cratere centrale del sistema vulcanico laziale produsse in tanta copia peperini, così il più antico e vasto cratere rinserrato dall' Artemisio e dai monti tuscolani ebbe altresì i suoi.

Al di sopra della villa Antonelli, a nord di Velletri, presso le più montuose origini del vallone la Regina o Rio del Peschio, si estrae una roccia che a me sembra evidentemente un peperino. Essa si manifesta all'altitudine di m. 475 costituendo la punta di una collina interposta a due profondi burroni, in massa pendente da monte a valle, tanto da dimostrare di appartenere ai suoli co' quali fu inalzata la montagna vulcanica. Questa in quel punto raggiunge l'altezza di m. 911, ed i 436 metri che corrono dal suo vertice al sottoposto peperino risultano formati dallo accatastamento di varie masse di lava.

La collina ove sorge Velletri è delimitata ad occidente da una profonda erosione che al di sotto del cimitero antico s'abbassa fino a 290 metri. Qui si scopre un peperino. Risalendo quel fosso per pochi metri s'incontra presso ad un fontanile un banco di lava, che forma un salto di circa sei metri nel letto del torrente. E al di sopra di questa, sotto al ponte col quale sorpassa il fosso la via vicinale, vedesi un'altra colata di peperino. Anche qui adunque si ha alternanza di lave e di peperino, nella più bassa regione della grande montagna vulcanica. E nel fosso tra il colle Rioli e s. Nicola al di sotto della ferrovia abbiamo un peperino contenuto fra due lave.

Ma dove queste roccie assumono un importante sviluppo è la regione a nord-ovest di Velletri. Un primo giacimento ci si manifesta nel fosso Minella, che si origina alle falde del monte Spina biforcato in due rami. La collina ad essi interposta all'altitudine di m. 470 è formata da un peperino, il quale ha sorpassato una corrente di lava diretta da nord nord-est a sud sud-ovest. Inferiormente alla confluenza dei due rami del fosso, il peperino si mostra saltuariamente nel compluvio destro, finchè a valle traversa il fosso stesso, creandovi un salto di 12 metri. Al di sotto di questo salto, nella collina di sinistra si osserva una roccia che, come vedremo, può collocarsi tra i peperini.

L'annessa carta ci fa vedere che per la sua direzione, questa colata accenna di essere uscita dai colli di Porta di Ferro; il che pone questo peperino in istretta relazione con quello che comincia a mostrarsi a nudo all'altitudine di 475 metri alla sinistra della Pignatella, dalla quale è separato mediante un colle formato da scorie cementate. Discendendo lungo la falda orientale del monte Secco, costituisce con un taglio naturale la sponda destra del fosso s. Gennaro. Nelle vicinanze della Pilara sorpassa una grande colata di lava, la quale è tagliata con un picco di 12 metri, e con sorpresa

si vede distesa sopra un tufo somigliantissimo a quello della campagna romana. Questo tufo all'altitudine di m. 390 costituisce un fatto degno di speciale nota.

Alla destra della Pignatella il peperino presenta un altro taglio naturale all'altitudine di m. 500; e prosegue in colata alla destra del monte Secco; oltrepassato il quale, si gitta a sinistra nell'avallamento tra il monte Secco e il monte delle Fornaci, arrivando con poderosa corrente fino alla via Appia nuova. Quivi un'antica erosione forse lo ha diviso da quello che per breve tratto forma la sponda destra del fosso Vallone.

Il monte delle Fornaci è separato dal monte Cagnoletti per un altro profondo avallamento, nel quale parimenti si è gittata un' altra corrente di peperino, che si vede spiccarsi dalla via Appia antica, poco prima del punto ove sorpassa il fosso Vallone, dal quale è tagliata a pareti verticali. Essa si spinge fino al principio della via di monte Cagnolo, ove un lavoro di limitata estrazione ne ha posto allo scoperto il termine. Altra vasta colata si scuopre con magnifici tagli artificiali nella depressione a destra dei colli di Civitalavinia, denominata il Canalone della Villa. Essa di poco ha oltrepassato la ferrovia. Dall'altipiano della Cavalleria il peperino ha occupato anche la depressione che discende verso l'orlo del lago di Nemi tra il Montealto e il monte Vallone. Essa si scorge nelle ripe stradali in taglio con manifesta inclinazione da nord-est a sud-ovest lungo la via Genzano-Nemi.

In tutte queste differenti colate il peperino ci offre una roccia che possiede gli identici caratteri petrografici, e nella colata di Acqua Lucia, abbenchè sembri che abbia sofferto non lievi alterazioni, si ravvisa una roccia molto analoga alle altre.

Se ci facciamo per un istante a considerarne il giacimento geologico, ci avvedremo assai facilmente che qui trattasi di una enorme corrente, che partendo da un punto in direzione dei colli di Porta di Ferro, occupa tutto il sottosuolo dell'altipiano della Cavalleria, come indica la parete denudata dall'erosione a rincontro della Pignatella. Quì la roccia ha una sensibile pendenza da nord-est a sud-ovest: ed il comparire di essa alla falda occidentale del monte Secco, ponendo in evidenza che dall'altitudine di m. 500 è discesa a 465, conferma molto bene questa generale pendenza della colata; la quale pure è pienamente d' accordo colla presenza della roccia al punto d'origine visibile della corrente di monte Cagnolo, all'altitudine di 375 metri. Nulla adunque impedisce di ritenere che proseguendo la corrente il suo viaggio in questa direzione, siasi spinta nella depressione ad occidente dei colli di Civitalavinia, con un corso di circa cinque chilometri. L'altimetria dell'attuale superficie concorda pienamente con questa maniera di vedere; tanto più che il terreno detritico profondamente eroso in mezzo al quale si origina il fosso Vallone, è certamente posteriore al peperino.

Se tuttociò sussiste, come sembra evidente, per la corrente descritta, che chiamerò principale, le condizioni dei luoghi fanno agevolmente supporre che le colate di monte Cagnolo, di s. Martinella, della Pilara, rappresentino espandimenti laterali della medesima corrente, occasionati da erosioni od avallamenti preesistenti tra i monti che le separano; come pure deve ritenersi per altro espandimento laterale di essa la breve colata che si è spinta all'orlo del lago, seguendo la erosione formatasi tra il Vallone e il Montealto.

Ma i colli di Porta di Ferro, dai quali si spicca questa grandiosa massa di peperino, fanno parte indubbiamente della base del cono gigantesco, che s'ergeva

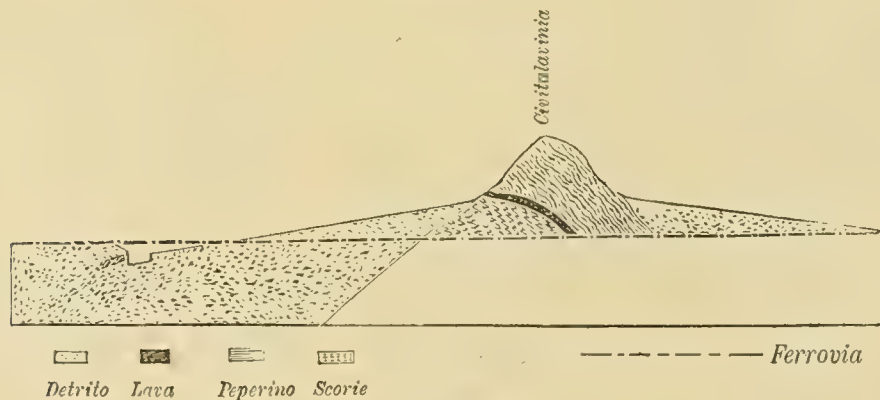
sull'Artemisio. Le pareti tagliate quasi a picco imbutiforme nell'interno della valle annulare del Pratone, la immensa congerie di scorie da cui sono formati, ordinate a strati sopraposti con forte caduta a sud, parlano in favore del superiore enunciato. E molto più chiaramente cel dice la lava in potenti dicchi, che si nasconde nei medesimi, e che mi fu possibile osservare nell'interno del cunicolo principale dell'acquedotto di Velletri, in mezzo alla quale fu dovuto escavare.

La roccia in discorso forma così uno dei suoli co' quali fu costrutta la montagna vulcanica da questo lato. Dunque essa fu prodotta in quel periodo eruttivo laziale pel quale surse l'Artemisio. Questo estollendosi per altri 450 metri al disopra di questa roccia, con una grande produzione di lave, ci dice che ancor qui il peperino non segna un decadimento nelle forze eruttive della contrada.

Prima di abbandonare i luoghi che ci occupano non si può fare a meno di gettare uno sguardo su quei monti, che separano le varie colate della roccia studiata, e sulla prolungazione di essi fino all'estrema Civitalavinia.

Il monte Secco è un ammasso di scorie, tra le quali si spicca una corrente di lava che scende verso la Pilara in direzione nord-ovest sud-est. Il monte delle Fornaci tutto tagliuzzato per l'estrazione di una terra gialla da mattoni, è pure formato da scorie disposte a strati fortemente cadenti a sud-est. La terra da mattoni si estrae frammezzo alle suddette scorie, ed è il prodotto di una decomposizione delle medesime. La stessa disposizione delle scorie si scorge nel monte Cagnoletti, il quale però nella sua ossatura mostra in prevalenza la lava. Questa si osserva dalla parte della via Appia antica, ed è tagliata dalla via Appia nuova. Scorie e lava costituiscono il monte di Civitalavinia. Una colata di questa è discesa dal cimitero alla Valle dell'Oro. Ma il taglio operato a sud in questo monte per l'apertura della ferrovia, ce ne dà una importante sezione, che qui presento.

Fig. 9.ª

Rap. 1 : 8333. 33

La disposizione della lava compatta parzialmente ingiallita, e di quella scoriacea ingiallita totalmente, i dicchi che vi si veggono, non che la stratificazione delle scorie, mostrano evidentemente che qui accadessero eruzioni.

Ma la forma del monte tagliato così nettamente ad ovest e la esistenza da questa parte di una profonda depressione, colmata parzialmente da un materiale posteriore, quale il peperino ed il terreno incoerente, ci dicono qualche cosa di più della semplice disposizione delle lave e delle scorie: e ciò tanto più se consideriamo che la

forma di un taglio a superficie imbutiforme, molto ripida ad occidente è posseduta da tutti i monti testè descritti. Quindi se immaginassimo non avvenute le erosioni nelle quali si è gittato il peperino, e quella che separa il monte Cagnoletti dal monte di Civitalavinia, l'insieme continuo dei monti in discorso avrebbe tutta la fisionomia che si osserva nell'Artemisio e nei monti albani; e come questi manifesterebbero di essere i residui di un cono eruttivo. Ma le erosioni o squarciamenti che voglian dirsi, esistono di fatto: in essi si è adagiato un peperino indubbiamente prodotto in quel periodo eruttivo nel quale fu costrutto l'Artemisio. Dunque molto probabilmente noi siamo in presenza anche qui dei resti di un cono più antico dell'Artemisio, il quale nel periodo in cui questo veniva costrutto era già profondamente eroso e deformato. Esso si presenta con tutti i caratteri di un vulcano subaereo.

E v'ha di più. Indistintamente tutte le lave che si veggono in questi monti appartengono alla specie di quelle ricche a cristalli macroscopici di augite e fassaite, e che dal Ponzi furono dette *augitofiri*. Mentre esse si differenziano sostanzialmente da quelle proprie dell'Artemisio, ci si rivelano affatto identiche a quelle che abbiamo già osservate nel Calvarone, nel monte Cavo e nella cavità del lago Albano ad ovest di Palazzola e nel punto P^0 della sponda meridionale. Molto probabilmente adunque in questi monti si continua il ciglio del cratere di quell'antico vulcano, che argomentammo già sepolto dall'eruzioni dell'Artemisio e del cratere centrale.

Il fatto di un periodo eruttivo anteriore a quello cui si deve la formazione dei monti albani e tuscolani fu già dimostrato dallo Strüver nei dottissimi suoi studî petrografici sulla roccia hauynifera del Tavolato [1]. Per cui le presenti induzioni non discorderebbero colle osservazioni di quell'egregio mineralogista.

Il complesso delle osservazioni fin qui esposte intorno a quest'antico vulcano, il cui recinto craterico s'intreccia in un modo così evidente coll'esterno recinto dell'Artemisio, sembra, a dir vero, insegnarci che la geologia dei nostri spenti vulcani sia assai meno semplice di quanto siasi ritenuto fino ad ora. Per cui gli studî e le ricerche che dovranno portarci finalmente ad una esatta e completa conoscenza della nostra contrada ci riescono difficili maggiormente. E le difficoltà si fanno anco maggiori qualora si ponga mente, che le caratteristiche che differenziano i prodotti dei vari crateri finora determinati non sono molto spiccate, e spesso non evidentissime. Da ciò la necessità indispensabile di raddoppiare gli studî coscienziosi sulle roccie di questa regione, se desideriamo avanzare con passo sicuro nella lunga ed ardua via che ne resta tuttora a percorrere.

Di queste non comuni difficoltà che presenta la geologia laziale, se ne ha un saggio nei dintorni di Vallericcia.

Notammo di già che il peperino disceso pel colle dei Cappuccini di Albano, occupato il vallone del parco Ghigi e superato il punto ove s'inalza attualmente il gran ponte, si distese in un terreno pianeggiante nell'orto del Parchetto. Ciò ci fa pensare che molto probabilmente all'epoca della comparsa di esso, la orografia di quel luogo poteva essere di già accentuata nella forma attuale; e ciò tanto più che il colle a cui s'appoggia la testata destra del ponte fu mantellato da un peperino disceso dal

(1) Strüver, *Studî petrografici sul Lazio.*

cratere centrale, conservando ad esso la sua arrotondata configurazione. Così ci fu nascosta la composizione di esso; e nulla possiamo argomentarne dai limitati tagli in quel peperino operati per utilizzarlo.

Ma il colle ove siede Ariccia ci rivela la sua struttura. Nella parte più vicina alla base ha una lava naturalmente divisa in sferoidi, a pasta omogenea grigio-chiara seminata da minuti cristalli di augite, fassaite, olivina. Altra lava si vede a sud-ovest della prima. A cavalcioni di entrambe fortemente pendente a sud-est si è disposta una roccia, ove uguale ad un peperino, ed ove rassomigliabile al *lapis gabinus*. Essa per giacitura concorda perfettamente con una roccia identica che si vede nella collina di Galloro, superiormente ad una testata di corrente di lava assai povera di cristalli macroscopici.

Il monte Parto è un ammasso di scorie ordinate a strati, tra le quali si veggono tre testate di lave tutte a cristalli di fassaite, augite, e di olivina che presenta spesso quell'alterazione rossa descritta dallo Strüver.

All' angolo superiore della via che dalla Vallericcia risale il monte Parto, discende, dopo aver girato il monte ad oriente, una colata della roccia che ci occupa; la quale mostra di essersi adagiata sulla superficie imbutiforme che da questa parte presenta il lato orientale della valle. Essa nel dosso sporgente tra la Polveriera e la Mola si arresta con un taglio alquanto al disopra di due testate di correnti di lava che si soprappongono, le quali ci danno una roccia uguale alle descritte, meno che vi si veggono dei rari cristalli di leucite. Mentre la lava superiore che si vede nel picco sporgente sulla Mola è molto ricca di leucite in cristalli, alcuni dei quali seminati di hauynite, le altre due testate di lava nel restante contorno più rilevato ci offrono roccie a cristalli di augite, fassaite, olivina, la quale mostra sempre di frequente la consueta alterazione rossa.

Il *lapis gabinus* ci accompagna al di sopra di tutte le lave, presentando ovunque un taglio al suo estremo. Ma oltrepassate queste due ultime esso si precipita fino al piede della scarpa e sembra approfondarsi ancora al di sotto dell'attuale superficie della valle. Tale giacitura esso conserva fino al basso ove intesta la strada del Ginestreto. Se nonchè incontro alla Pagliarozza la roccia, pur continuandosi in massa coll'antecedente, passa ad un bellissimo peperino.

Sulla costa occidentale di Vallericcia le cose cangiano assai d' aspetto. Poco al di sotto della chiesuola del Crocefisso fino alla via del Ginestreto, la bassa ripa della valle è per intero costituita da un peperino. Qui esso apertamente ci mostra di non essere disceso a ricoprire un terreno già fortemente inclinato a scarpa, come nel lato orientale; ma si presenta in forma di una massa compatta a natural divisione in grandi prismi. Ed il suo apparire lungo il vicolo Ottavi, sulla ferrovia, al di sopra del casale della Cecchina, al bivio della via Nettunense colla via di Albano, e alla via Nettunense nella discesa al di sotto del bivio colla strada che conduce al casale dell'Argentiera, ovunque cogli stessi caratteri petrografici, dimostra che qui trattasi di una corrente colossale scorsa da nord-est a sud-ovest.

Ma al punto della via del Ginestreto a me non è riuscito di osservare separazione alcuna tra le roccie che si veggono nei due lati; e mi sembra effettivamente che esse qui presentino una strana continuità. Riservandoci di esaminare con cura

la struttura petrografica di questa roccia singolare, è qui mestieri d'indagare colla scorta dei fatti donde possa dipendere la eccezionale giacitura di essa.

Dal colle ove siede Ariccia fino all'ultima lava osservata nel lato orientale, noi abbiamo un complesso di undici lave diverse alternate a strati di scorie, tagliate evidentemente nel senso della testata delle correnti. Non possiamo osservare direttamente in qual parte scorressero: ma la loro composizione mineralogica ci manifesta che esse non appartengono alle roccie prodotte dall'Artemisio, e dal cratere centrale. Dunque esse non discesero da nord a sud nella cavità di Vallericcia.

Se la non accertata esistenza di lave in forma di dicchi, ci fa dubbiosi nel riconoscere che questa parte di contorno possa adirittura pigliarsi per una montagna vulcanica fabricata direttamente dalle eruzioni, la sua disposizione in forma di recinto, le scorie alternantesi a strati colle lave ce ne lasciano concepire però ragionevole sospetto.

Nella porzione di contorno che consegue all'ultima lava, la persistenza in esso del *lapis gabinus* che ne ha rivestita la superficie a scarpa, ci fa naturalmente pensare che non vi esistano lave, le quali rendendo più lento il lavoro di erosione avrebbero impedito, come nella parte superiore del contorno della valle, la formazione di una acclività capace di equilibrare la roccia. Invece il monte delle due Torri completamente isolato, formato da una congerie di grosse scorie e di una lava tenacissima perfettamente identica mineralogicamente a quelle più sopra descritte, assai probabilmente può dirci che in esso si continuasse il supposto recinto craterico.

Se veramente in quella parte di circuito di Vallericcia e nel monte delle due Torri noi possiamo riconoscere i resti di un cratere, la loro posizione rispettiva coi resti di quell'altro anteriore all'Artemisio ci farebbe agevolmente sospettare che essi facessero parte di un apparato centrale di quell'antichissimo vulcano: conclusione questa che può sembrare confortata altresì dalla grande analogia delle lave che in essi si veggono. Ma io non mi nascondo le incertezze che tuttora sono da dissipare a questo riguardo.

Difatti ad occidente di Vallericcia non rinveniamo traccia di un tal cratere; ed il monte Savelli ci si rivela, co' suoi materiali, per la continuazione piuttosto del Calvarone. Ed a sud mentre al di sotto del peperino che ci ha finora occupati noi rinveniamo una bellissima ed importante lava hauynifera, presso il casale di Montagnano ne vediamo un' altra che si piglierebbe per lava del cratere centrale; tanta è la sua ricchezza mineralogica in svariati cristalli macroscopici.

È vero che queste incertezze possono dipendere altresì dal non avere puranco esteso gli studî particolareggiati in questa parte, essendomi occupato soltanto dei peperini della nostra regione. E d'altro lato i gravi indizi raccolti sulla natura di quei monti vengono maggiormente avvalorati dal fatto di una cavità esistente al piede di quel lato del circuito, sulla quale questo si precipita con un taglio a superficie imbutiforme, quale ce la mostrano evidente il monte Parto e le sue dipendenze fornite di lave.

Tutto sommato pertanto a me non sembra punto infondato lo argomentare dai fatti esposti, che in questi luoghi si localizzasse una attività centrale di quel vulcanismo che precedette la formazione dell'Artemisio.

Ma checchè ne sia di ciò, il giacimento assunto tra questi rilievi dalla roccia

che qui consideriamo, sembra dimostrare che essi fossero già erosi al momento della sua comparsa, e che la cavità ad occidente di essi già vi esistesse.

Difatti la sua giacitura nel colle di Ariccia, in quello di Galloro e nel monte Parto effettivamente girato dalla nostra roccia ad oriente, la continuità sua inferiormente a Genzano, alla Torrella, alla Pagliarozza e nel circuito occidentale, parlano in favore della superiore ipotesi. E questa uniformità di giacimento, congiunta alla perfetta uguaglianza petrografica di tutte e singole le attuali sue manifestazioni, ed al fatto costatato del suo cangiarsi in peperino nella parte inferiore della corrente che si osserva alla Pagliarozza e alla Ferrovia, la continuità della massa alla via del Ginestreto, ci dicono anche chiaramente, a me sembra, che qui trattasi di una unica corrente, sparpagliatasi nelle profonde solcature di un terreno più antico.

Non sembrerebbe improbabile pertanto che parzialmente precipitatasi questa massa in proporzionato volume dalla porzione superiore della preesistente cavità fino al fondo della medesima, vi seguitasse a scorrere in quella forma di larga corrente che conserva a sud-ovest.

Se tuttociò è consono ai fatti che ci esibisce questa roccia, il taglio che attualmente presenta ad occidente, potrebbe essere molto verosimilmente conseguenza di un nuovo posteriore avallamento subìto da una parte dell'antica cavità, in cotal modo parzialmente ricolma: locchè avrebbe un esatto riscontro in quanto accadde nei laghi di Albano e di Nemi.

Ma tutta questa massa rocciosa che sarebbesi così adattata alle condizioni dei luoghi sui quali si precipitò, donde provenne ella mai?

Per rispondere a questa domanda l'osservazione diretta non ci dà alcun sussidio. Il colle stesso di Ariccia e di Galloro, ed il terreno a nord-est del monte Parto furono ricoperti, come la continuazione dell'Artemisio dai materiali prodotti dal cratere centrale: e la mancanza di più profonde erosioni ci impedisce di seguire la nostra roccia direttamente alle sue origini. Ma qui noi la vediamo sottoposta a tutti i materiali analoghi prodotti dal cratere centrale; ed immediatamente distesa sopra i materiali proprî di un'attività certamente anteriore all'Artemisio. D'altronde che essa probabilmente non appartenga ai materiali emessi dai Campi di Annibale, ci sembra anche sufficientemente indicato dalla sua strana struttura e composizione, decisamente discordante da tutte le roccie analoghe che si veggono dipendenti da quella centrale attività. E poichè sarebbe assurdo il supporre che essa potesse esser derivata sia dal cratere esterno, sia dal cratere interno del più antico vulcano che qui sembra sepolto, del quale occupa entrambe le cavità, così mi sembra, che molto probabilmente essa appartenga ai suoli co' quali fu costrutta la continuazione dell'Artemisio da questo lato. Nè ciò al postutto è inverosimile; poichè nulla ci impedisce di concepire che anche da questa parte in quel periodo si producesse una roccia analoga ad altre che abbiamo osservate direttamente, in parti ove quella montagna vulcanica ci si disegna nettamente ai nostri sguardi.

E molto più ciò ci sembrerà ammissibile, quando si rifletta che non mancano altri peperini probabilmente prodotti nel periodo in cui fu fabricato l'esterno recinto craterico dell'Artemisio in questi luoghi nei quali ci sembra di averne esattamente rintracciata la ubicazione.

Ad occidente dei Cappuccini di Albano nella parete della cavità lacustre si vede una testata di corrente di peperino al di sotto di una lava della specie di quelle dell'Artemisio. Ora da questa parte una poderosa corrente di quella roccia incomincia a scuoprirsi alquanto al di sotto della via Appia nuova, scendente nel vallone delle Mole che oltrepassa di qualche centinaio di metri. Nelle vicinanze dell'Ortonuovo, ove si pratica una estrazione in grande scala, essa ci si offre assai rassomigliante al peperino di Porta di Ferro.

Al di sotto di monte Cucco immediatamente sopra alla lava che ne forma la base quasi a livello dell'acqua del lago, vi esiste un peperino che si differenzia distintamente da quelli che provengono dal cratere centrale e che si veggono immediatamente sopra ad esso.

Dal ponte degli Squarciarelli si apre un profondo vallone che termina a Valle Marciana, le cui due sponde ci presentano una grande corrente di lava che oltrepassa a destra Grottaferrata, ed a sinistra si arresta al di sotto di Colle-Formagrotta. Essa è identica a quelle dell'Artemisio. Probabilmente pertanto il colle agli Squarciarelli appartiene a quel recinto craterico: esso si rilega assai bene coi monti tuscolani, e coll'ultima traccia di quel recinto visibile nella parete della cavità lacustre di Albano. Questa lava ricuopre un peperino che fu tagliato nella ripa della strada di Grottaferrata. Esso è in ogni suo particolare perfettamente identico a quello di monte Cucco testè descritto; ed evidentemente come la lava, che il ricoperse, fu prodotto in quel periodo di attività vulcanica cui dobbiamo l'Artemisio.

Dal complesso adunque di quanto abbiamo esposto fin qui ci risulta, a me sembra, che il peperino nel Lazio non segna un periodo speciale di attività vulcanica. Esso fu prodotto tanto nel periodo in cui sorse l'Artemisio, quanto in quello in cui furono fabricati i monti albani, promiscuamente alla lava, che con esso si alterna.

Soltanto nel periodo di attività che inalzò i monti albani, sembra che in un suo intermezzo la vitalità del vulcano si esplicasse con una prevalente produzione del peperino, che vedesi nei dintorni del lago Albano e in quel di Marino. Ma anche a questa prevalente produzione di roccia singolare seguirono finali emissioni di lava. È così che esso nemmeno accenna ad un indebolimento delle forze eruttive, per esaurimento graduale delle cause produttive di quei tremendi fenomeni.

La struttura di questi monti, rivelataci così bene dagli enormi tagli subìti dal materiale qui accatastato nelle cavità di Albano e di Nemi, le differenze petrografiche delle roccie sufficientemente distinte, le diverse forme da esse assunte, e tutti i fatti che veggonsi d'ordinario nei luoghi occupati da veri crateri di eruzione, ci fecero argomentare che i prodotti relativamente recenti dell'Artemisio e del cratere centrale hanno qui sepolto parzialmente un vulcano più antico, conformato in generale come il vulcano relativamente recente. E ci riuscì di determinarne i residui del recinto esterno che si pronunciano distribuiti sopra un' area in forma di un' ellisse assai allungata. I fatti notati nella parte a nord-est del contorno di Vallericcia, e nell'isolato monte delle due Torri sembrano indicarci che in mezzo ad essa in quel luogo, un'attività centrale costruisse un recinto minore.

E da ultimo due parziali sprofondamenti, l'uno, quello di Nemi, limitato ad una piccola parte della cavità craterica dell'antico vulcano, l'altro, quello di Albano, esteso

anche ad una parte del suo recinto esterno e della continuazione dell'Artemisio ad ovest al di fuori della sua cavità, avrebbero originato quei moderni bacini lacustri. In essi manca ogni indizio per argomentare che funzionassero come crateri ausiliari del più recente vulcano laziale, tuttora così ben conservato; e come tali producessero peperino in un terzo quasi tradizionale periodo di eruzioni.

IV. Osservazioni petrografiche sui peperini: congettura intorno alla loro origine.

Le roccie delle quali ci siamo occupati fino ad ora vanno distinte in due classi, in *peperino* propriamente detto ed in *lapis gabinus*, del quale l'annessa carta dimostra l'importante sviluppo che presenta nei nostri monti.

Riguardo al primo noi ne abbiamo già notato, nelle osservazioni generali, la struttura petrografica della parte essenziale, ed i più salienti fenomeni che presentano i suoi fossili, e le roccie calcaree che vi si veggono. Meriterebbero ora almeno una enumerazione gli svariati minerali che vi si contengono, sia in cristalli isolati nella pasta, sia in aggruppamenti di variabili combinazioni. Essi però non sono diversi da quelli proprî in generale della regione; sui quali ha già intrapreso ed in parte publicato un accurato e completo studio il ch. prof. Strüver, che ne indica altresì il giacimento. Aggiungo soltanto, riguardo alla presenza del feldispato già notata da altri, che se esso è raro in cristalli isolati nella pasta, non avendolo osservato che nel peperino di monte Cagnolo, del monte Pendulo, di Palazzola, e del Rio del Peschio, è assai frequente in interclusi di roccie speciali a molteplici aspetti e svariate combinazioni.

Non mi sembra che i peperini dei due periodi eruttivi ci presentino serie distinta di minerali: soltanto la olivina in cristalli sempre frammentati e di vaghissima colorazione, sembra trovarsi più abbondante nel peperino colato dall'Artemisio, il quale poi è privo, ad eccezione della corrente delle mole di Albano, di hauynite.

A completare perciò lo studio di questa roccia mancano solo alcune osservazioni sulle lave in rottami che contengono. Le prime che ci si presentano sono quelle che ci offrono la pasta frescamente cristallina, ugualissima alle roccie tuttora in posto. Può dirsi che non v'abbia corrente di peperino che non ne contenga qualcuno: ma soltanto le colate di Pontecchio, di monte Calvarone, e di Vallericcia ne sono piene in modo straordinario, sia per numero sia per mole. In quell'ultima località si osservano di preferenza nel taglio lungo la sponda occidentale della valle.

La niuna alterazione di queste lave dà assai bene ragione all'ipotesi, che le vuole provenute dalle esplosioni che precedono ed accompagnano le fasi eruttive: e deve notarsi che le correnti maggiormente ricche di esse scorsero attorno e frammezzo ad antichi rilievi preesistenti alla formazione del cono eruttivo che le produceva. Ad est del Calvarone si osserva che anche il terreno a ridosso dell'antico monte, mantellato in basso dal peperino, è ricco oltremodo di tali rottami.

Il von Buch [1] già notò che i blocchi inchiusi in quel peperino si distinguono per la prevalenza in cristalli macroscopici dell'augite e della fassaite: io ne ho rinvenuto

[1] Leopold von Buch's, *Gesammelte Schriften*. P. I.

tra questi uno che ha ancora aderente il terreno arrossato, detto da alcuni *laterite,* su cui veggiamo sempre distese le correnti. Così queste lave ci manifesterebbero di aver appartenuto probabilmente a quelle, onde fu composto il cratere esterno del vulcano anteriore all'Artemisio, che furono spezzate e lanciate in aria dal determinarsi dell'attività centrale dei monti albani attraverso di esse. E la limitazione di tali rottami a ridosso del preesistente rilievo del Calvarone può additarci che ricadendo tali blocchi sui fianchi del cono in costruzione insieme ai lapilli, s'adunavano alla base del cono, come accade quando ammucchiando i nostri operai col badile la pozzolana, la liberano dalle più grosse scorie, le quali si raccolgono alla circonferenza di base del cono da loro eretto. Il peperino di Pontecchio e del Calvarone gittatosi nella insenatura tra l'antico e il nuovo rilievo scorse allo stato pastoso su tali blocchi, caricandosene forse completamente. Un identico ragionamento spiegherebbe pur bene la copia di lave contenute nel peperino della sponda occidentale di Vallericcia, disceso per i fianchi dell'Artemisio da quella parte, ove la sua base si conformava sul preesistente rilievo del contorno a nord-est della valle.

Dunque nel peperino la presenza di lava non alterata forse è accidentale: essa fu acquistata all'esterno del cratere di emissione.

Ma più comuni sono in esso altri interclusi nei quali la lava ci si mostra con una profonda alterazione subìta. Può dirsi che non v'abbia peperino che non ne possegga. Essi sono d'ordinario in limitate dimensioni; ed è sorprendente l'osservare che assai spesso essi non abbiano contorni definiti e sembrano stemprarsi insensibilmente nella pasta rocciosa che li contiene.

Vedesi spesso che alcuni degli essenziali componenti della lava vi hanno subìto una specie di sobbollimento che ha comunicato ad essi un aspetto biancheggiante, ovvero l'ha convertita in una pasta grigia assai analoga a quella del peperino, ponendo in evidenza i cristallini di fassaite, di augite, di biotite bruna, di magnetite e di olivina, i quali sembrano resistere all'azione della causa metamorfizzante. E poichè le nostre lave sono essenzialmente leucitiche, si può sospettare che questa causa eserciti di preferenza la sua azione sulla leucite; tanto più che i cristalli più grossi di questo minerale, sia interi, sia frammentati, si rinvengono quasi sempre nel peperino con una parziale caolinizzazione subìta. E nel peperino di villa Antonelli, che ne è molto ricco, essi si presentano colle traccie di una dilatazione cubica che ne ha posto in luce la struttura polisintetica che le è propria. Le piccole cavità così occasionate sono piene di cristallini di nefelite. Spesso una tale alterazione dona a porzioni limitate di roccia il distinto aspetto di un *lapis gabinus* che insensibilmente si fonde in un vero e proprio peperino.

Ma fatti più decisivi in questo senso ci sono offerti dalla colata di peperino che forma la sponda sinistra del vallone del parco Ghigi, e dalla corrente delle Pantanelle in quel di Marino. Dalla prima io ho estratto quattro interclusi che per una parte conservano spiccatissimi i caratteri di lava e per l'altra ci offrono decisamente un peperino con un passaggio graduale ed insensibile.

In una cava sotto le Coste Rotonde, presso la vigna Castruccio, nella corrente delle Pantanelle, la doppia colorazione della roccia è più che altrove distinta. La parte a tinta turchiniccia conserva assai bene i caratteri di una lava, ed essa passa

insensibilmente alla tinta grigia giallastra: in alcune parti assume anche l'aspetto del *lapis gabinus*. Nel saggio che ne ho depositato al r.° Museo mineralogico dell'Università si nota un'apparente iniezione della pasta grigio-giallastra entro la parte che conserva i caratteri lavici, colla quale si fonde gradatamente sfumando.

I peperini in sottili falde presentano indistintamente tutti i fatti che si notano in quei di maggiore potenza, con uno sviluppo più limitato di cristallizzazioni zeolitiche. Essi per di più hanno steli di piante annue e biennali nella loro pagina inferiore, curvati nel senso della pendenza della colata. Molte volte si veggono anneriti più o meno fortemente, ed anche arrossati, non saprei se per carbonizzazione o per penetrazione di perossido di ferro idrato.

Fatti analoghi a quelli fin qui esposti ci sono offerti altresì dal *lapis gabinus*. Questa roccia si rinviene qui in tanti svariati aspetti ed in masse così grandi, da destare non poca meraviglia il conoscere che non siasene fatta fino ad ora, che io mi sappia, alcuna menzione. Come vedesi nell'annessa carta esso è associato ai peperini tanto del cratere centrale che dell'Artemisio, e non mancano correnti in falda sottile di questa roccia in quel di Marino.

Alcuni di essi, come quello sopra l'emissario, a sud-est di monte Cucco, alla vigna Santovetti, a Vallericcia, al colle Colonna, all'acquedotto di Velletri posseggono una pasta grigia più compatta del peperino e meno cristallina, quasi mai con cristallizzazioni zeolitiche e sempre insudiciata dal perossido di ferro idrato. In essa si stemprano gl'interclusi lavici alterati, d'ordinario anneriti dallo stesso perossido. Alcuni hanno frattura irregolare, altri piana come al colle Colonna e alla vigna Santovetti. Alla Vallericcia, e nell'acquedotto di Velletri offrono una struttura a zone distinte di aspetto breccioso, che passano gradatamente ad una pasta grigia compatta e ad un vero e bellissimo peperino.

La massa che forma la parte superficiale della sponda nord del lago Albano è formata per una potenza di circa trenta metri da strati sopraposti e separati dai sessanta ai tre centimetri di spessore, con prevalenza degli strati compresi tra lo spessore di tre a quindici centimetri. Essi sono accatastati senza alcuna interposizione di materiale incoerente. Tutto ciò ci desta il sospetto che questo prodotto così eccezionale sia l'effetto di limitate e successive emissioni di una massa rocciosa soggiornante nel cratere allo stato di umida mobilità, come accade nelle fasi stromboliane dell'attività vulcanica. Tali emissioni sarebbonsi verificate ad intervalli di tempo assai brevi da bastare appena a far consolidare la roccia emessa anteriormente. La identità petrografica della massa composta di elementi macroscopici lavici e scoriacei uniti da cristallizzazioni zeolitiche e da calcite, sembra anche accordarsi con questa maniera di vedere; e lo arrotondamento da essi subìto, del quale hanno sensibili traccie anche gli elementi cristallini, non proporzionato al loro limitato rotolamento, potrebbe essere l'effetto di quei moti vorticosi e di altalena che osservò e descrisse lo Spallanzani nella massa liquescente che occupa costantemente la cavità craterica dello Stromboli. Sono notevoli tra questi strati alcuni di tre centimetri nei quali lo stato breccioso della roccia che osservasi in una pagina passa ad una pasta grigia compatta nell'altra. Altri ci danno una pagina composta da frammenti lavici legati esclusivamente in una calce terrosa bianco-giallastra; e l'altra pagina con uno spessore di qualche

centimetro è composta assolutamente di quella calce terrosa a struttura alquanto bollosa, con cristallizzazioni che non valgo a determinare.

Nella corrente di Vallericcia vi notammo un improvviso e strano cangiarsi in peperino della massa di *lapis gabinus* alla Pagliarozza. Un fatto così eccezionale m'impegnò ad uno studio assai particolareggiato di essa. In generale la roccia in tutte le sue manifestazioni, ha l'aspetto più o meno evidentemente breccioso; e solo in quelle più basse, come al cancello Ottavi, al vicolo Ottavi, al di sotto della via di Albano, e nella via Nettunense si rivela maggiormente tendente alla pasta uniforme dei più bei peperini, nella quale si veggono stemprarsi e fondersi distintamente i numerosi elementi lavici che la compongono. Ma la roccia in posto alla ferrovia ha fortunatamente un taglio di cava abbastanza profondo, il quale ci rivela molto bene la struttura della massa. Essa è così decisamente zonata, che si direbbe a prima vista composta di sottili strati sopraposti, variabili in potenza dai dieci centimetri ai sessanta. Senonchè soltanto le falde più superficiali sono realmente divise. Nelle varie zone in che ci si mostra distribuita, questa massa ci presenta i diversi aspetti già notati, alternantisi senza regola distinta. Forse adunque anche qui siamo in presenza del prodotto di una fase stromboliana del cratere dell'Artemisio, la cui attività si esplicò più vivacemente. Poichè le limitate emissioni si succedevano forse ad intervalli così brevi, da non dar tempo alla roccia già distesa di consolidarsi, come accadeva nel cratere centrale. Il rallentarsi di essa fase sul suo declinare forse occasionò le falde superficiali separate e distinte.

L'insieme di questi fatti sembra provarci esser forse una sola la origine del *lapis gabinus* e del peperino. E forse queste roccie furono generate da una nuova elaborazione di antiche lave nell'interno dei crateri, arrivata a diversi stadî, nell'istante in cui l'aumento della penetrazione delle acque nell'apparato vulcanico determinava lo sviluppo della potenza dinamica, cui è dovuta un'eruzione.

E che ciò sia di fatto si argomenta altresì da altre roccie che si veggono nelle dipendenze del cratere centrale. La sottile falda che si osserva al bivio della via di Rocca di Papa con quella del Cimitero, e l'altra nella discesa incontro agli Squarciarelli, ci mostrano una roccia intermedia tra il peperino e la lava partecipando dell'uno e dell'altra. E quella del vallone delle Pantanelle in colata soprapostasi normalmente al peperino delle cave, di fronte al lavatoio publico di Marino, ci dà una roccia cristallina compatta dal color nero sudicio, che essa perde nell'acido cloroidrico, intersecata da una infinità di venerelle di sostanza candida in qualche modo cristallizzata, che s'intrecciano in mille guise; donde deriva alla roccia l'aspetto di un mosaico grossolano. In alcuni punti la roccia è fortemente ingiallita, e vi si veggono piccoli granati assai distinti. Spogliata della tinta bruna assume la colorazione di un peperino chiaro assai breccioso; e dal tutto insieme si scorge che la roccia ha subìto una profonda alterazione che la differenzia dalle lave, senza farla entrare nella categoria dei peperini e del *lapis gabinus*.

Quando finalmente si faccia attenzione al fatto esibitoci così apertamente dalla carta geologica qui annessa, che cioè il peperino ed il *lapis gabinus* nel Lazio sono addirittura localizzati in quella plaga del più recente vulcano, nella quale la ignea attività si esplicò attraverso delle lave più antiche che concorsero alla formazione dei

rilievi di quell'anteriore vulcano che ci si rivelò qui sepolto, noi siamo condotti naturalmente a sempre meglio ribadire la superiore conclusione, che cioè queste roccie sieno probabilmente il risultato di una nuova elaborazione subìta da quelle antiche lave nell'interno dei crateri; dai quali sarebbero state emesse in uno stato di magma vischiosi molto analoghi a quelli che si freddarono in lave. La comparsa dell'una o dell'altra delle indicate roccie può ripetersi a parer mio dal differente stadio di avanzamento di una tale elaborazione, al momento in cui si determinava una fase di eruzione. E poichè tutte le lave che noi abbiamo rinvenute in istato d'incominciata e parziale trasformazione contengono roccie calcaree e marnose, così assai probabilmente queste roccie che in tanta copia vediamo nel peperino, erano contenute in quelle lave, le quali forse per le prime si fecero strada attraverso alle calcarie proprie della regione, cui si sopraposero i prodotti vulcanici.

V. Peperini del laghetto di Giuturna.

La origine delle roccie che ci occupano, dimostrataci in un modo così inatteso dai numerosi fatti in esse osservati, trova una conferma in quanto osservasi nel laghetto di Giuturna, e che è qui prezzo dell'opera lo esporre.

All'ovest di Albano, a due chilometri e mezzo circa distante da quella città, vedesi una non vasta e non molto profonda cavità, circondata da un rilievo distintamente accentuato per ogni lato, tranne che per brevissimo tratto incontro al piccolo casino Sala costrutto sull'allungata collina di Ravenna. La singolarità di un così limitato avvallamento di figura tondeggiante, in mezzo ad una regione ondulata in modo molto differente, richiama assai facilmente l'attenzione, e quasi involontariamente ti spinge a ricercare la struttura delle pareti che lo rinserrano; il cui aspetto imbutiforme, che si nota a prima vista, t'ha già fatto nascere nella mente la idea di un cratere eruttivo. E visitandole minutamente si vede come esse risultino di testate di strati differenti sopraposti; e il denudamento delle pagine inferiori di alcuni, che è accaduto in varie parti, mostra chiaramente che essi s'inclinano per ogni verso all'ingiro della cavità, che fu già un lago. E questo pendere per ogni verso di strati si nota distintamente nel giro esterno di quel piccolo rilievo, nei tagli naturali ed artificiali che esso ha subìto.

Ciò conferma adunque che in questo luogo si effettuassero eruzioni. Ma quando qui si determinò questa tenue vitalità, e quali furono i suoi prodotti?

Nella parte a sud della superficie imbutiforme che lo racchiude rinviensi in basso una lava. Essa vi è stritolata tanto che non si riesce ad averne saggi di dimensione maggiore degli otto centimetri. Questa lava è molto ricca di pirosseni; e ci richiama alla mente i prodotti di quell'antico periodo di attività, che costrusse il recinto anteriore all'Artemisio, che abbiamo già determinato. Essa ci si presenta per di più come chiazzata in giallo. Ciò ci annunzia una incominciata modificazione di essa. Ed è singolare a notare la formazione già accadutavi di distinti cristallini di granato giallo, anche in uno stato così rudimentale dell'azione modificatrice.

Nella parte a nord-est al di sotto della Torretta, noi vediamo altre due testate di lava, l'una 20 metri, l'altra 30 metri al di sopra della già descritta. Ma queste lave sono sostanzialmente diverse dall'altra. L'una molto scoriacea, l'altra più compatta ci rivelano la pasta grigia uniforme priva affatto di cristalli macroscopici nella prima, e

molto rari nella seconda. Nel tutto insieme esse ci si presentano molto analoghe a quelle che in tanta copia vediamo nell'Artemisio.

Ora tanta diversità di lave che s'appoggiano con una testata ad un recinto, noi non l'abbiamo giammai vista nei vastissimi crateri della regione, nei quali le testate di lava che vi si riscontrano, sono da essi indubbiamente prodotti.

Di più la collina di Ravenna ci esibisce una vasta e assai potente colata di lava, che si scopre quasi ad un chilometro a valle, a pari altitudine del fondo del laghetto. Essa fu tagliata dalla ferrovia fino alla terra rossa su cui scorse incandescente, come vedesi all'imbocco della trincea dalla parte della stazione di Albano. In questo taglio possiede la potenza di circa 20 metri ed è parzialmente alterata da emanazioni acide, che le comunicarono una colorazione grigio-giallastra molto chiara. Essa è molto scarsa a cristalli macroscopici che si limitano al solo augite. Dunque essa non è identica a quella che si vede nel contorno del laghetto; e l'assenza di un indizio di tal lava in quelle sponde che probabilmente non ne potrebbero mancare, se da questo cratere fosse stata prodotta, mi sembra dimostrare che esso non eruttasse lave.

Questa lava pertanto, al pari di quella che vedemmo nella parete sud della cavità craterica, ci presenta i caratteri di quelle roccie che furono prodotte nel periodo di attività prelaziale, rappresentato in questa regione dal monte Savelli, che forse faceva parte della montagna vulcanica in allora costrutta. E quelle al di sotto della Torretta che apertamente ci dicono potersi classificare tra quelle che formano i suoli dell' Artemisio, probabilmente ad esse si sopraposero.

Le roccie che noi vediamo in posizione concordante col concetto di eruzioni qui localizzate sono esclusivamente i peperini. E questi si scorgono apertamente sopraposti alle lave. Dunque molto probabilmente quì, attraverso alle lave di due più antiche montagne vulcaniche che si sopraposero, si determinò una fase eruttiva che produsse peperini, originati forse ancor quì da una nuova elaborazione di quelle lave.

Se dalla importanza degli effetti ci è lecito in natura di misurare la intensità delle cause, noi dalla grande limitazione del peperino all'ingiro di questa bocca eruttiva siamo indotti a ritenere, che la vitalità dispiegata in questo luogo fosse assai debole. E la posizione di esso intorno al cratere ci lascia scorgere che qui debba veramente « la sua esistenza a ripetute eruzioni vulcaniche, il materiale delle quali in « masse fangose si espandeva intorno all'apertura di eruzione [1] ». Alternati cogli strati di peperino all'ingiro della bocca si notano degli ammassi di vero fango vulcanico al sommo schistosi. La composizione di esso per un materiale finissimo, che alle volte sembra pari ad una argilla dal color rosso sudicio di limonite, ce lo fa credere originato da una belletta vomitata in istato molto liquido, forse per spinte rapidamente successive.

Il peperino che a questi ammassi si alterna, non è gran fatto diverso da quelli che abbiamo studiati. Nè mancano nelle zone inferiori di questo microscopico rilievo vere e proprie correntine scorse nelle circostanti bassure. In tale forma è la più grande di queste colate arrivata fino al fosso della Cancelliera, ove mostra evidente il suo estremo. Essa forse è quella che possiede la maggior potenza che mediamente può

[1] Gerhard vom Rath, loc. cit.

valutarsi intorno ai sessanta centimetri. Altra colata che maggiormente si è allontanata dal cratere è probabilmente un peperino in falda sottile di m. 0,20 di spessore, che arrivato al nord del monte Savelli presso al casale del Cordaro è disceso lungo la via della Cancelliera fino alla via Nettunense. Nè la depressione di valle Pozzo che s'interpone tra questo peperino e la bocca eruttiva fa ostacolo a ritenere che esso vi sia colato realmente, come ce lo indica la sua giacitura: poichè quell'erosione può essere certamente posteriore all'emissione della roccia. Questa nella sua pagina inferiore presenta gli steli di piante annue incastrate nella sua massa ed inclinate nel senso della corrente.

Altra minor colata è discesa verso i casali di Sala; e due se ne notano distintissime nel fosso della Molà a nord-ovest, arrestate di fronte alla maggior massa di peperino che argomentammo discesa dalla continuazione dell'Artemisio.

La roccia della più grande corrente risulta di una pasta grigia a grana fina molto bollosa, scarsamente provvista di cristallizzazioni zeolitiche, unicolore. Essa è molto povera di cristalli, tra' quali se ne vede qualcuno di hauynite: è spoglia quasi d'interclusi lavici, e fornita soltanto di qualche intercluso calcareo, che ci offre il fenomeno della parziale e superficiale calcinazione.

Le masse di peperino superiori a quelle colate esibiscono un evidente *lapis gabinus* distinto ma non separato in parti nelle quali si è stemprato completamente in una pasta compatta grigia tendente al giallo rossastro. Ordinariamente questo passaggio ad uno speciale peperino si vede verso gli estremi dello strato, e nel mezzo la roccia presenta quell'aspetto breccioso proprio del *lapis gabinus*. E mentre nella pasta uniforme mancano, può dirsi, le cristallizzazioni zeolitiche, nella parte che si conserva sotto la forma di quella roccia sono molto sviluppate e sembra che vi funzionino da cemento, che ne lega gli elementi macroscopici.

Finalmente nelle parti più sollevate del circuito si rinviene all'ingiro una roccia che ci si offre coll'aspetto del *lapis gabinus*, ma in pari tempo presenta un insieme lavico pronunciatissimo. Esso conserva la struttura cristallina fresca propria di esse, la frattura scabra, concoide, e ci dà l'idea di una lava vomitata non appena iniziata la sua trasformazione. Le cristallizzazioni zeolitiche vi si veggono a profusione.

In mezzo a questi prodotti si trovano numerosissimi gli aggregati minerali, e vi prevalgono quelli tenaci e compatti.

In somma, astrazione fatta dalle lave, che non mi sembra sieno state da questa bocca prodotte, essa riproduce in una scala microscopica quanto si osserva in proporzioni colossali nel cratere centrale.

Non fa bisogno certo di spender parole per far comprendere come tutto ciò s'accordi mirabilmente colle superiori conclusioni, le quali da questi piccoli fatti ricevono una splendida conferma.

SPIEGAZIONE DELLA CARTA ANNESSA

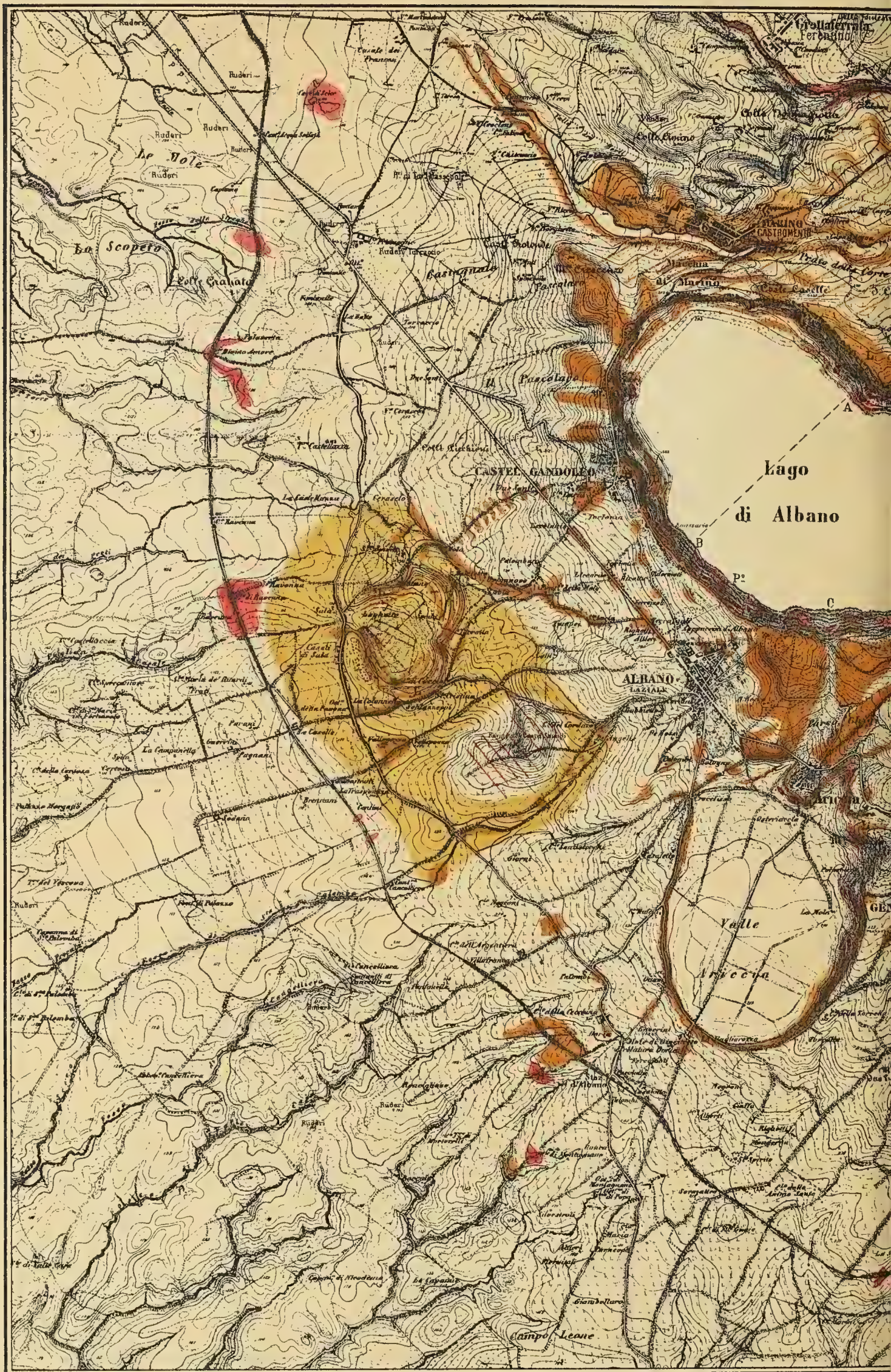
1.° La carta annessa alla presente Memoria è ridotta mediante la fototipia dal rilevamento geologico eseguito originalmente sulla carta del r. Istituto topografico militare nella scala di 1:25000. L'originale è depositato presso la r. Accademia dei Lincei.

2.° In essa sono notate quelle lave soltanto le quali hanno rapporti geologici diretti coi peperini laziali.

Atti della R. Accademia de' Lincei Serie III.ª Vol.º 4.

CARTA DEI PE

Ridotta dall' Originale f

Rocca di Papa
Campo d'Annibale
Lago di Nemi
Nemi
ALTIPIANO della Cavalleria
VELLETRI
Civita Lavinia
Peperino.
Lapis Gabinus.
Peperino in falde sottili.
Prodotti del Laghetto.
3
4 Chilom.

CARTA DEI PEPERINI LAZIALI

Ridotta dall' Originale fatto nella Scala di 1: 25,000

INDICE DEL VOLUME IV.° SERIE 3.ª

Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.